

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Задачи по электричеству и магнетизму из разных учебников

Содержание

1	Закон Кулона. Принцип суперпозиции.	3
---	-------------------------------------	---

1 Закон Кулона. Принцип суперпозиции.

1. На шёлковой нити подвешен шар массы m , заряд которого q_1^+ . Рассчитать на какое расстояние необходимо поднести положительно заряженный шар, с зарядом q_2^+ , чтобы сила натяжения нити уменьшилась вдвое.

Ответ: $l = \sqrt{\frac{2kq_1^+ q_2^+}{mg}}$.

2. К потолку в одной точке на шёлковых нитях длины l подвешены два одинаковых шара обладающих одинаковым зарядом q и массой m . Расстояние между шарами $x \ll l$. Рассчитать скорость утечки зарядов $\frac{dq}{dt}$ с каждого шара, если скорость их сближения, как функция от x имеет виды: $v(x) = \frac{\alpha}{\sqrt{x}}$ (α — некоторая постоянная).

Ответ: $\frac{dq}{dt} = \frac{3\alpha}{2} \sqrt{\frac{mg}{2kl}}$

3. Радиус векторы двух положительных зарядов q_1 и q_2 соответственно $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$. Рассчитать отрицательный заряд q_3 и его радиус-вектор $\mathbf{r}_3$ точки в которую его надо поместить, чтобы сила, действующая на каждый из зарядов была равна 0.

Ответ: $q_3 = -\frac{q_1 q_2}{(\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2})^2}$, $\mathbf{r}_3 = \frac{\sqrt{q_1} \mathbf{r}_2 + \sqrt{q_2} \mathbf{r}_1}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}}$.

4. Точечный заряд $q = 50$ мкКл расположен в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}_0 = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$. Найти напряжённость $\mathbf{E}$ электрического поля и её модуль в точке с радиус-вектором $\mathbf{r} = 8\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$. Координаты векторов заданы в метрах.

Ответ: $E = 4.5$ кВ/м; $\mathbf{E} = 2.7\mathbf{i} - 3.6\mathbf{j}$

5. Точечные заряды $q^{(+)}$ и $q^{(-)}$ расположены по углам квадрата (рис. 1), диагональ которого равна $2l$. Найти модуль напряжённости электрического поля в точке, отстоящей на расстояние x от плоскости квадрата, симметрично относительно его

вершин.

Ответ: $E = k \frac{2\sqrt{2}ql}{(l^2 + x^2)^{3/2}}.$

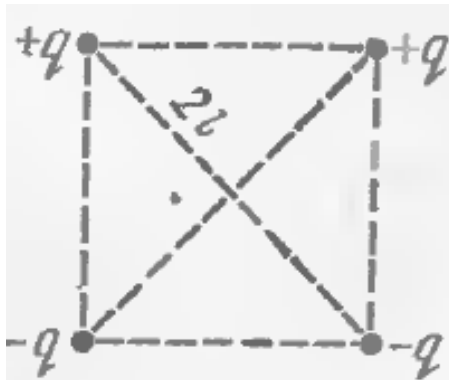


Рис. 1

6. В центре равностороннего треугольника расположен заряд $q_0 = 10$ нКл. Рассчитайте, какие одинаковые заряды q_1 необходимо расположить в вершинах этого треугольника, чтобы результирующая сила, действующая на каждый заряд, была равна нулю.

Ответ: $q_1 = -17$ нКл.

7. Система состоит из протона p и электрона e , расстояние между которыми $r = 50$ пм. Рассчитать модуль напряжённости электрического поля, создаваемого этими частицами в точках A и B , когда эти частицы находятся в положении, изображённом на (рис. 2).

Ответ: $E_A = 4.3 \cdot 10^{11}$ В/м, $E_B = 4.2 \cdot 10^{11}$ В/м.

8. В вершинах квадрата со сторонами $a = 0.08$ м расположены одинаковые заряды $q^{(+)} = 5$ нКл. Рассчитайте модуль напряжённости электрического поля в середине одной из сторон

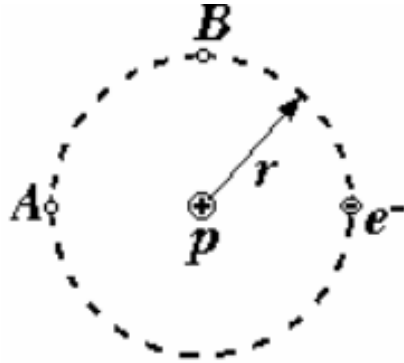


Рис. 2

квадрата.

Ответ: $E \approx 10$ кВ/м.

9. Свинцовый шарик диаметр которого $d = 7$ мм поместили в однородное электрическое поле в глицериновый раствор. Рассчитать заряд этого шарика, если электрическое поле направлено вверх, а модуль его напряжённости $E = 9$ кВ/см.

Ответ: $q \approx 20$ нКл.

10. Кусок тонкой проволоки изогнутый полукольцом радиусом R имеет равномерно распределённый заряд q . Рассчитать модуль напряжённости электрического поля E в центре этого полукольца.

Ответ: $E = \frac{q}{2\pi^2\epsilon_0 R^2}$.

11. Найти модуль напряжённости электрического поля на оси заряженного тонкого кольца, как функцию расстояния до центра кольца – $E(z)$, если заряд кольца равен q , а радиус R . Исследовать полученную зависимость при $z \gg R$. Рассчитать максимальное значение модуля напряжённости E_{max} и соответствующую ему координату точки на оси OZ .

Ответ: $E(z) = \frac{kqz}{(z^2 + R^2)^{3/2}}, z_{max} = \frac{R}{\sqrt{2}}, E_{max} = \frac{2kq}{3^{3/2}R^2}.$

12. Рассчитать модуль силы взаимодействия между тонким кольцом радиуса R , заряд которого равен q и длинной равномерно заряженной нитью, имеющей линейную плотность заряда равную λ , если нить расположена вдоль оси симметрии кольца, так, что один её конец совпадает с центром кольца.

Ответ: $F = \frac{kq\lambda}{R}.$

13. Тонкий стержень длины l имеет равномерно распределённый заряд q . Рассчитать, модуль напряжённости электрического поля в точке расположенной на расстоянии a от одного из концов стержня, по линии стержня.

Ответ: $E = \frac{kq}{a(l+a)}.$

14. Линейная плотность тонкого заряженного кольца радиуса R зависит от азимутального угла по закону $\lambda = \lambda_0 \cos \varphi$ (λ_0 – постоянная). Рассчитать модуль напряжённости электрического поля в центра кольца и на оси симметрии кольца в зависимости от расстояния до центра кольца.

Ответ $E_O = \frac{\lambda_0}{4\varepsilon_0 R}, E(z) = \frac{\lambda_0 R^2}{4\varepsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}}.$

15. Система состоит из равномерно заряженного стержня длины $2a$, расположенного в вакууме. Рассчитать модуль вектора напряжённости как функцию расстояния r от центра стержня до точки на прямой:

- перпендикулярной стержню и проходящей через его центр;
- совпадающей с осью стержня, при $r > a$.

Заряд стержня равен q .

Ответ: $E = \frac{kq}{r\sqrt{a^2 + r^2}}, E = \frac{kq}{r^2 - a^2}.$

16. Сфера радиуса R заряжена с поверхностной плотностью $\sigma = (\mathbf{r}, \mathbf{a})$, где $\mathbf{a}$ некоторый постоянный вектор, а $\mathbf{r}$ – радиус вектор

точки на сфере относительно её центра. Рассчитать вектор напряжённости электрического поля в центре сферы.

Ответ: $\mathbf{E} = \frac{aR}{3\varepsilon_0} \mathbf{e}_z$.

17. Рассчитать вектор напряжённости в центре заряженного шара радиуса R если объёмная плотность заряда шара $\rho = (\mathbf{r}, \mathbf{a})$, где $\mathbf{a}$ некоторый постоянный вектор, а $\mathbf{r}$ – радиус вектор произвольной точки шара, проведённый из его центра.

Ответ: $\mathbf{E} = \frac{R^2 a}{6\varepsilon_0} \mathbf{e}_z$.

18. Бесконечно длинная цилиндрическая поверхность круглого сечения заряжена так, что поверхностная плотность зависит только от угла φ цилиндрической системы координат: $\sigma = \sigma_0 \cos \varphi$. Рассчитать модуль вектора в произвольной точке, лежащей на оси цилиндра.

Ответ: $E = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}$.

0.1 Расчет напряженности непрерывного распределения заряда на основе теоремы Гаусса.

1. Напряжённость электрического поля, как функция координат имеет вид: $\mathbf{E} = \frac{\alpha x \mathbf{i} + \alpha y \mathbf{j}}{x^2 + y^2}$, где $\alpha = const$, а $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ – орты координатных осей OX и OY соответственно. Найти поток вектора $\mathbf{E}$ через сферу радиуса R с центром в начале координат.

Ответ: $P = 4\pi\alpha R$.

2. Объёмная плотность положительно заряженного шара радиуса R зависит только от расстояния до центра шара: $\rho(r) = \rho_0(1 - \frac{r}{R})$, где $\rho_0 = const$. Найти:
 - модуль напряжённости электрического поля внутри и вне шара, как функцию r ;
 - максимальные значения модуля напряжённости E_{max} и соответствующее ему значение r_{max} .

Диэлектрическая проницаемость всюду $\varepsilon = 1$.

Ответ: $E_r(r \leq R) = \frac{\rho_0 r}{3\varepsilon_0} \left(1 - \frac{3r}{4R}\right)$, $E_r(r \geq R) = \frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 r^2}$,
 $r_{max} = \frac{2}{3}R$, $E_r(r_{max}) = \frac{\rho_0 R}{9\varepsilon_0}$.

3. Система состоит из равномерно заряженного шара радиуса $R = 0.2$ м, объёмная плотность которого $\rho = 20$ нКл/м³. Рассчитать модуль напряжённости электрического поля:
 - на расстоянии $r = 0.1$ м от центра шара;
 - на поверхности шара;
 - на расстоянии $r = 0.25$ м от центра шара.

Диэлектрическая проницаемость материала из которого состоит шар $\varepsilon = 5$.

Ответ: $E(0.1) \approx 15$ В/м, $E(0.2) \approx 30$ В/м ($r \leq R$), $E(0.25) \approx 96$ В/м, $E(0.25) \approx 151$ В/м ($r \geq R$).

4. Шар радиуса R заряженный равномерно помещён в некоторую среду диэлектрическая проницаемость которой $\varepsilon = 1$. Среда заполнена зарядом, объёмная плотность которого $\rho = \frac{\alpha}{r}$, где α – постоянная, а r – расстояние от центра шара. Рассчитать заряд шара при котором модуль напряжённости электрического поля вне шара не зависит от r .

Ответ: $q = 2\pi\alpha R^2$.

5. Система представлена областью пространства. По пространству распределён заряд, плотность которого зависит от расстояния до центра по закону $\rho = \rho_0 \exp(-\alpha r^3)$, где α некоторая постоянная. Найти модуль напряжённости, как функцию r .

Ответ: $E_r = \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0\alpha r^2} (1 - \exp(-\alpha r^3))$.

6. Рассчитать напряжённость электрического поля бесконечной плоскости, заряженной равномерно. Поверхностная плотность заряда – σ . Расчёт произвести 2-мя способами:

- с использованием закона Кулона;
- с использованием теоремы Гаусса.

Ответ: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \mathbf{n}$.

7. Рассчитать напряжённость электростатического поля создаваемого бесконечной длинной нитью, заряженной равномерно. Поверхностная плотность заряда – λ . Расчёт произвести 2-мя способами:

- с использованием закона Кулона;
- с использованием теоремы Гаусса.

Ответ: $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \mathbf{n}$

8. Рассчитать вектор напряжённости электростатического поля в области пересечения двух шаров, равномерно заполненными

разноименными зарядами с объёмной плотностью ρ и $-\rho$. Расстояния между центрами шаров характеризуется вектором $\mathbf{a}$.

Ответ: $\mathbf{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \mathbf{a}$.

9. Напряжённость аксиально симметричного электростатического поля зависит от расстояния до источника по закону $\mathbf{E} = \frac{\alpha}{r^2} \mathbf{r}$ (α – постоянная). Рассчитать заряд внутри сферы радиуса R , центр которой расположен на источнике.