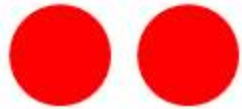


Практика 7.

© С. А. Курашова, 2015



сложные задачи



очень сложные задачи.



*обязательные задания для всех.
Выполнение остальных заданий
приветствуется.
Ответы будут открыты через 2
недели. Пока у вас есть время
оформить решения, показать мне и
набрать баллы.*

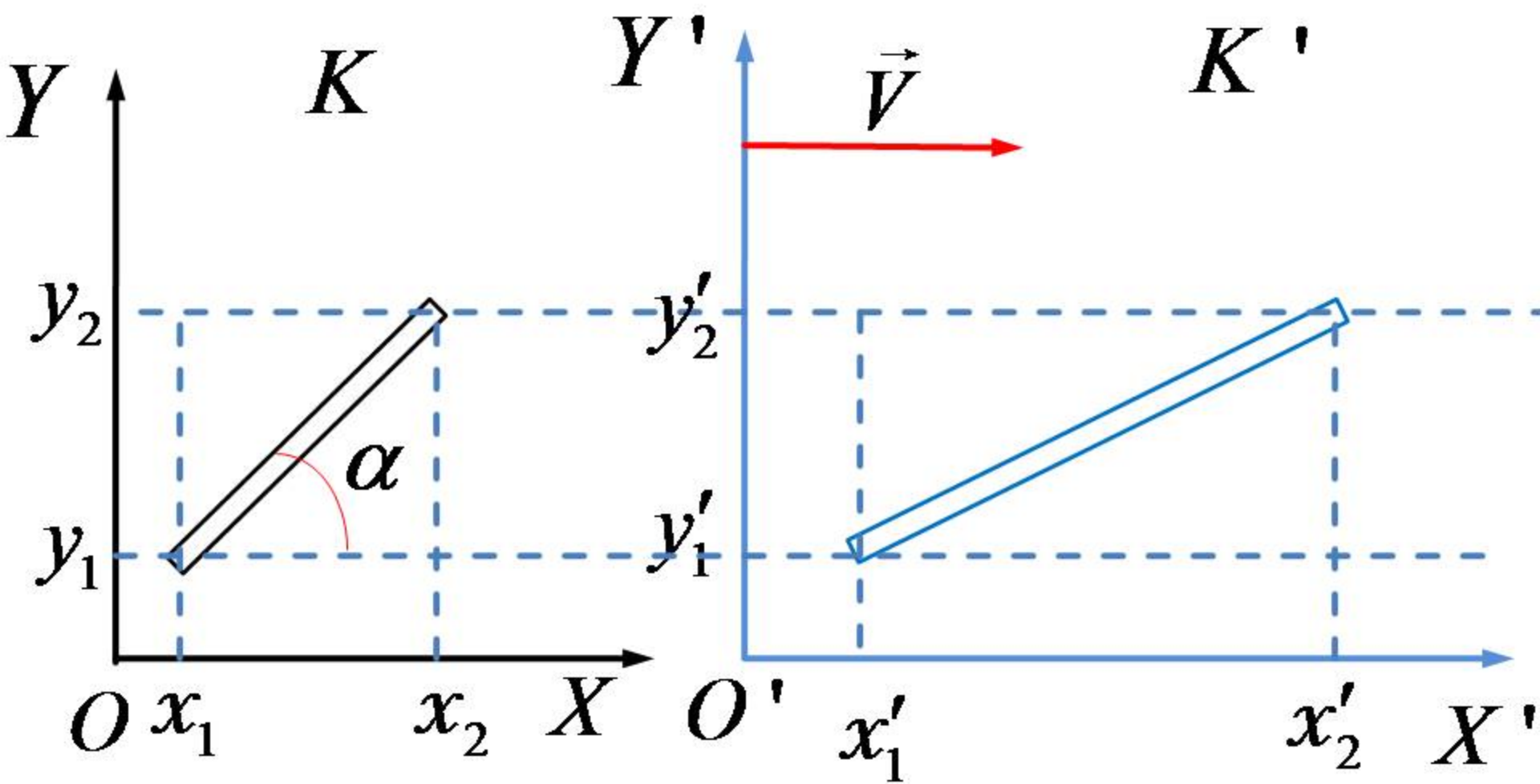


Пример 1. Какую скорость нужно сообщить стержню в направлении вдоль его оси, чтобы Лоренцево сокращение длины составило 20 процентов.

Пример 2. С какой скоростью движется релятивистская частица, если её релятивистская масса на 10 процентов больше её массы.

Пример 3. С какой скоростью движется релятивистская частица, если её импульс на 5 процентов отличается от классического.

Пример 4. В инерциальной системе отсчёта K вдоль оси Ox со скоростью $v=c/2$ движется стержень. Ось стержня развёрнута под углом α к направлению движения. Измеряя длину стержня в K -системе, получили результат l . Определите собственную длину стержня и угол, который ось стержня образует с осью Ox' системы K' , движущейся вместе со стержнем.



Свяжем со стержнем систему K' . Она будет двигаться относительно K – системы со скоростью $V = c / 2$. Определим длину стержня l_0 в K' – системе. Для этого найдем разности координат концов стержня $\Delta x'$ и $\Delta y'$ и вычислим l_0 как корень квадратный из суммы квадратов этих величин.

$$l_0 = \Delta x'^2 + \Delta y'^2 \quad (1)$$

Преобразования Лоренца для координат:

$$\Delta x' = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (2)$$

$$\Delta y' = y_2' - y_1' = y_2 - y_1 = \Delta y \quad (3)$$

В К- системе разности координат концов стержня связаны с его длиной уравнениями

$$\Delta x = l \cos \alpha \quad (4)$$

$$\Delta y = l \sin \alpha \quad (5)$$

Подставляем (4) и (5) в (2) и (3), а затем полученные уравнения в (1), определим собственную длину стержня l_0 :

$$l_0 = \frac{\sqrt{\frac{l^2 \cos^2 \alpha}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)} + l^2 \sin^2 \alpha}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{l \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2} \sin^2 \alpha}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = 1,12l$$

Определим теперь тангенс угла, который стержень образует с осью X' системы K' .

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{\Delta y'}{\Delta x'} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

Пример 5. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы τ_0 . Какой путь сможет пройти эта частица до распада в К-системе, где её время жизни равно τ .

Решение. K' -система связана с частицей.
Нам нужно определить скорость частицы в K -системе, фактически, это скорость - системы K' относительно K -системы.

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad V = c \sqrt{1 - \frac{\tau_0^2}{\tau^2}}$$

До распада в K -системе частица пройдёт путь

$$S = V \tau = c \tau \sqrt{1 - \frac{\tau_0^2}{\tau^2}}$$

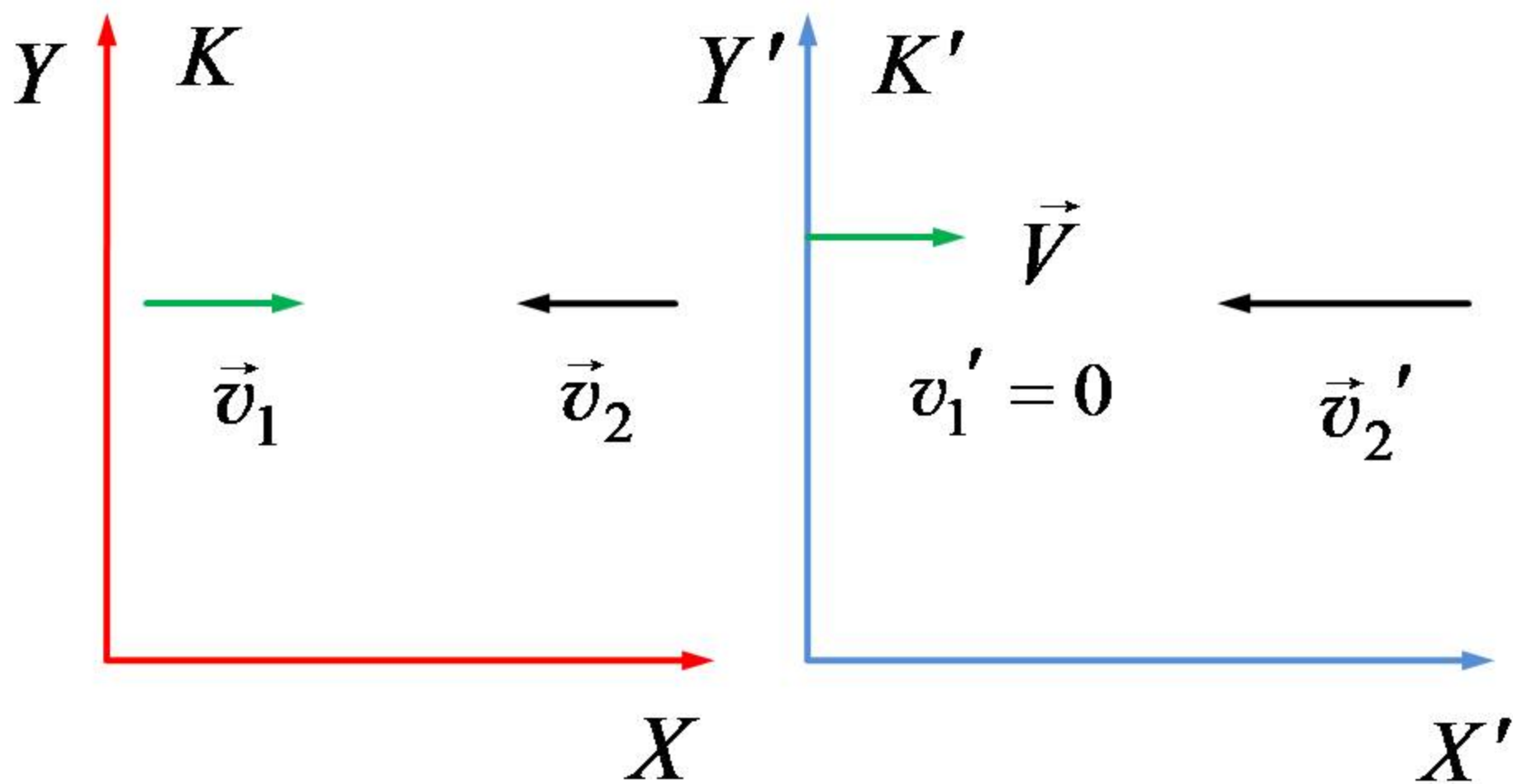
Пример 6. Две релятивистские частицы движутся в K -системе отсчёта навстречу друг другу по одной прямой с одинаковой скоростью $v = 0.7c$. Определите:

- 1. Скорость сближения частиц в K -системе**
- 2. Модуль скорости второй частицы в системе отсчёта, связанной с первой частицей.**

Решение.

1. Скорость сближения частиц в К-системе - скорость, с которой уменьшается расстояние между ними в этой системе.

$$v_{сбл} = 1.4c$$



2. Свяжем с 1 частицей K' -систему. Нам необходимо определить скорость второй частицы в этой системе.

Воспользуемся формулой преобразования скоростей:

$$v'_{2x'} = \frac{v_{2x} - V}{1 - \frac{v_{2x}V}{c^2}} = \frac{-2}{1 + \frac{v_2^2}{c^2}} v_2 = -0.94c$$

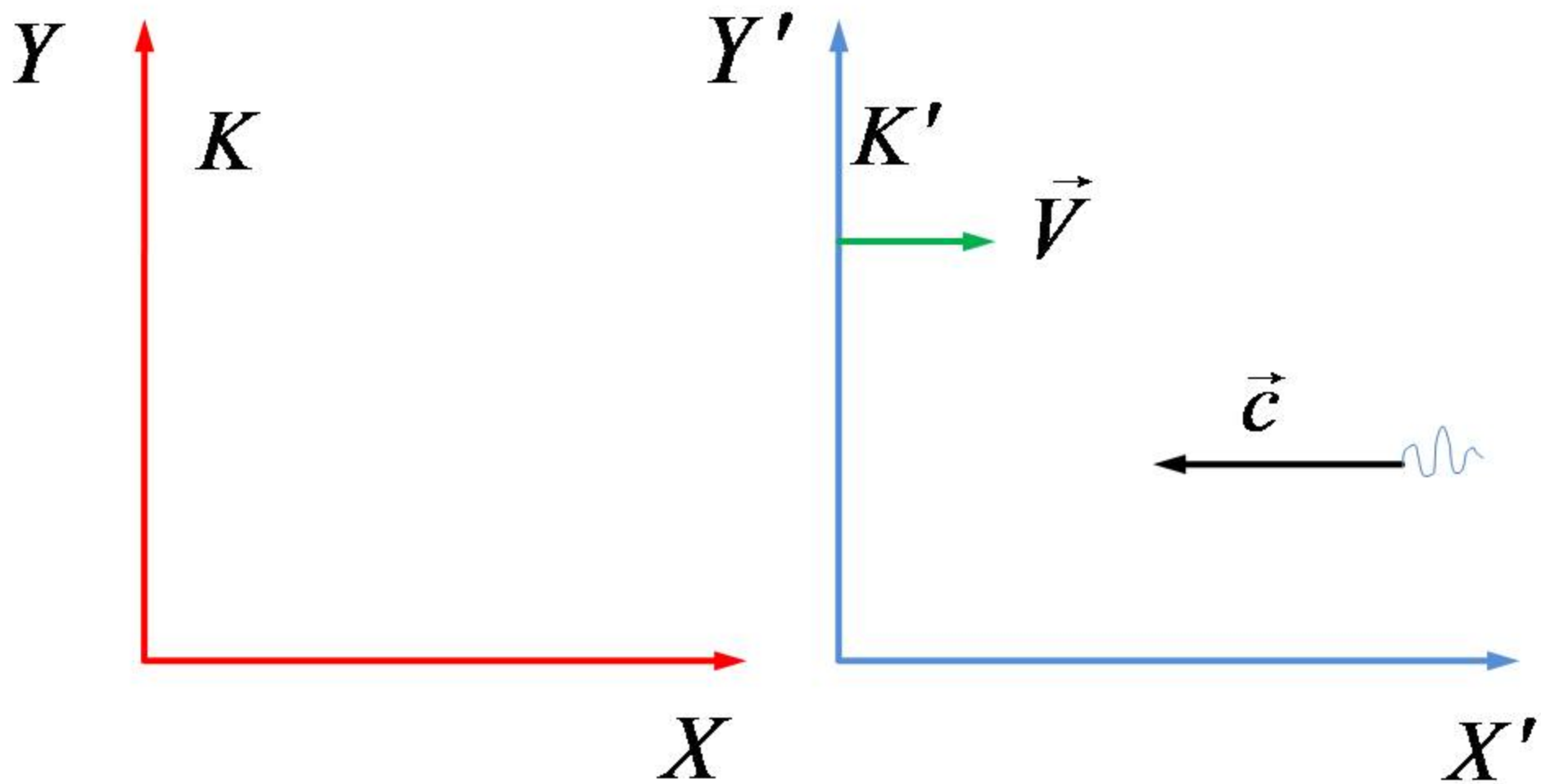
С этой скоростью может быть передана информация. Она не превосходит скорость света.

Пример 7 . В системе отсчёта связанной с неподвижными звёздами два космических корабля летят навстречу друг другу с одинаковыми скоростями $v = 0.2c$

Второй корабль испускает импульс света.

Вычислите:

- 1. Скорость сближения фотона и первого корабля в системе отсчёта, связанной с неподвижными звёздами.**
- 2. В системе отсчёта, связанной с первым кораблём.**



1. В К-системе отсчёта “неподвижные звёзды” расстояние между фотоном и первым кораблём уменьшается со скоростью

$$v_{\text{сбл}} = 0.2c + c = 1.2c.$$

1. В системе отсчёта, связанной с неподвижными звёздами, скорость фотона $v_x = -c$.

Свяжем с первым кораблём K' — систему. Её скорость относительно К-системы $V = 0.2c$.

Формула преобразования скоростей даёт для проекции скорости фотона на ось системы OX' результат K' :

$$v'_{X'} = \frac{v_X - V}{1 - \frac{v_X V}{c^2}} = \frac{-c - 0.2c}{1 + \frac{c \cdot 0.2c}{c^2}} = -c$$

Постулат Эйнштейна утверждает, что скорость света одинакова во всех системах отсчёта. Именно такой результат мы и должны были получить.

Пример 8. При какой скорости движения частицы её кинетическая энергия равна её энергии покоя?

Решение.

Энергия покоя частицы $E_0 = mc^2$

Кинетическая энергия частицы

$$E_K = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2}c = 0.87c$$

Пример 9. Какую работу необходимо совершить, чтобы увеличить скорость частицы, имеющей массу m , от $0.60c$ до $0.80c$? Во сколько раз меньше получится результат, если проводить вычисления по формулам классической механики?

Решение. Работа идёт на увеличение кинетической энергии частицы

$$A_{\text{пол}} = E_{K2} - E_{K1} = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} - 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} - 1 \right) \right) = 0.42mc^2.$$

По классической формуле

$$A_{\text{кл}} = E_{K2} - E_{K1} = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = 0.14 m c^2.$$

$$\frac{A_{\text{рел}}}{A_{\text{кл}}} = 3.$$

**Пример 10. Общая мощность излучения
Солнца составляет $3.8 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$**

**Вычислите, на сколько килограммов
уменьшается масса Солнца за 1 нс.**

Решение.

**Энергия, которую излучает Солнце за время
 t , равна**

$$Pt = \Delta mc^2$$

$$\Delta m = \frac{Pt}{c^2} = 4.2 \text{ кг}$$



Пример 11. Согласуется ли с принципами специальной теории относительности представление об электро́не как о вращающемся вокруг своей оси однородном шарике массой $m=9.11 \cdot 10^{-30}$ кг и радиуса $R=2.82 \cdot 10^{-15}$ м, обладающем собственным моментом импульса $M=0.913 \cdot 10^{-34}$ кг·м²/с (Вытекающее из квантовой теории и подтверждённое экспериментально значение собственного момента импульса электрона).