

ЗАНЯТИЕ 1

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. СОБЫТИЯ И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

Комбинаторика

1. В группе 30 человек. Необходимо выбрать старосту, заместителя и профорга. Сколько существует способов это сделать?
2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр $0, 1, \dots, 5$, если
 - a. цифры могут повторяться;
 - b. ни одна цифра не повторяется;
 - c. число должно быть нечетным и цифры в нем не повторяются?
3. Сколько существует пятизначных чисел, которые одинаково читаются справа налево и слева на право?
4. Расписание одного дня состоит из 4 пар. Определить число вариантов расписания при выборе из 11 предметов.
5. Сколькими способами можно составить флаг из четырех горизонтальных полос различных цветов, если имеется материал пяти различных цветов?
6. Сколькими способами можно рассадить 6 человек на 6 стульях
 - a. в ряд;
 - b. по кругу;
 - c. два определенных человека сидели рядом?
7. Сколькими способами можно расставить 8 ладей на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?
8. Сколькими способами группу из 20 человек можно разбить на две подгруппы по 10 человек?
9. Сколько имеется четырехзначных чисел, у которых каждая следующая цифра
 - a. меньше предыдущей;
 - b. больше предыдущей?
10. Из колоды в 36 карт выбирают 6. Сколько может быть случаев появления среди них
 - a. ровно одного туза;
 - b. 2 короля, 2 дамы и 2 туза;
 - c. 3 красных и 3 черных;
 - d. все пики;
 - e. 4 черви?
11. Каких пятизначных чисел больше: тех, в записи которых есть цифра 5, или тех в записи которых этой цифры нет?
12. Четыре студента сдают экзамен. Сколько может быть вариантов распределения оценок?
13. Найти количество четырехзначных чисел, полученных при всевозможных перестановках цифр 3, 7, 7, 5.
14. Сколько фишек в домино от $0|0$ до $8|8$?
15. Сколько существует прямоугольных параллелепипедов, измерения которых являются целыми числами от 5 до 14? Сколько среди них правильных призм?

Алгебра событий

1. Пусть сдается экзамен в вузе. Пусть событие A — студент сдал экзамен, B — студент получил оценку удовлетворительно. Сформулировать словами события:
 - a. $A \setminus B$;
 - b. $\overline{B}$;
 - c. $\overline{A}$.

2. Монета подбрасывается 3 раза. Появление герба – Г, появление цифры – Ц. Записать события:
 - a. A — герб выпал ровно один раз;
 - b. B — ни разу не выпала цифра;
 - c. C — выпало больше гербов, чем цифр;
 - d. D — герб выпал не менее, чем два раза подряд.
3. Пусть A, B, C — три произвольных события. Выразить, используя алгебру событий через A, B, C и противоположные к ним следующие события:
 - a. не произошло ни одного события;
 - b. произошло только событие B ;
 - c. произошло только одно событие;
 - d. произошло ровно два события;
 - e. произошли все три события;
 - f. произошло хотя бы одно событие;
 - g. произошло менее двух;
 - h. произошло не более двух.

Домашнее задание

1. Доказать формулы $C_n^k = C_n^{n-k}$, $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.
2. В классе 5 отличников, 13 хорошистов, 7 троечников и 2 неуспевающих. Сколькими способами можно выбрать группу из четырех человек, имеющих различный уровень знаний?
3. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр числа 53427?
 - a. пятизначных;
 - b. трехзначных?
4. Собрались 10 мудрецов разного роста. Сколькими способами они могут:
 - a. встать в шеренгу по росту;
 - b. встать в шеренгу;
 - c. сесть вокруг стола?
5. Сколько существует способов взять 10 карт из 36 так, чтобы среди них было 5 червей?
6. Пассажир забыл кодовую комбинацию камеры хранения (пять цифр). Какое наибольшее количество комбинаций ему надо набрать, если он помнит, что в коде были числа 23 и 37?
7. На книжной полке помещается 15 томов. Сколькими способами их можно расставить так, чтобы первый и второй не стояли рядом?
8. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 3, 5, 8?
9. Эксперимент состоит в раскладывании наудачу трех пронумерованных шаров по трем ящикам. В каждый ящик может попасть любое число шаров. Наблюдаемый результат (i, j, k) , i, j, k — номера ящиков. Записать события:
 - a. A — первый ящик пустой;
 - b. B — в каждом ящике по одному шару;
 - c. C — все шары попали в один ящик.
10. Подбрасывается игральная кость. Пусть событие A — число очков кратно 3, B — число очков нечетно, C — число очков больше 3. Описать события:
 - a. $\overline{B}$;
 - b. $\overline{C}$;
 - c. $A \cap B$;
 - d. $A \cup B$;
 - e. $A \setminus \overline{B}$.