

✓ Практическое занятие #8. Жорданов базис

Курс: **двухсеместровый**. Семестр: весна.

Ключевые слова:

- спектр оператора;
- жорданова цепочка;
- циклическое подпространство;
- жорданов базис.

Примеры операторов

$$\begin{aligned}
 1. \quad & A = \begin{pmatrix} -2 & 8 & 6 \\ -4 & 10 & 6 \\ 4 & -8 & -4 \end{pmatrix} \\
 2. \quad & A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix} \\
 3. \quad & A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ -1 & 8 & 6 \\ 2 & -14 & -10 \end{pmatrix} \\
 4. \quad & A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Задание: построение жордановых цепочек

Для каждого из операторов:

1. Определите спектр;
2. Постройте нильпотентные операторы в соответствующих подпространствах $N_i = A - \lambda E$;
3. Определите порядок нильпотентности сужений операторов на эти подпространства.
4. В каждом корневом подпространстве найдите векторы максимальной высоты.
5. Постройте жордановы цепочки с их помощью.

P.S. В качестве критерия получения порядка нильпотентности пользуйтесь критерием — порядок равен k , если $\dim \ker N^k = \dim \ker N^{k+1}$.

P.P.S. Для поиска корневого вектора максимальной высоты k необходимо найти такой, что он не будет обнуляться оператором N^{k-1} . Рассматривайте векторы базиса $\ker N^k$ с учетом этого условия.

P.P.P.S. Жордановы цепочки достраиваются действием нильпотентного оператора на соответствующие корневые векторы. При этом высота корневого вектора с каждым действием оператора уменьшается на единицу: $Nx_k = x_{k-1}$.