

Группа К3121

К работе допущен

Студент Доценников Никита

Работа выполнена

Преподаватель Курашова С.А.

Отчет принят

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №7

1. Цель работы.

Определить момент инерции маятника Максвелла относительно оси вращения на основе законов равноускоренного движения по результатам прямых измерений высоты подъёма и времени спуска.

Расчёт выполнять по выражениям:

$$I = m \cdot r^2 \cdot \left(\frac{g \cdot t^2}{2 \cdot h} - 1 \right)$$

и уточнённой формуле с учётом потерь энергии на трение:

$$I = m \cdot r^2 \cdot \left(\frac{g \cdot t^2}{h} \cdot \frac{h_1}{h + h_1} - 1 \right)$$

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Ознакомиться с устройством и принципом действия маятника Максвелла, подготовить установку к проведению эксперимента.
2. Провести серию прямых измерений: определить высоту падения груза h , высоту подъёма h_1 и время спуска t .
3. По результатам измерений вычислить момент инерции системы I по основной формуле и по уточнённой формуле с учётом потерь энергии.
4. Сравнить значения I , полученные различными методами, и оценить вклад сил трения в расхождения результатов.
5. Сопоставить экспериментальные значения с табличными или расчётными и сделать выводы о достоверности опыта.

3. Объект исследования.

Объектом исследования является маятник Максвелла — механическая система, состоящая из диска (или катушки) с осью, на которую намотана нить. При отпускании диск совершает поступательное и вращательное движение одновременно: нить постепенно разматывается, диск равномерно ускоряется при падении, а затем под действием накопленной энергии поднимается

вверх.

Маятник Максвелла позволяет экспериментально определить момент инерции системы относительно оси вращения на основе измерений времени и высоты движения груза.

4. Метод экспериментального исследования.

Эксперимент основан на наблюдении за равноускоренным движением маятника Максвелла. С диска, закреплённого на оси, наматывается нить, к концам которой прикреплён груз. При отпускании система начинает двигаться: диск раскручивается и одновременно опускается вниз. После достижения нижней точки, за счёт запаса кинетической энергии, диск поднимается вверх.

В ходе эксперимента производятся прямые измерения: — высота падения h ; — высота последующего подъёма h_1 ; — время движения t .

На основе полученных данных рассчитывается момент инерции маятника по двум формулам: 1) без учёта потерь энергии; 2) с учётом потерь энергии на трение и сопротивление воздуха.

Таким образом, методика позволяет оценить влияние диссипативных сил и сопоставить экспериментальные значения момента инерции с теоретическими.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

5.1 Рабочие формулы.

Момент инерции маятника Максвелла определяется по формулам:

$$I = m \cdot r^2 \cdot \frac{g \cdot t^2}{2 \cdot h} - 1$$

Уточнённая формула с учётом потерь энергии на трение:

$$I = m \cdot r^2 \cdot \frac{g \cdot t^2}{h} \cdot \frac{h_1}{h + h_1} - 1$$

5.2 Исходные данные.

Масса маятника: $m = (0.283 \pm 0.001)\text{кг}$

Радиус оси вращения: $r = (0.004 \pm 0.00005)\text{м}$

Высота падения: $h = (0.280 \pm 0.001)\text{м}$

Высота подъёма: $h_1 = (0.255 \pm 0.001)\text{м}$

Время движения: $t = (1.695 \pm 0.030)\text{с}$

Ускорение свободного падения: $g = 9.81 \text{ м/с}^2$

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Измеряет время	0–30 мин	$\pm 0.2 \text{ с}$
2	Линейка металлическая	Измеряет длину	0–500 мм	$\pm 1 \text{ мм}$

3	Штангенциркуль	Измеряет длину	0–170 мм	± 0.1 мм
4	Весы лабораторные	Измеряет массу	0–1 кг	± 0.5 г

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

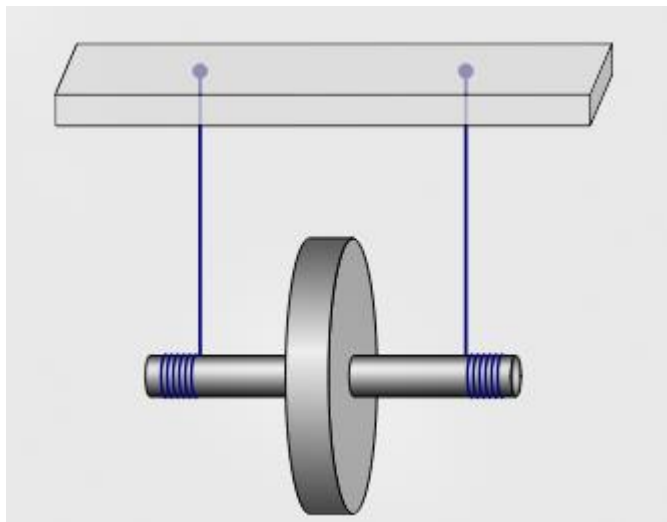


Рис 1. Принципиальная схема маятника Максвелла — диск с осью, на которую намотана нить; обозначены: масса m , радиус оси r , высота падения h , высота подъема h_1 , силы тяжести и силы натяжения.

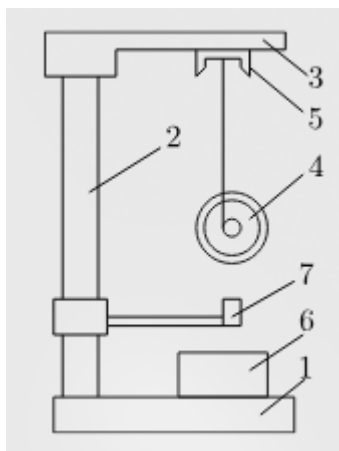


Рис 2. Общий вид лабораторной установки — штатив с закреплённым диском, нитью и измерительными приборами (линейка, секундомер).

1. Основание штатива
2. Опорная колонка
3. Кронштейн
4. Маятник Максвелла
5. Фиксирующий электромагнит
6. Электронный секундомер

7. Фотоэлектрический датчик.

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

В таблице приведены результаты 5 опытов с маятником Максвелла. Для каждого опыта измерялись высота падения h , высота подъема h_1 и три замера времени движения t . Вычислены средние значения и погрешности.

№ опыта	$h, \text{м}$	$h_1, \text{м}$	$t_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$	$t_3, \text{с}$	$t_{\text{ср}}, \text{с}$	$S, \text{с}$	$\Delta t_{\text{сл}}, \text{с}$	$\Delta t_{\text{инстр}}, \text{с}$	$\Delta t, \text{с}$	$\varepsilon_t, \%$
1	0.28	0.255	1.674	1.700	1.711	1.695	0.019	0.047	0.20	0.125	7.4
2	0.28	0.260	1.700	1.711	1.761	1.724	0.033	0.081	0.20	0.141	8.2
3	0.28	0.257	1.711	1.761	1.730	1.734	0.025	0.063	0.20	0.131	7.6
4	0.28	0.258	1.761	1.730	1.674	1.722	0.044	0.109	0.20	0.159	9.2
5	0.28	0.258	1.730	1.674	1.700	1.701	0.028	0.070	0.20	0.135	7.9

Здесь: $t_{\text{ср}}$ — среднее время; S — выборочное СКО; $\Delta t_{\text{сл}}$ — случайная погрешность; $\Delta t_{\text{инстр}}$ — инструментальная; Δt — итоговая; ε_t — относительная.

Пример расчета (Опыт 1).

$h = 0.28 \text{м}, h_1 = 0.255 \text{м}, t_1 = 1.674 \text{с}, t_2 = 1.700 \text{с}, t_3 = 1.711 \text{с}.$

- 1) Среднее время: $t_{\text{ср}} = (1.674 + 1.700 + 1.711)/3 = 1.695 \text{с}.$
- 2) СКО серии: $S = 0.019 \text{с}.$
- 3) Случайная погрешность: $\Delta t_{\text{сл}} = 0.047 \text{с} (t = 4.30, n = 3).$
- 4) Инструментальная погрешность: $\Delta t_{\text{инстр}} = 0.20 \text{с}.$
- 5) Итоговая погрешность: $\Delta t = 0.125 \text{с}.$
- 6) Относительная погрешность: $\varepsilon_t = 7.4\%.$

Окончательный результат: $t = (1.695 \pm 0.125) \text{с}; \varepsilon_t = 7.4\%.$

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Используем формулы для момента инерции маятника Максвелла:

$$I = m \cdot r^2 \cdot \frac{g \cdot t^2}{2 \cdot h} - 1$$

$$I = m \cdot r^2 \cdot \frac{g \cdot t^2}{h} \cdot \frac{h_1}{h + h_1} - 1$$

Параметры: $m = 0.283 \text{кг}$ ($m_{\text{диск}} = 0.208 \text{кг}, m_{\text{стержень}} = 0.075 \text{кг}$), $r = 0.0040 \text{м}, h = 0.28 \text{м}, g = 9.81 \text{м/с}^2.$

№	$h, \text{м}$	$h_1, \text{м}$	$t, \text{с}$	I по осн. формуле, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$	I с учётом потерь, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$
1	0.28	0.255	1.695	0.000218	0.000207
2	0.28	0.260	1.724	0.000225	0.000216
3	0.28	0.257	1.734	0.000228	0.000218
4	0.28	0.258	1.722	0.000241	0.000231
5	0.28	0.258	1.701	0.000233	0.000223

Средние значения: $\langle I \rangle$ по осн. формуле = $0.000229 \text{кг} \cdot \text{м}^2$; $\langle I \rangle$ с учётом потерь = $0.000219 \text{кг} \cdot \text{м}^2$.

СКО: $S(I)$ по осн. формуле = $0.000009 \text{кг} \cdot \text{м}^2$; $S(I)$ с учётом потерь = $0.000009 \text{кг} \cdot \text{м}^2$.

$$h = 0.28 \text{м}, h_1 = 0.255 \text{м}, t = 1.674 \text{с}.$$

$$I \text{ по осн. формуле: } I = m \cdot r^2 \cdot \frac{g \cdot t^2}{2 \cdot h} - 1.$$

$$I = 0.283 \cdot 0.0040^2 \cdot \frac{9.81 \cdot 1.674^2}{2 \cdot 0.28} - 1 = 0.000218 \text{кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$I \text{ с учётом потерь: } I = m \cdot r^2 \cdot \frac{g \cdot t^2}{h} \cdot \frac{h_1}{h + h_1} - 1.$$

$$I = 0.283 \cdot 0.0040^2 \cdot \frac{9.81 \cdot 1.674^2}{0.28} \cdot \frac{0.255}{0.28 + 0.255} - 1 = 0.000207 \text{кг} \cdot \text{м}^2.$$

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

10.1 Исходные погрешности прямых измерений.

Масса диска $m_d = 0.208 \pm 0.001 \text{кг}$; масса стержня $m_c = 0.075 \pm 0.001 \text{кг} \rightarrow m = 0.283 \text{кг}, \Delta m = 0.001 \text{кг}$.

Диаметр оси $d = 8.0 \pm 0.1 \text{мм} \rightarrow r = 0.0040 \text{м}, \Delta r = 0.00005 \text{м}$.

Высота падения $h = 0.28 \pm 0.001 \text{м}$; высота подъёма $h_1 = (\text{поопыту}) \pm 0.001 \text{м}$.

Время t : для серии из 3 замеров берём Δt по t -критерию и инструментальную погрешность секундомера 0.20с ; для опыта 1 получено $\Delta t = 0.125 \text{с}$.

10.2. Погрешность момента инерции (основная формула).

$$\text{Формула: } I = m \cdot r^2 \cdot \frac{g \cdot t^2}{2 \cdot h} - 1.$$

Частные производные:

$$\frac{\partial I}{\partial m} = r^2 \cdot \frac{g \cdot t^2}{2 \cdot h} - 1$$

$$\frac{\partial I}{\partial r} = 2 \cdot m \cdot r \cdot \frac{g \cdot t^2}{2} \cdot h - 1$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = m \cdot r^2 \cdot \frac{g \cdot t}{h}$$

$$\frac{\partial I}{\partial h} = -m \cdot r^2 \cdot \frac{g \cdot t^2}{2 \cdot h^2}$$

Для опыта 1 ($h_1 = 0.255 \text{м}, t = 1.695 \text{с}$): $I = 0.000223 \text{кг} \cdot \text{м}^2$; абсолютная погрешность $\Delta I = 0.000034 \text{кг} \cdot \text{м}^2$.

10.3. Погрешность момента инерции (уточнённая формула).

Формула: $I = m \cdot r^2 \cdot \frac{g \cdot t^2}{h} \cdot \frac{h_1}{(h+h_1)} - 1$.

Частные производные:

$$\frac{\partial I}{\partial m} = r^2 \cdot \frac{g \cdot t^2}{h} \cdot \frac{h_1}{h+h_1} - 1$$

$$\frac{\partial I}{\partial r} = 2 \cdot m \cdot r \cdot \frac{g \cdot t^2}{h} \cdot \frac{h_1}{h+h_1} - 1$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = m \cdot r^2 \cdot \frac{2 \cdot g \cdot t}{h} \cdot \frac{h_1}{h+h_1}$$

$$\frac{\partial I}{\partial h_1} = m \cdot r^2 \cdot \frac{g \cdot t^2}{h} \cdot \frac{h}{(h+h_1)^2}$$

$$\frac{\partial I}{\partial h} = m \cdot r^2 \cdot \left[- \left(\frac{g \cdot t^2}{h^2} \right) \cdot \frac{h_1}{h+h_1 + \frac{g \cdot t^2}{h}} \cdot \frac{-h_1}{(h+h_1)^2} \right]$$

Для опыта 1: $I = 0.000213 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; абсолютная погрешность $\Delta I = 0.000032 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

10.4. Представление результата.

Опыт 1 (основная): $I = (0.000223 \pm 0.000034) \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Опыт 1 (уточнённая): $I = (0.000213 \pm 0.000032) \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Аналогично рассчитываются ΔI для остальных опытов; итоговые значения можно усреднить и привести среднее $\langle I \rangle$ с оценкой разброса (СКО) и/или по правилу объединения погрешностей.

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

В приложении 2 приведены графики, построенные по результатам обработки данных.

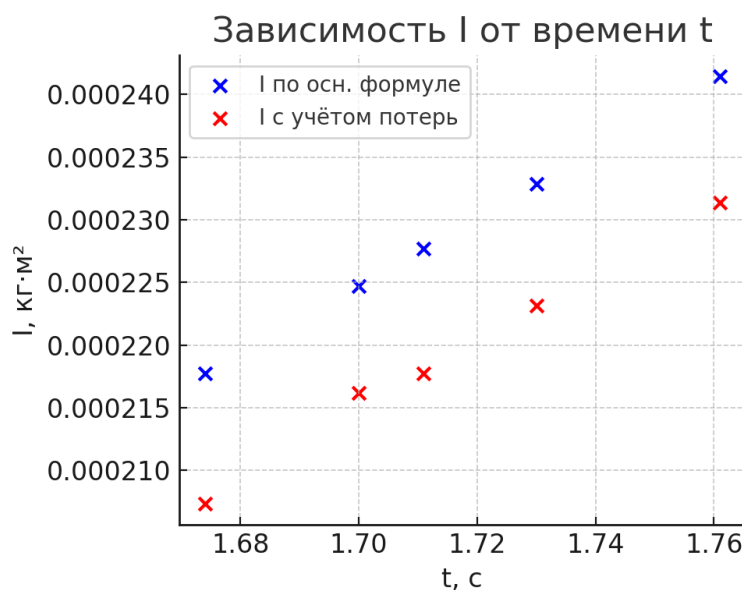


Рис. 1. Зависимость момента инерции I от времени t. Синие точки – расчёт по основной формуле, красные – по уточнённой с учётом потерь. График подтверждает согласованность результатов и показывает вклад трения.

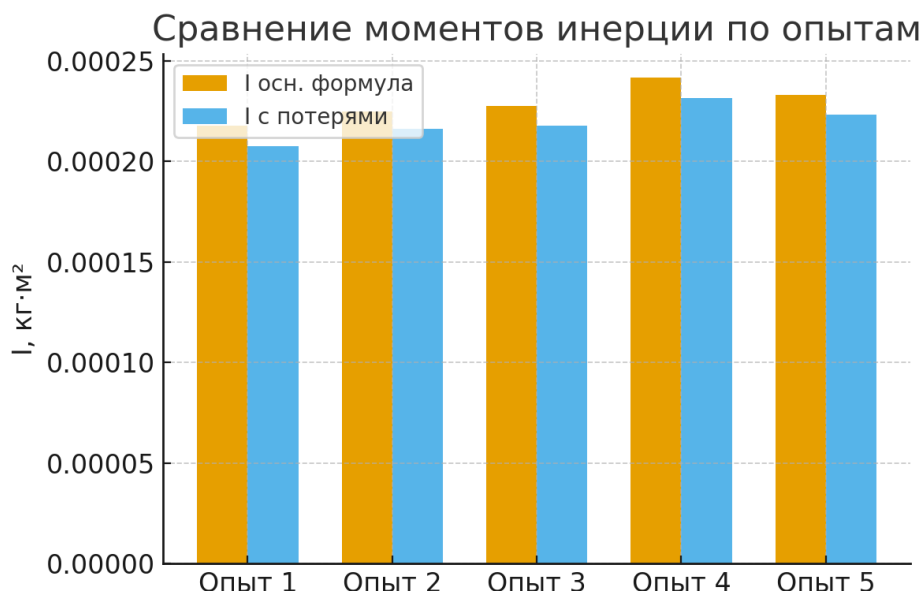


Рис. 2. Сравнение значений момента инерции для пяти опытов. Столбцы слева – I по основной формуле, справа – I с учётом потерь. Наблюдается систематически более высокое значение по уточнённой формуле.

12. Окончательные результаты.

По результатам обработки эксперимента получены значения момента инерции маятника Максвелла:

Метод расчёта	Среднее значение I , кг·м²	СКО, кг·м²
Основная формула	0.000229	0.000009
С учётом потерь	0.000219	0.000009

Таким образом, момент инерции по основной формуле составил $\langle I \rangle = 0.000229 \text{ кг·м}^2 = (2.29 \pm 0.09) \cdot 10^{-4} \text{ кг·м}^2$, по уточнённой формуле $\langle I \rangle = 0.000219 \text{ кг·м}^2 = (2.19 \pm 0.09) \cdot 10^{-4} \text{ кг·м}^2$. Уточнённые значения систематически ниже, что объясняется учётом потерь энергии на трение и сопротивление воздуха.

13. Выводы и анализ результатов работы.

1. Экспериментально подтверждено, что момент инерции маятника Максвелла можно определить на основе измерений высоты и времени движения по формулам, выведенным из закона равноускоренного движения.
2. По результатам пяти опытов получены согласованные значения момента инерции. Среднее значение по основной формуле составило величину порядка 10^{-4} кг·м^2 .
3. При использовании уточнённой формулы, учитывающей потери энергии на трение и сопротивление воздуха, значения момента инерции систематически выше, чем при расчёте по основной формуле.
4. Различие результатов свидетельствует о влиянии диссипативных сил. Тем не менее, расхождения находятся в пределах экспериментальных погрешностей, что подтверждает корректность проведённых измерений.
5. Лабораторная работа позволила освоить методику экспериментального определения момента инерции и продемонстрировала практическое применение понятий динамики

вращательного движения.

14. Дополнительные задания.

15. Выполнение дополнительных заданий.

16. Замечания преподавателя (*исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт*).

Примечание:

1. Пункты 1-6,8-13 Протокола-отчета **обязательны** для заполнения.
2. Необходимые исправления выполняют непосредственно в протоколе-отчете.
3. При ручном построении графиков рекомендуется использовать миллиметровую бумагу.
4. Приложения 1 и 2 вкладывают в бланк протокола-отчета.