

Лекция 8.

Специальная теория относительности.

Постулаты Эйнштейна

I. Принцип относительности:

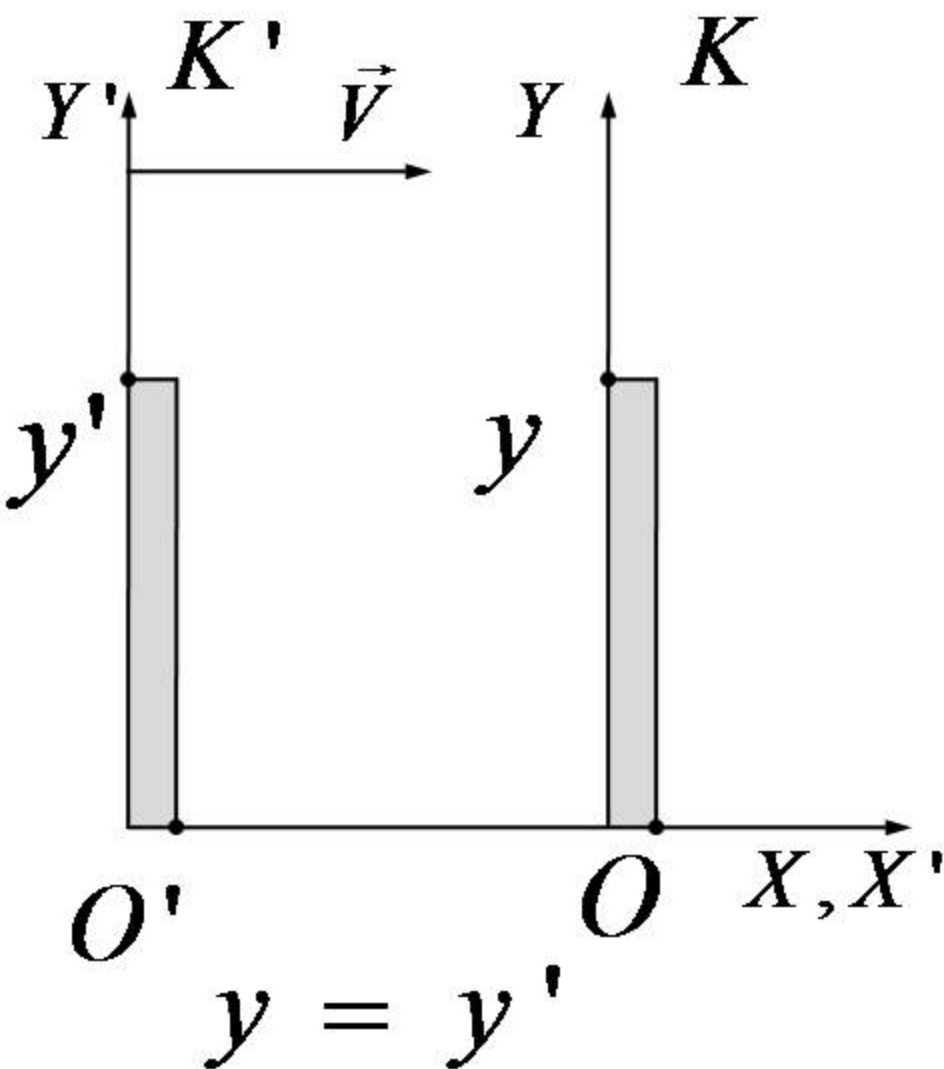
Все физические явления протекают одинаковым образом во всех инерциальных системах отсчёта; все законы природы и уравнения, их описывающие, инвариантны, т.е. не меняются, при переходе от одной инерциальной системы отсчёта к другой.

Другими словами, все инерциальные системы отсчёта эквивалентны (неразличимы) по своим физическим свойствам; никакими опытами нельзя выделить одну из них как предпочтительную.

II. Принцип инвариантности скорости света:

Скорость света в вакууме не зависит от движения источника света и одинакова во всех направлениях. Это значит, что скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчёта.

Равенство поперечных размеров тел



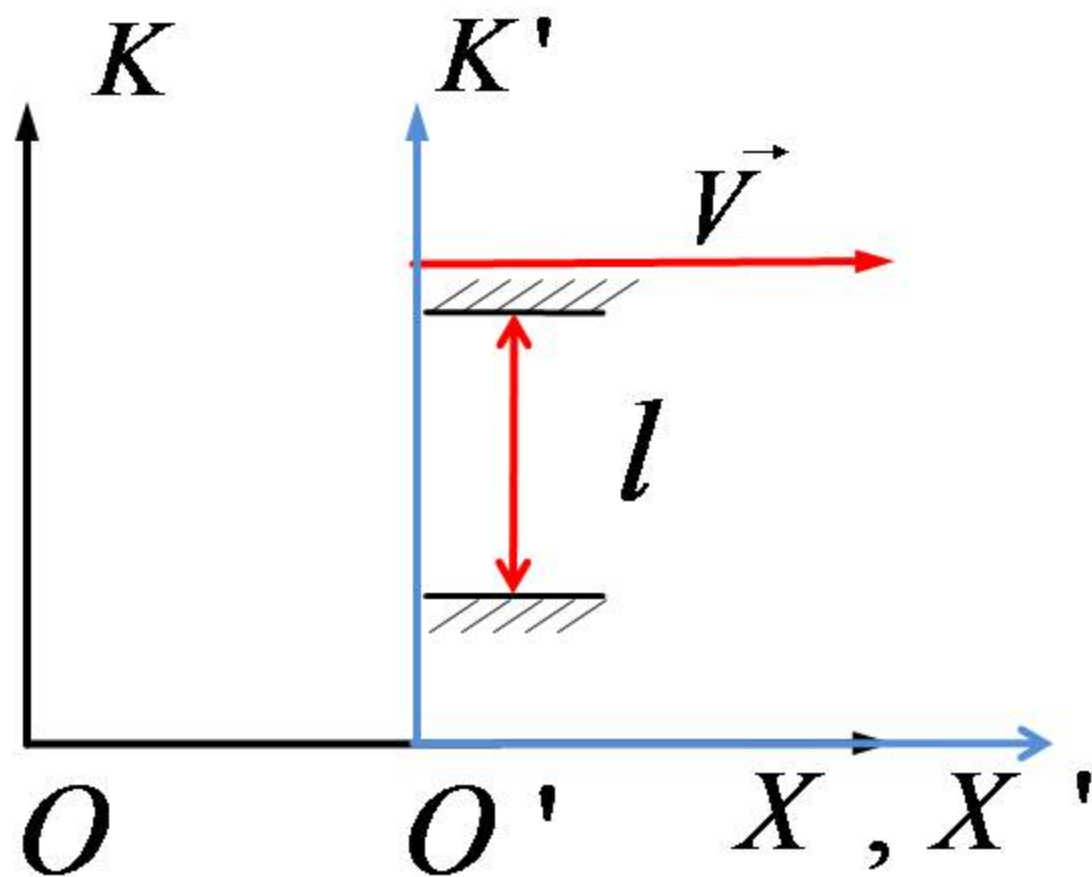
В системе K и K' вдоль осей Oy и Oy' установлены стержни, являющиеся эталонами метра.

В момент совпадения осей Ox и Ox'

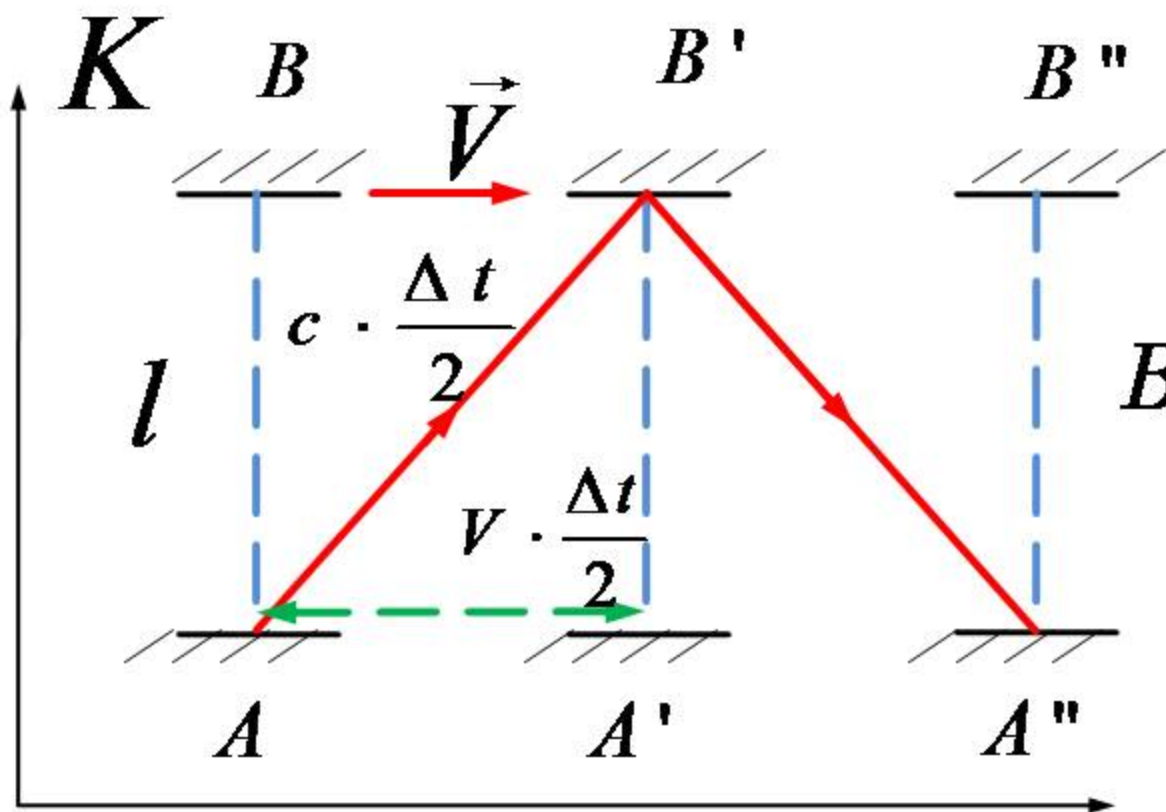
$y = y'$ в соответствии с принципом относительности (нельзя отличить одну систему от другой).

Лоренцево замедление времени

В K' системе отсчёта световые часы неподвижны. Их период:



$$\Delta t_0 = \frac{2l}{c}$$



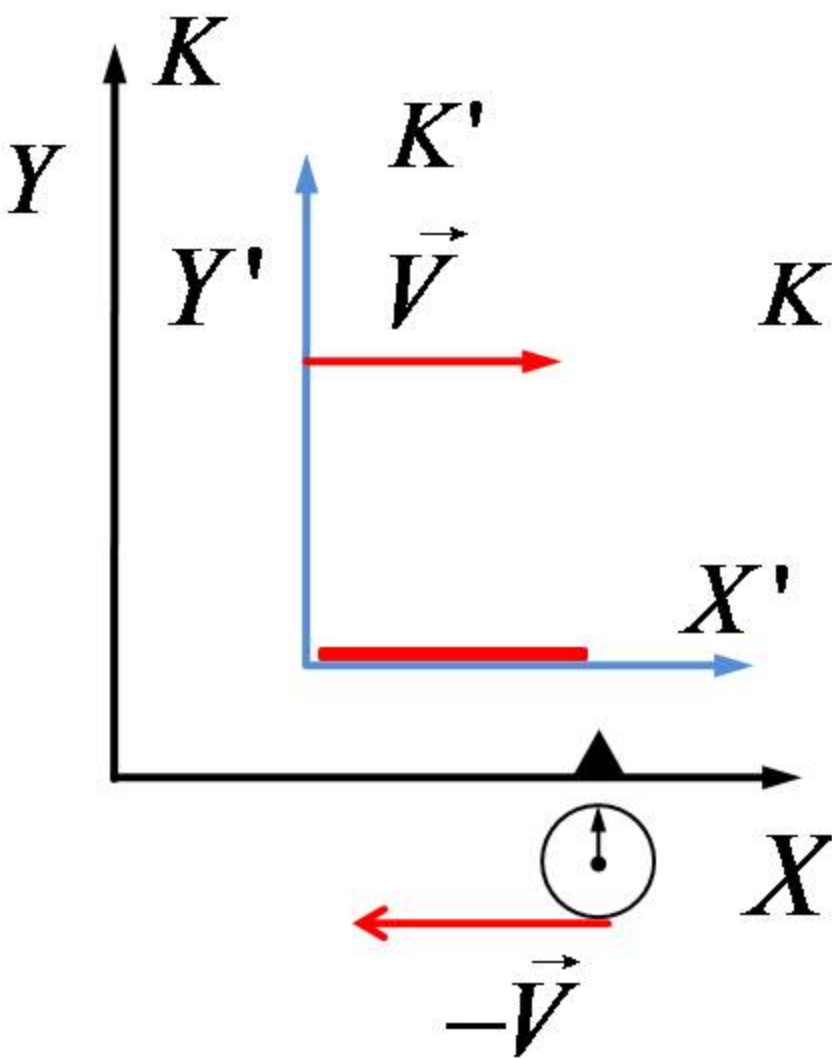
$$\Delta t_0 = \frac{2l}{c}$$

В К системе отсчёта:

$$l^2 + \left(\frac{V \Delta t}{2} \right)^2 = \left(\frac{c \Delta t}{2} \right)^2$$

$$\Delta t = \frac{2l}{c \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c} \right)^2}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c} \right)^2}}$$

Лоренцево сокращение длины



В K -системе отсчёта длина стержня: $l = V \Delta t_0$

Для наблюдателя в K' системе часы движутся со скоростью $-\vec{V}$ $l_0 = V \Delta t$

$$\frac{l}{l_0} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t} = \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}$$

Интервал между событиями 1 и 2

$$S_{12} = \sqrt{c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2} = inv$$

I. Пространственноподобный интервал $l_{12} > ct_{12}$

Можно найти такую K' систему отсчёта, в которой оба события происходят одновременно

$$(t'_{12} = 0) \quad c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = -l'^2_{12}$$

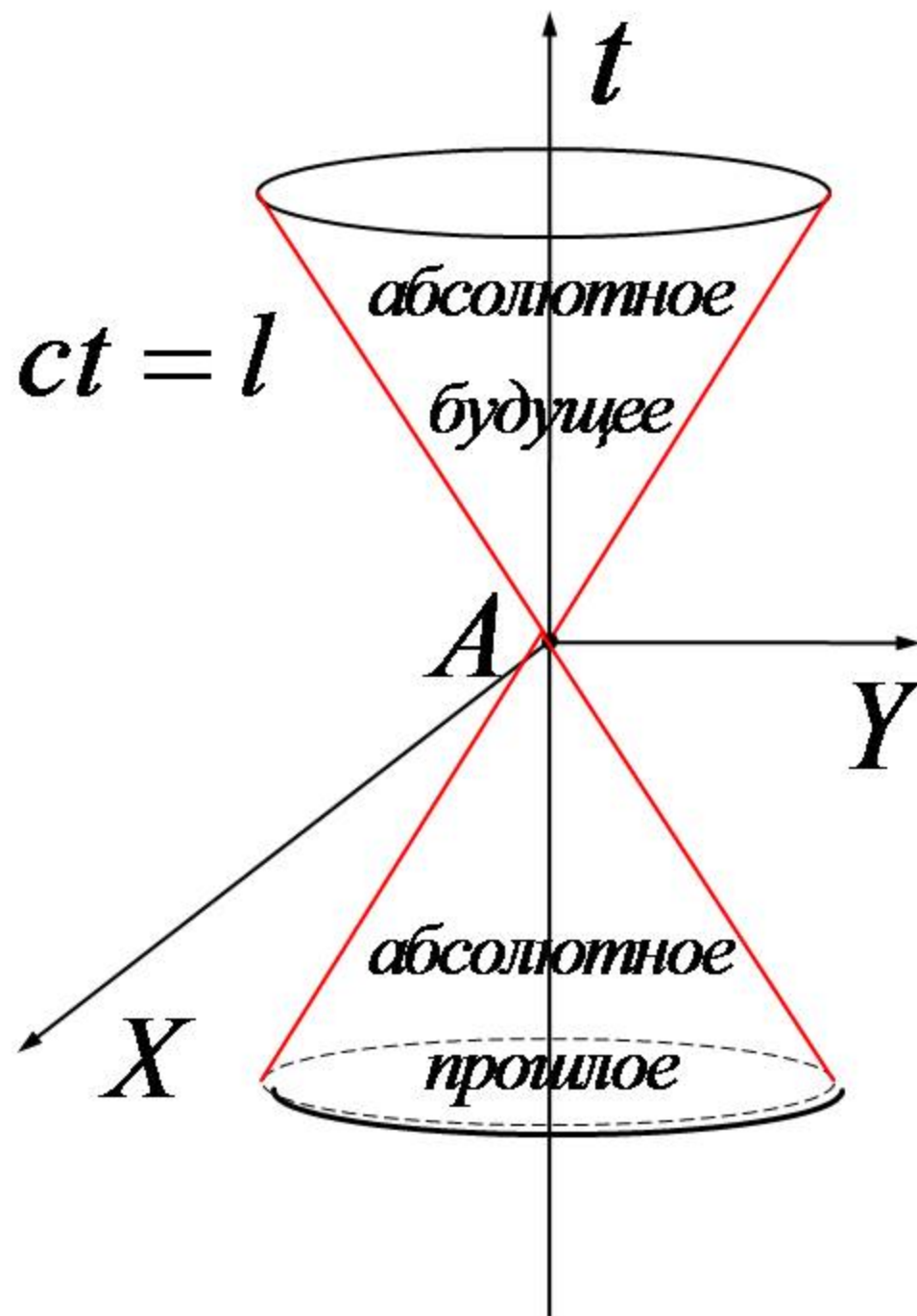
II. Времениподобный интервал $ct_{12} > l_{12}$

Можно найти такую K' систему отсчёта, в которой оба события происходят в одной точке

$$(l'_{12} = 0) \quad c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = c^2 t'^2_{12}$$

III. Светоподобный интервал $ct_{12} = l_{12}$

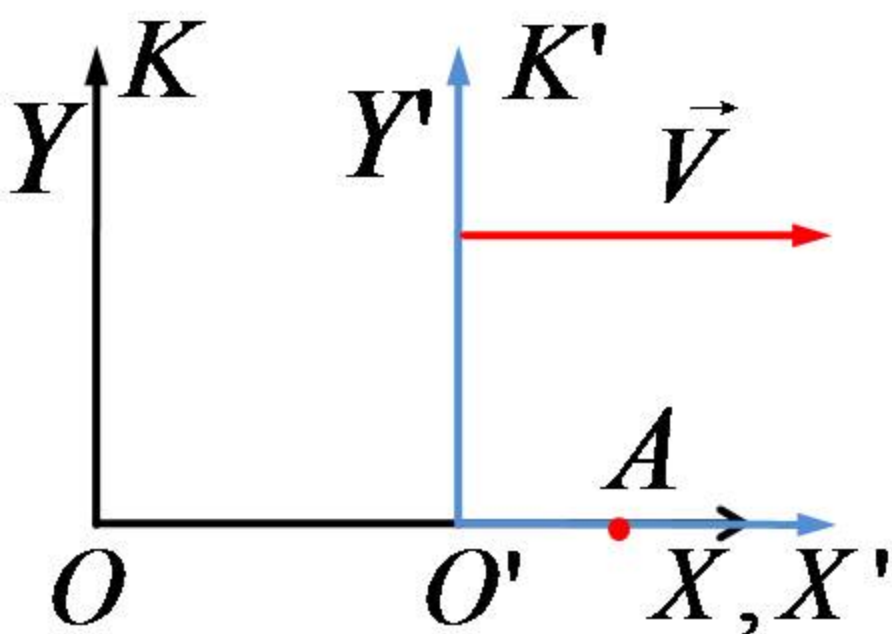
События, разделённые времениподобными и светоподобными интервалами $l_{12} \leq ct_{12}$ могут быть причинно-связаны друг с другом.



Четырёхмерное
пространство-
время
Минковского

абсолютно
удалённое

Преобразования Лоренца



Система отсчёта K' движется относительно системы отсчёта K со скоростью V . За начало отсчёта времени в обеих системах отсчёта выбран момент, когда O и O' совпадают.

В K системе отсчёта длина отрезка $O'A$:

$$x - Vt = x' \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

В K' системе отсчёта длина отрезка OA :

$$x' + Vt' = x \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Преобразования Лоренца

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{xV}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

$$y = y'$$

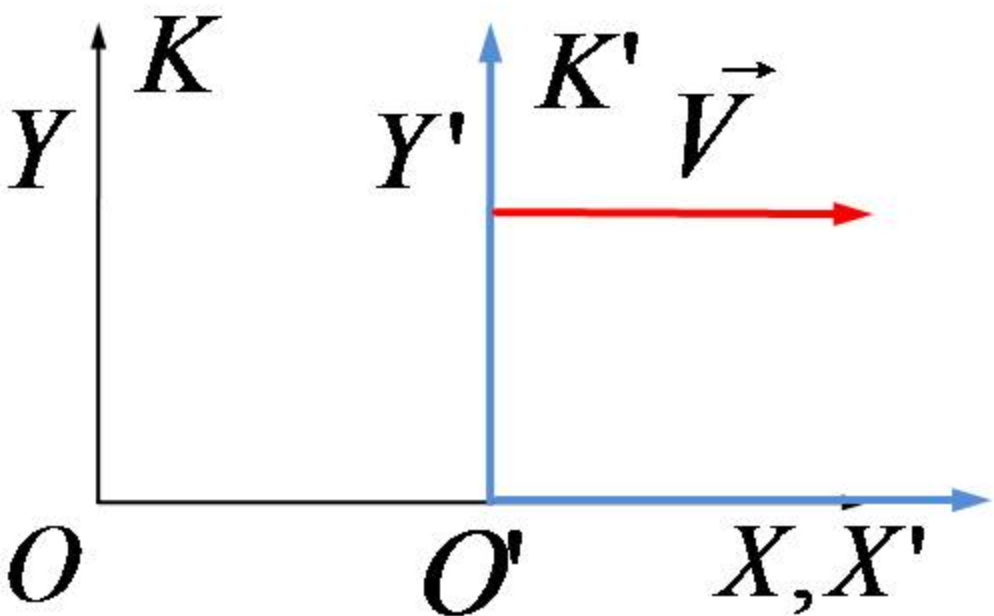
$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + \frac{x'V}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

Из преобразований Лоренца видно, что в теории относительности можно говорить об “определённом моменте времени” лишь применительно к какой-либо инерциальной системе отсчёта. Так, например, одному моменту времени в системе отсчёта K (одному определённому значению времени t в этой системе) соответствует множество значений времени t' в системе отсчёта K' в зависимости от значений координаты x .

Преобразование скорости при переходе из K в K'

Вычислим $v'_{x'}$



$$v'_{x'} = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'/dt}{dt'/dt}$$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{xV}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$



$$v'_{x'} = \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}$$

Вычислим $v'_{y'}$

$$v'_{y'} = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy'/dt}{dt'/dt}$$

$$y' = y$$

$$t' = \frac{t - \frac{xV}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$



$$v'_{y'} = \frac{v_y \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}$$

аналогично получаем выражение для

$$v'_{z'}$$

$$v'_{z'} = \frac{v_z \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}$$

Модуль скорости

$$v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2 + v_z'^2}$$

Преобразование скорости при переходе из К' в К.

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx/dt'}{dt/dt'}$$

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

$$t = \frac{t' + \frac{x'V}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$



$$v_x = \frac{v'_{x'} + V}{1 + \frac{v'_{x'}V}{c^2}}$$

Действуя аналогично, получаем выражение для

$$v_y = \frac{v_{y'}' \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}{1 + \frac{v_{x'}' V}{c^2}}$$

$$v_z = \frac{v_{z'}' \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}{1 + \frac{v_{x'}' V}{c^2}}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Формулы преобразования идентичны. K' -система отсчёта движется относительно K -системы со скоростью V , K -система относительно K' со скоростью $-V$.

$$v'_{x'} = \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}$$

$$v_x = \frac{v'_{x'} + V}{1 + \frac{v'_{x'} V}{c^2}}$$

Это подтверждает тот факт, что системы отсчёта равноправны.

Преобразование ускорения при переходе из K в K'

Формулы преобразования идентичны. K' -система отсчёта движется относительно K -системы со скоростью V , K -система относительно K' со скоростью $-V$.

$$a'_{x'} = \frac{dv'_{x'}}{dt'} = a_x \left(\frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_x V}{c^2}} \right)^3$$

$$a'_{y'} = \frac{d\omega'_{y'}}{dt'} =$$

$$= \left[\left(1 - \frac{v_x V}{c^2} \right) a_y + \frac{v_y V}{c^2} a_x \right] \frac{1 - \frac{V^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v_x V}{c^2} \right)^3}$$

$$a'_{z'} = \frac{dv'_{z'}}{dt'} =$$

$$= \left[\left(1 - \frac{v_x V}{c^2} \right) a_z + \frac{v_z V}{c^2} a_x \right] \frac{1 - \frac{V^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v_x V}{c^2} \right)^3}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = a'_{x'} \left(\frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{v'_{x'} V}{c^2}} \right)^3$$

$$a_y = \frac{d\omega_y}{dt} =$$

$$= \left[\left(1 - \frac{v'_{x'} V}{c^2} \right) a'_{y'} - \frac{v'_{y'} V}{c^2} a'_{x'} \right] \frac{1 - \frac{V^2}{c^2}}{\left(1 + \frac{v'_{x'} V}{c^2} \right)^3}$$

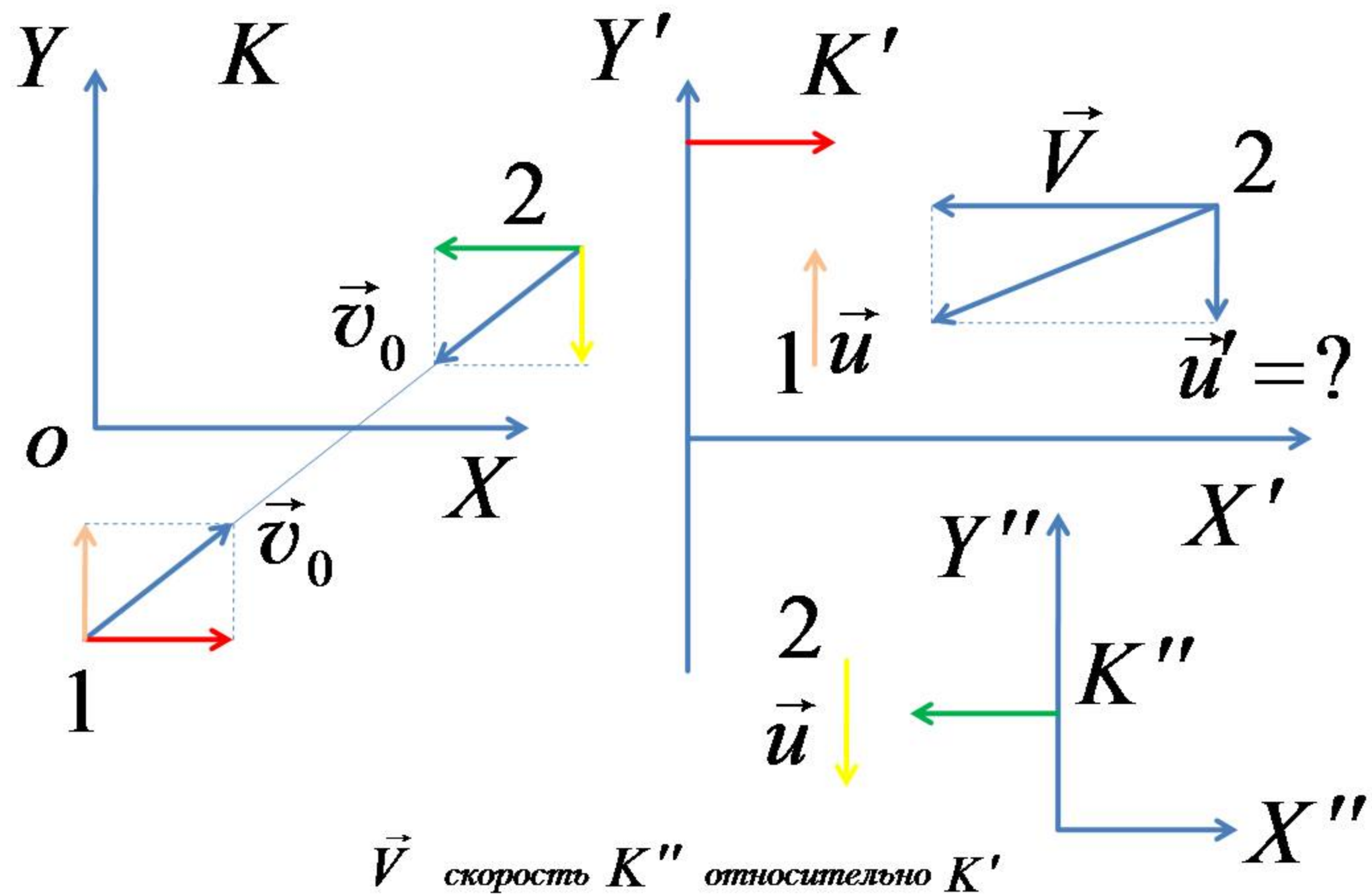
$$a_z = \frac{dv_z}{dt} =$$

$$= \left[\left(1 - \frac{v'_{x'} V}{c^2} \right) a'_{z'} - \frac{v'_{z'} V}{c^2} a'_{x'} \right] \frac{1 - \frac{V^2}{c^2}}{\left(1 + \frac{v'_{x'} V}{c^2} \right)^3}$$

Получим выражение для

релятивистского импульса частицы.

Будем исходить из того, что закон сохранения импульса должен выполняться во всех инерциальных системах отсчёта. Рассмотрим две одинаковые частицы, которые в системе отсчёта K движутся навстречу друг другу с равными по модулю скоростями v_0 . Выберем систему K' , которая движется вдоль оси X со скоростью равной проекции скорости первой частицы на X . В этой системе первая частица движется со скоростью $\vec{u}$ вверх



Рассмотрим также вторую систему отсчёта K'' , которая движется навстречу оси X со скоростью, равной проекции скорости второй частицы на ось X . В этой системе отсчёта вторая частица движется навстречу оси Y'' со скоростью u . Необходимо, чтобы в любой системе отсчёта получалось, что при столкновении частицы останавливаются, так как выполненся ЗСИ.

Вычислим скорость второй частицы в системе K' .
 Подставим в формулу преобразования скоростей значения проекций в K'' и вычислим результат.

это в K''

$$v_{x''}'' = 0 \qquad v_{y''}'' = -u$$

$$u'_{y'} = \frac{v_{y''}'' \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}{1 + \frac{v_{x''}'' V}{c^2}}$$

Также учтём,
 что K' движется
 относительно K''
 со скоростью $-\vec{V}$

$$u' = -u \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}$$

Проекции импульсов первой и второй частиц в K' оказались неравными. Это неправильно, при столкновении должен быть справедлив ЗСИ. Для того, чтобы исправить противоречие, необходимо добавить множитель

$$m_1 u = -m_2 u \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

Основное уравнение релятивистской динамики

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Релятивистский импульс частицы

$$\vec{p} = \frac{\underline{m} \vec{v}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы

$$E_{\kappa} = \underline{m} c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2}} - 1 \right)$$

Энергия покоя

$$E_0 = \underline{m} c^2$$

m (m_0)

Масса (Ранее говорили
“масса покоя,,)

Полная энергия релятивистской частицы

$$E_{\text{полн}} = E_{\text{кин}} + E_0$$

$$E_{\text{полн}} = \frac{\underline{m} c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Полная энергия частицы и её импульс связаны соотношением.

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = m^2 c^2$$

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$$

При переходе от одной системы
отсчёта к другой не изменяется
масса частицы, следовательно,
релятивистским инвариантом
является

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = \frac{E'^2}{c^2} - p'^2 = \frac{E_0^2}{c^2}$$

ФОТОН.

Фотон- квант света. Скорость фотона равна c .

*Поскольку знаменатель в формуле для импульса
обращается в нуль,*

$$\vec{p} = \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

масса фотона равна нулю.

Энергия фотона.

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

ν — частота света

λ — длина волны света

Вычислим импульс фотона. Для этого воспользуемся формулой, связывающей энергию и импульс частицы.

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = m^2 c^2 = 0$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$