Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики

Физико-технический факультет

Задачи по электричеству и магнетизму из разных учебников

Содержание

1 Закон Кулона. Принцип суперпозиции.

1. На шёлковой нити подвешен шар массы m, заряд которого q_1^+. Рассчитать на какое расстояние необходимо поднести положительно заряженный шар, с зарядом q_2^+, чтобы сила натяжения нити уменьшилась вдвое.
   Ответ: $l = \sqrt{\dfrac{2kq_1^+ q_2^+}{mg}}$.

2. К потолку в одной точке на шёлковых нитях длины l подвешены два одинаковых шара обладающих одинаковым зарядом q и массой m. Расстояние между шарами $x \ll l$. Рассчитать скорость утечки зарядов $\dfrac{dq}{dt}$ с каждого шара, если скорость их сближения, как функция от x имеет виды: $v(x) = \dfrac{\alpha}{\sqrt{x}}$ (α – некоторая постоянная).
   Ответ: $\dfrac{dq}{dt} = \dfrac{3\alpha}{2}\sqrt{\dfrac{mg}{2kl}}$

3. Радиус векторы двух положительных зарядов q_1 и q_2 соответственно $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$. Рассчитать отрицательный заряд q_3 и его радиус-вектор $\mathbf{r}_3$ точки в которую его надо поместить, чтобы сила, действующая на каждый из зарядов была равна 0.
   Ответ: $q_3 = -\dfrac{q_1 q_2}{(\sqrt{q_1} + \sqrt{q_1})^2}$, $\mathbf{r}_3 = \dfrac{\sqrt{q_1}\mathbf{r}_2 + \sqrt{q_2}\mathbf{r}_1}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}}$.

4. Точечный заряд $q = 50$ мкКл расположен в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}_0 = 2\mathbf{i}+3\mathbf{j}$. Найти напряжённость $\mathbf{E}$ электрического поля и её модуль в точке с радиус-вектором $\mathbf{r} = 8\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$. Координаты векторов заданы в метрах.
   Ответ: $E = 4.5$ кВ/м; $\mathbf{E} = 2.7\mathbf{i} - 3.6\mathbf{j}$

5. Точечные заряды $q^{(+)}$ и $q^{(-)}$ расположены по углам квадрата (рис. 1), диагональ которого равна $2l$. Найти модуль напряжённости электрического поля в точке, отстоящей на расстояние x от плоскости квадрата, симметрично относительно его

вершин.

Ответ: $E = k\dfrac{2\sqrt{2}ql}{(l^2 + x^2)^{3/2}}$.

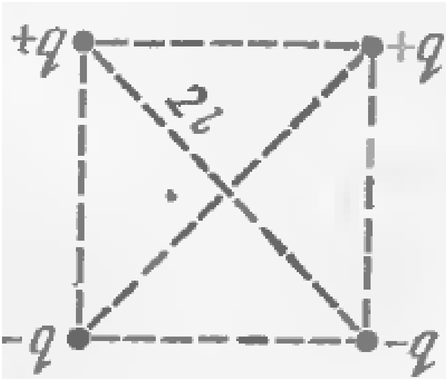

Рис. 1

6. В центре равностороннего треугольника расположен заряд $q_0 = 10$ нКл. Рассчитайте, какие одинаковые заряды q_1 необходимо расположить в вершинах этого треугольника, чтобы результирующая сила, действующая на каждый заряд, была равна нулю.
Ответ: $q_1 = -17$ нКл.

7. Система состоит из протона p и электрона e, расстояние между которыми $r = 50$ пм. Рассчитать модуль напряжённости электрического поля, создаваемого этими частицами в точках A и B, когда эти частицы находятся в положении, изображённом на (рис. 2).
Ответ: $E_A = 4.3 \cdot 10^{11}$ В/м, $E_B = 4.2 \cdot 10^{11}$ В/м.

8. В вершинах квадрата со сторонами $a = 0.08$ м расположены одинаковые заряды $q^{(+)} = 5$ нКл. Рассчитайте модуль напряжённости электрического поля в середине одной из сторон

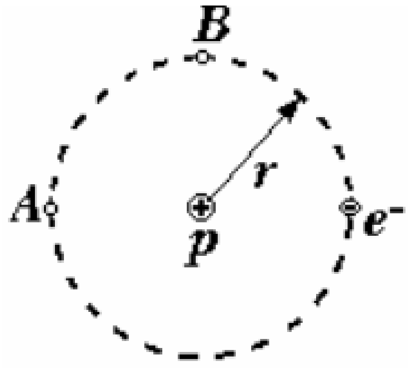

Рис. 2

квадрата.
Ответ: $E \approx 10$ кВ/м.

9. Свинцовый шарик диаметр которого $d = 7$ мм поместили в однородное электрическое поле в глицериновый раствор. Рассчитать заряд этого шарика, если электрическое поле направленно вверх, а модуль его напряжённости $E = 9$ кВ/см.
Ответ: $q \approx 20$ нКл.

10. Кусок тонкой проволоки изогнутый полукольцом радиусом R имеет равномерно распределённый заряд q. Рассчитать модуль напряжённости электрического поля E в центре этого полукольца.
Ответ: $E = \dfrac{q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}$.

11. Найти модуль напряжённости электрического поля на оси заряженного тонкого кольца, как функцию расстояния до центра кольца – $E(z)$, если заряд кольца равен q, а радиус R. Исследовать полученную зависимость при $z \gg R$. Рассчитать максимальное значение модуля напряжённости E_{max} и соответствующую ему координату точки на оси OZ.

Ответ: $E(z) = \dfrac{kqz}{(z^2+R^2)^{3/2}}$, $z_{max} = \dfrac{R}{\sqrt{2}}$, $E_{max} = \dfrac{2kq}{3^{3/2}R^2}$.

12. Рассчитать модуль силы взаимодействия между тонким кольцом радиуса R, заряд которого равен q и длинной равномерно заряженной нитью, имеющей линейную плотность заряда равную λ, если нить расположена вдоль оси симметрии кольца, так, что один её конец совпадает с центром кольца.

    Ответ: $F = \dfrac{kq\lambda}{R}$.

13. Тонкий стержень длины l имеет равномерно распределённый заряд q. Рассчитать, модуль напряжённости электрического поля в точке расположенной на расстоянии a от одного из концов стержня, по линии стержня.

    Ответ: $E = \dfrac{kq}{a(l+a)}$.

14. Линейная плотность тонкого заряженного кольца радиуса R зависит от азимутального угла по закону $\lambda = \lambda_0 \cos\varphi$ (λ_0 – постоянная). Рассчитать модуль напряжённости электрического поля в центра кольца и на оси симметрии кольца в зависимости от расстояния до центра кольца.

    Ответ $E_O = \dfrac{\lambda_0}{4\varepsilon_0 R}$, $E(z) = \dfrac{\lambda_0 R^2}{4\varepsilon_0 (R^2+z^2)^{3/2}}$.

15. Система состоит из равномерно заряженного стержня длины $2a$, расположенного в вакууме. Рассчитать модуль вектора напряжённости как функцию расстояния r от центра стержня до точки на прямой:

    - перпендикулярной стержню и проходящей через его центр;
    - совпадающей с осью стержня, при $r > a$.

    Заряд стрежня равен q.

    Ответ: $E = \dfrac{kq}{r\sqrt{a^2+r^2}}$, $E = \dfrac{kq}{r^2-a^2}$.

16. Сфера радиуса R заряжена с поверхностной плотностью $\sigma = (\mathbf{r}, \mathbf{a})$, где $\mathbf{a}$ некоторый постоянный вектор, а $\mathbf{r}$ – радиус вектор

точки на сфере отностительно её центра. Рассчитать вектор напряжённости электрического поля в центре сферы.

Ответ: $\mathbf{E} = \dfrac{aR}{3\varepsilon_0}\mathbf{e}_z$.

17. Рассчитать вектор напряжённости в центре заряженного шара радиуса R если объёмная плотность заряда шара $\rho = (\mathbf{r}, \mathbf{a})$, где $\mathbf{a}$ некоторый постоянный вектор, а $\mathbf{r}$ – радиус вектор произвольной точки шара, проведённый из его центра.

    Ответ: $\mathbf{E} = \dfrac{R^2 a}{6\varepsilon_0}\mathbf{e}_z$.

18. Бесконечно длинная цилиндрическая поверхность круглого сечения заряжена так, что поверхностная плотность зависит только от угла φ цилиндрической системы координат: $\sigma = \sigma_0 \cos\varphi$. Рассчитать модуль вектора в произвольной точке, лежащей на оси цилиндра.

    Ответ: $E = \dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}$.