

Домашняя работа №4

Q. 15. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,7, а второго — 0,8. Найти вероятность того, что мишень будет поражена. А если стрелки сделают по два выстрела?

А: 1. Если стрелки делают один выстрел:

Если мишень поражена, то значит хотя бы один попал. Найдем вероятность того, что оба не попали и вычтем из единицы:

$$P(\text{оба не попали за один выстрел}) = (1 - 0,7) \cdot (1 - 0,8) = 0,3 \cdot 0,2 = 0,06,$$

$$P(\text{мишень поражена за один выстрел}) = 1 - P(\text{оба не попали за один выстрел}) = 1 - 0,06 = 0,94$$

2. Если стрелки делают по два выстрела каждый:

Будем следовать такой же логике и найдем вероятность что никто не попадет за два выстрела.

$$P(\text{ни одного попадания}) = P(\text{оба не попали за один выстрел})^2 = 0,06^2 = 0,0036,$$

$$P(\text{мишень поражения за два выстрела}) = 1 - P(\text{ни одного попадания}) = 1 - 0,0036 = 0,9964$$

Ответ: 0,94; 0,9964

Q. 16. Станция метрополитена оборудована тремя эскалаторами. Вероятность безотказной работы для первого эскалатора равна 0,9; для второго — 0,8; для третьего — 0,7. Найти вероятность того, что произойдет поломка не более одного эскалатора.

А: Условие можно трактовать следующим образом: произойдет поломка либо одного, либо нуля эскалаторов. Рассмотрим каждый случай и сложим вероятности:

Если сломался только один эскалатор, значит остальные два не сломались, поэтому рассмотрим все три случая:

$$\begin{aligned}
& P(\text{поломка одного}) = \\
& = \underbrace{(1 - 0,9) \cdot 0,8 \cdot 0,7}_{\text{сломался первый}} + \underbrace{0,9 \cdot (1 - 0,8) \cdot 0,7}_{\text{сломался второй}} + \underbrace{0,9 \cdot 0,8 \cdot (1 - 0,7)}_{\text{сломался третий}} = \\
& = 0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,7 + 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,7 + 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,3 = 0,398
\end{aligned}$$

Для нуля сломанных эскалаторов получаем:

$$P(\text{ничего не сломалось}) = 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 0,504$$

В результате получим:

$$P(\text{поломка одного}) + P(\text{ничего не сломалось}) = 0,398 + 0,504 = 0,902$$

Ответ: 0,902

Q. 17. Один студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй — только 15. Каждому из них задают по одному вопросу. Найти вероятность того, что правильно ответят: а. оба студента; б. только первый; с. только один из них; d. хотя бы один из студентов.

А:

а) Чтобы верно ответили оба студента, нужно чтобы каждому попался вопрос из списка выученных, соответственно:

$$P(a)) = \frac{20}{25} \cdot \frac{15}{25} = \frac{12}{25} = 0,48$$

б) Если правильно отвечает только первый, значит второй ошибается. Рассчитаем соответствующую вероятность:

$$P(b)) = \frac{20}{25} \cdot \frac{25 - 15}{25} = \frac{8}{25} = 0,32$$

с) Сложим два варианта: только первый + только второй:

$$P(c)) = P(b)) + \frac{25 - 20}{25} \cdot \frac{15}{25} = 0,32 + \frac{3}{25} = 0,32 + 0,12 = 0,44$$

d) Вычтем из единицы вероятность того, что никто не знал:

$$P(d)) = 1 - \frac{25 - 20}{25} \cdot \frac{25 - 15}{25} = 1 - \frac{2}{25} = 0,08$$

Ответ: a) 0, 48; b) 0, 32; c) 0, 44; d) 0, 08

Q. 18. Студент знает 30 из 40 вопросов программы. Экзаменатор задает вопросы до тех пор, пока не обнаружит пробел в знаниях студента. Найти вероятность того, что будут заданы: а. два вопроса; б. более двух вопросов; с. менее пяти вопросов.

А: а) Студент ответит на первый вопрос и ошибется на втором:

$$P(a)) = \frac{30}{40} \cdot \frac{10}{39} = \frac{5}{26}$$

б) Значит студента точно ответит правильно на первые два вопроса:

$$P(b)) = \frac{30}{40} \cdot \frac{29}{39} = \frac{29}{52}$$

с) Вычтем из единицы вероятность того что понадобится не менее пяти вопросов:

$$P(c)) = 1 - \frac{30}{40} \cdot \frac{29}{39} \cdot \frac{28}{38} \cdot \frac{27}{37} = \frac{12797}{18278}$$

Ответ: a) $\frac{5}{26}$, б) $\frac{29}{52}$, с) $\frac{12797}{18278}$

Q. 19. Вероятность дозвониться с первой попытки в справочное бюро вокзала равна 0,4. Какова вероятность того, что: а. удастся дозвониться при втором звонке; б. придется звонить не более трех раз?

А: а) Значит мы не дозвонимся на первом и дозвонимся на втором:

$$P(a)) = (1 - 0,4) \cdot 0,4 = 0,24$$

б) Мы либо дозвонимся на первой, либо на второй, либо на третьей попытке:

$$P(\text{на первой}) = 0,4$$

$$P(\text{на второй}) = (1 - 0,4) \cdot 0,4 = 0,24$$

$$P(\text{на третьей}) = (1 - 0,4)^2 \cdot 0,4 = 0,144$$

$$P(b)) = 0,4 + 0,24 + 0,144 = 0,784$$

Ответ: а) 0, 24, б) 0, 784

Q. 20. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают три карты. Какова вероятность того, что среди них будет хотя бы одна шестерка?

А: Найдем вероятность того, что не выпадет ни одна шестерка и вычтем из единицы:

$$P(\text{ни одной шестерки}) = \frac{32}{36} \cdot \frac{31}{35} \cdot \frac{30}{34} = \frac{248}{357}$$

$$P(\text{хотя бы одна шестерка}) = 1 - P(\text{ни одной шестерки}) = 1 - \frac{248}{357} = \frac{109}{357}$$

Ответ: $\frac{109}{357}$

Q. 21. На АТС могут поступить вызовы трех типов. Вероятности поступления вызовов 1-го, 2-го и 3-го типа соответственно равны 0,2, 0,3, 0,5. поступило три вызова. Какова вероятность того, что а. все они разных типов; б. среди них нет вызова 2-го типа?

А:

Ответ: а) Разберем все варианты:

І звонок	ІІ звонок	ІІІ звонок
1	2	3
1	3	2
2	3	1
2	1	3
3	2	1
3	1	2

Получаем:

$$P(a)) = (0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,5) \cdot (3!) = \frac{9}{50} = 0,18$$

б) Значит каждый вызов это либо 1, либо 3:

$$P(b)) = (0,2 + 0,5)^3 = \frac{343}{1000} = 0,343$$

Ответ: a) 0, 18; b) 0, 343