Электростатика 1/3

Электростатика

1. Дайте определение потока векторного поля через площадку. Докажите теорему Остроградского-Гаусса для вектора $\vec{E}$ в вакууме. [Л1]
2. Докажите, что стационарное центральное поле является консервативным. [Л2]
3. Покажите, как связаны потенциальная энергия и сила , напряжённость и потенциал. [Л2]
4. Опишите механизмы поляризации диэлектриков. Дайте определение вектора поляризации, поляризуемости, диэлектрической восприимчивости, диэлектрической проницаемости. Запишите уравнения, связывающие эти величины. [Л4]
5. Дайте определение вектора электрической индукции $\vec{D}$. Пластина из однородного, изотропного диэлектрика размещена перпендикулярно линиям напряжённости однородного электрического поля, напряжённостью $\overrightarrow{E_0}$. Получите выражения для векторов $\vec{E}$, $\vec{D}$ и $\vec{P}$ в диэлектрике. [Л4]
6. Сформулируйте теорему Гаусса для вектора $\vec{D}$. Шар радиусом R из диэлектрика с проницаемостью ε заряжен равномерно с объёмной плотностью заряда ρ. Вычислите $\vec{E}(r)$, $\vec{D}(r)$, $\varphi(r)$. [Л4]
7. Выведите правила преломления линий вектора $\vec{E}$ на границе диэлектрик-диэлектрик. [Л4]
8. Выведите правила преломления линий вектора $\vec{D}$ на границе диэлектрик-диэлектрик. [Л4]
9. Пластина из однородного, изотропного диэлектрика размещена перпендикулярно линиям напряжённости однородного электрического поля. Докажите, что диэлектрическая проницаемость показывает во сколько раз ослабевает однородное электрическое поле, попадая в диэлектрик. [Л4]

Электростатика 2/3

Электростатика

10. В чём заключается метод электрических изображений при определении напряжённости электрического поля вблизи поверхности проводника. [Л5]
11. Дайте определение электрической ёмкости уединённого проводника и конденсатора. Выведите формулу для ёмкости плоского и сферического конденсаторов. [Л6]
12. Получите уравнение непрерывности. Какой закон сохранения оно выражает? [Л7]
13. Получите уравнения Кирхгофа. [Л7]
14. Выведите формулу для энергии системы точечных зарядов. [Л6]
15. Выведите формулу для энергии конденсатора. [Л6]
16. Выведите правило преобразования «треугольник-звезда» [Л7]
17. Выведите формулы для эквивалентной ЭДС и внутреннего сопротивления источника при соединении нескольких одинаковых источников в батарею. [Л7]
18. Получите закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной и дифференциальной формах. [Л7]
19. Получите закон Ома для однородного участка цепи в интегральной и дифференциальной формах. [Л7]
20. Получите закон Джоуля-Ленца для неоднородного участка цепи в интегральной и дифференциальной формах. [Л8]
21. Получите выражение для удельной мощности тока для неоднородного участка цепи. [Л8]
22. Получите выражение для удельной мощности тока для однородного участка цепи. [Л8]

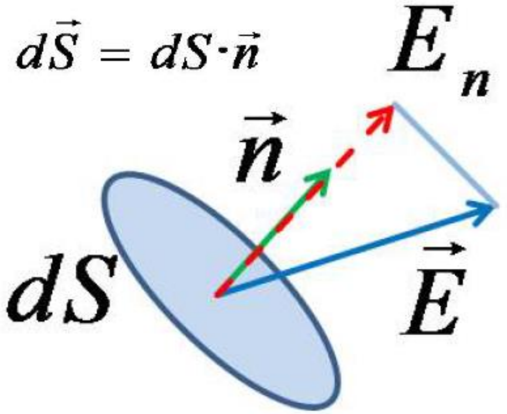
Электростатика 2/3

Электромагнетизм!

23. Запишите систему уравнений Максвелла в интегральной форме. Как выглядит эта система уравнений в стационарном случае? [Л13]
24. Запишите систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме. Что можно сказать об источниках и стоках линий $\vec{E}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{H}$? [Л13]
25. Покажите с помощью системы уравнений Максвелла, как изменяющееся во времени электрическое поле порождает магнитное. [Л13]
26. Покажите с помощью системы уравнений Максвелла, как изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое. [Л13]

1. Дайте определение потока векторного поля через площадку. Докажите теорему Остроградского-Гаусса для вектора $\vec{E}$ в вакууме.

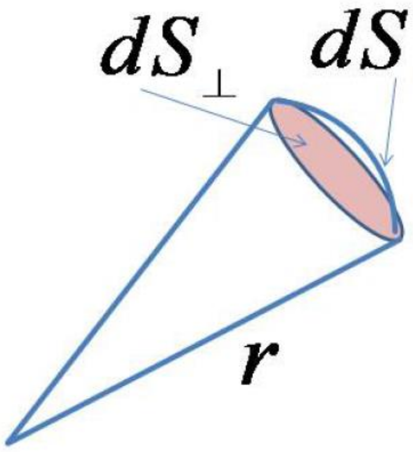
Поток вектора напряжённости поля $\vec{E}$ через поверхность S



$$d\Phi = E_n dS = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi = \int_S d\Phi = [\text{В} \cdot \text{м}]$$

Телесный угол



$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} = \frac{dS_\perp}{r^2}, \qquad [\text{ср} = \text{стерадиан}]$$

$$\Phi = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi \text{ ср}$$

1. Дайте определение потока векторного поля через площадку. Докажите теорему Остроградского-Гаусса для вектора $\vec{E}$ в вакууме.

Теорема Остроградского-Гаусса

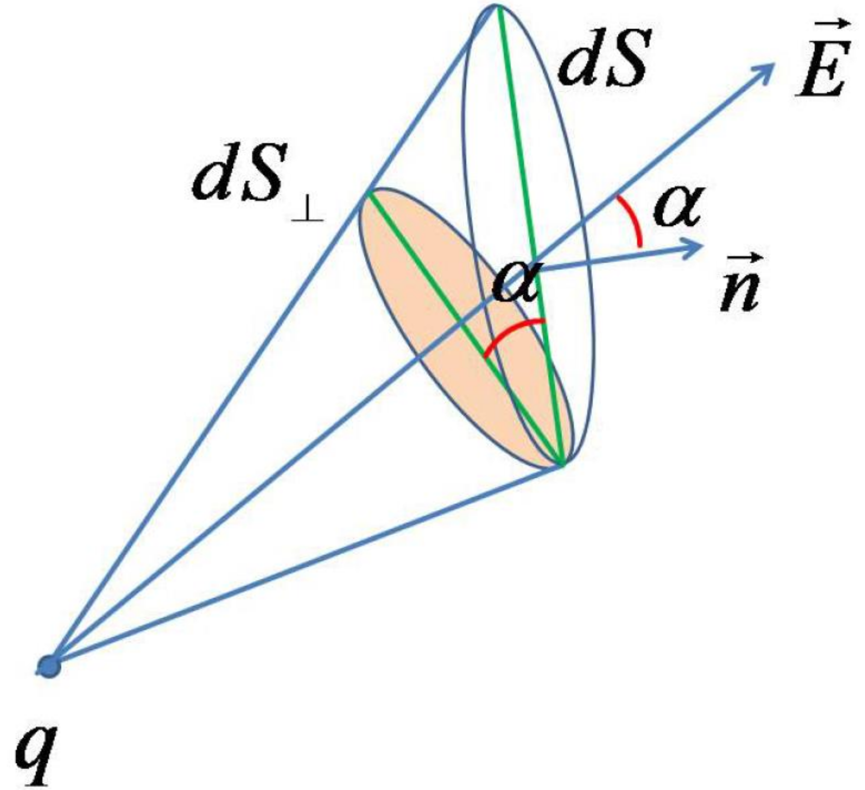
$\oint E_n dS = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}$ или $\oint E_n dS = \frac{\int_V \rho dV}{\varepsilon_0}$, где ρ – объёмная плотность заряда

Доказательство

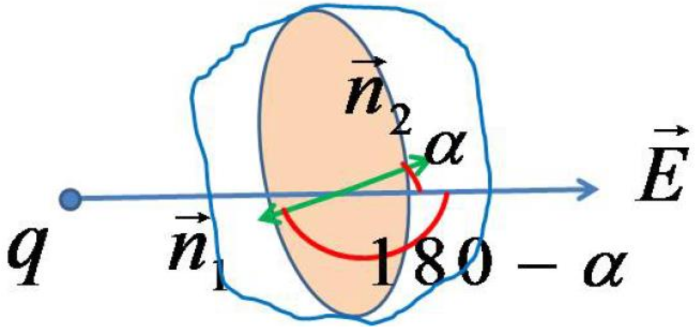
$$\mathrm{d}\Omega = \frac{dS_\perp}{r^2} = \frac{dS \cdot \cos\alpha}{r^2}$$

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot dS \cdot \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q\, d\Omega$$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q \int_S d\Omega = \frac{4\pi q}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



Для зарядов, которые не охвачены поверхностью S



$$d\Phi_1 = -d\Phi_2$$

$$\Phi = 0$$

2. Докажите, что стационарное центральное поле является консервативным.

Представим центральную силу как $\vec{F} = \pm F_r \frac{\vec{r}}{r}$

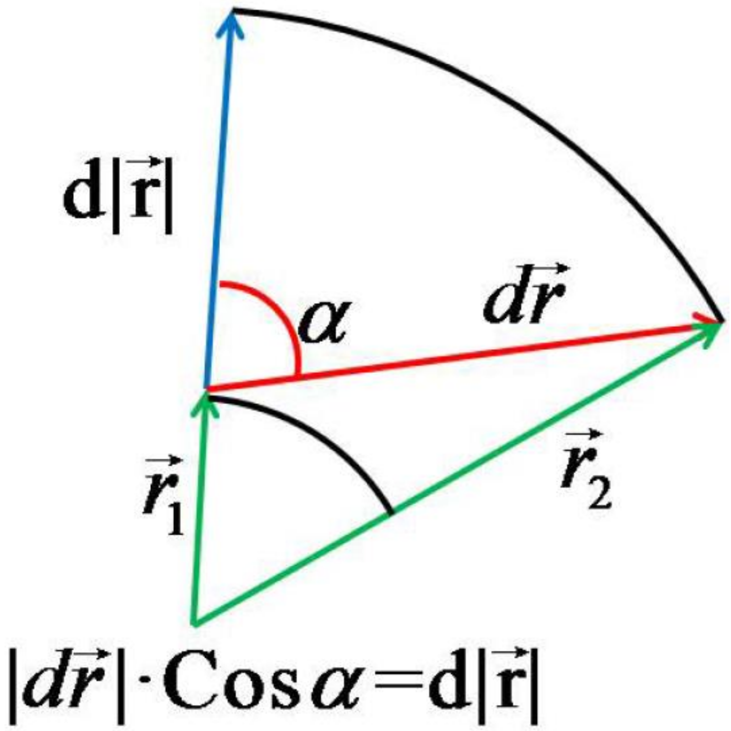
$\delta A = \vec{F} d\vec{r} = F_r d|\vec{r}| = F_r dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_{\text{пробн}}}{|\vec{r}|^2} dr$

$A = \int_{r_1}^{r_2} \delta A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q \cdot q_{\text{пробн}} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = W_1 - W_2$

Работа зависит только от $r \Longrightarrow$ поле консервативное.

Так как $\vec{\text{F}} = q\vec{E}$, то верно ∀ поля.

Доп. док-во: в центральном поле $rot\,\vec{E} = 0$.



3. Покажите, как связаны потенциальная энергия и сила, напряжённость и потенциал.

Возьмём $\delta A = F_r dr = -dW$, значит $F_r = \frac{-dW}{dr}$.

Аналогично, в декартовых, где $F_r dr = \left(F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}\right)\left(dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}\right)$:

$\delta A = F_x dx + F_y dy + F_z dz = -dW$, значит $\vec{F} = -\left(\frac{dW}{dx}\vec{i} + \frac{dW}{dy}\vec{j} + \frac{dW}{dz}\vec{k}\right) = -grad\,W$.

$$\boldsymbol{\vec{F} = -grad\,W}$$

По опр. $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$ и W $= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_{\text{пробн}}}{r}$, значит $W = q_{\text{пробн}}\varphi$.

$$\boldsymbol{\vec{E} = -grad\,\varphi}$$

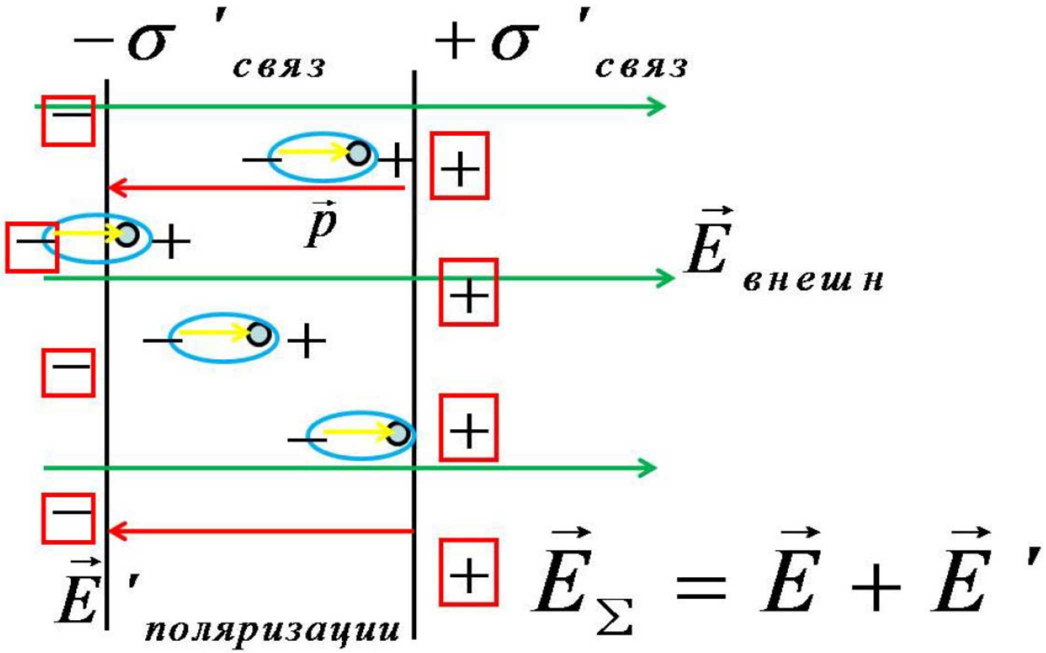
$$\boldsymbol{\varphi = -\int E_r dr}$$

4. Опишите механизмы поляризации диэлектриков. Дайте определение вектора поляризации, поляризуемости, диэлектрической восприимчивости, диэлектрической проницаемости. Запишите уравнения, связывающие эти величины.

Электрическая поляризация – смещение в противоположные стороны + и – зарядов диэлектрика (*вещества, практически не проводящего ток*) под действием внешнего электрического поля.

Поляризация неполярных диэлектриков

Под действием внешнего поля электронное облако смещается относительно ядра атома.
Центры положительных и отрицательных зарядов перестают совпадать, и у атома/молекулы появляется индуцированный дипольный момент.

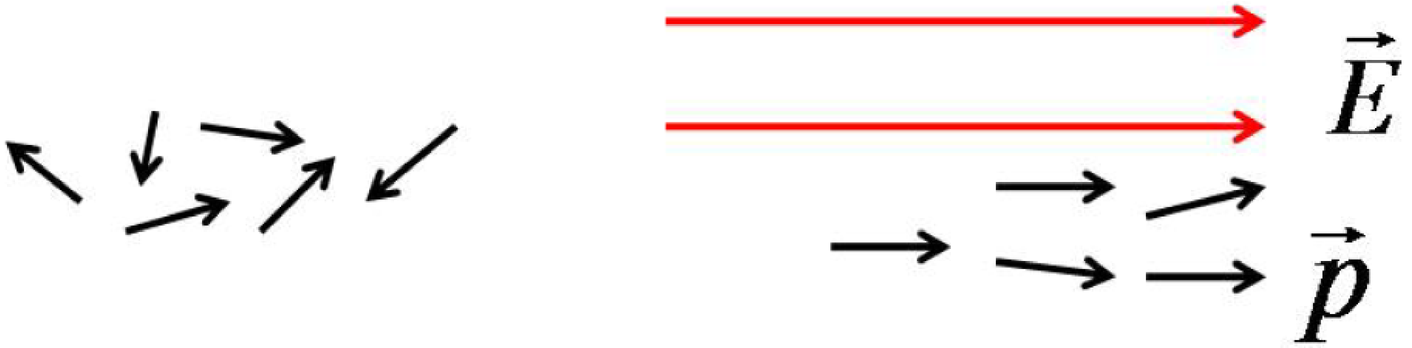


Поле внутри диэлектрика равно сумме внешнего поля и поля поляризации

4. Опишите механизмы поляризации диэлектриков. Дайте определение вектора поляризации, поляризуемости, диэлектрической восприимчивости, диэлектрической проницаемости. Запишите уравнения, связывающие эти величины.

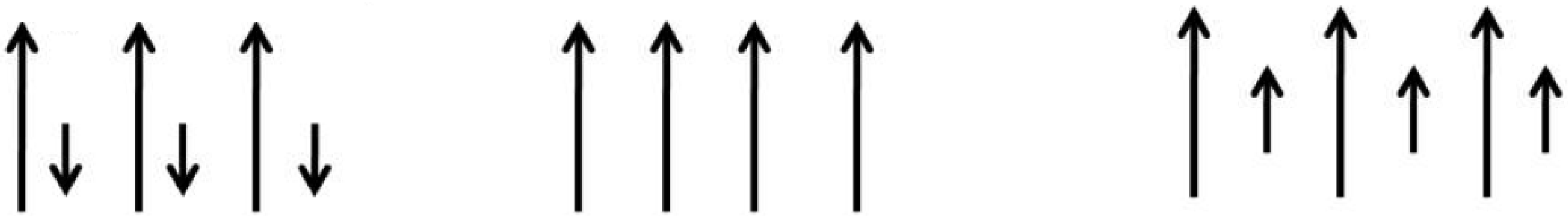
Поляризация полярных диэлектриков

В отсутствие поля молекулы ориентированы хаотично из-за теплового движения. При наложении поля они стремятся выстроиться вдоль силовых линий. Чем выше температура, тем слабее эта поляризация из-за мешающих тепловых колебаний.



Поляризация ионных кристаллов

Происходит относительное смещение подрешеток положительных и отрицательных ионов в противоположных направлениях.



4. Опишите механизмы поляризации диэлектриков. Дайте определение вектора поляризации, поляризуемости, диэлектрической восприимчивости, диэлектрической проницаемости. Запишите уравнения, связывающие эти величины.

Дипольный момент одной молекулы в поле

$$\vec{p} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E} = [\text{Кл} \cdot \text{м}] = [\frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot \text{м}^3 \cdot \frac{\text{В}}{\text{м}}]$$

Поляризуемость молекулы $\alpha = [\text{м}^3]$ – коэффициент пропорциональности между дипольным моментом частицы и напряженностью поля.

Вектор поляризации (поляризованность) $\vec{P}$ – макроскопическая характеристика степени поляризации диэлектрика.

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p_i} = \varepsilon_0 æ \vec{E} = n\langle\vec{p}\rangle = [\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}]$$

Диэлектрическая восприимчивость æ (безразмерная величина) – способность данного диэлектрика поляризоваться под действием электрического поля.

Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 1 + æ$ (безразмерная величина) – способность данного диэлектрика поляризоваться под действием электрического поля.

5. Дайте определение вектора электрической индукции $\vec{D}$. Пластина из однородного, изотропного диэлектрика размещена перпендикулярно линиям напряжённости однородного электрического поля, напряжённостью $\vec{E_0}$. Получите выражения для векторов $\vec{E}$, $\vec{D}$ и $\vec{P}$ в диэлектрике.

Вектор электрической индукции $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ – описывает электрическое поле, создаваемое только *свободными (сторонними)* зарядами.

Знаем, что $\vec{P} = \varepsilon_0 æ \vec{E}$ и $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$.

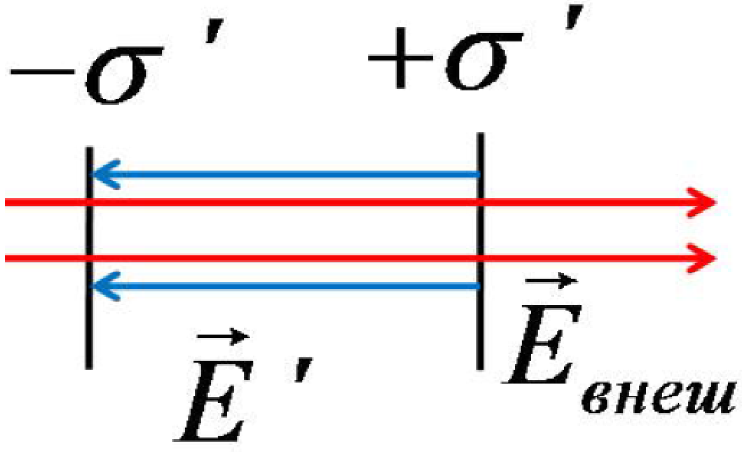
Для бесконечной пластины в изотропной среде поле $\vec{E}$ ослабляется в ε раз (**билет 9**):

По граничному условию: $\sigma' = P$.

По рисунку: $\vec{E}' = 2\frac{\sigma\prime}{2\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_0 æ E}{\varepsilon_0} = æ\vec{E}$.

Суммарное поле: $E = E_0 - E' \Longrightarrow E + E' = E(1 + æ) = E_0$

Отсюда $E = \frac{E_0}{1+æ} = \frac{E_0}{\varepsilon}$.



$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}, \qquad P = \varepsilon_0 æ \frac{E_0}{\varepsilon}, \qquad D = \varepsilon_0 E_0$$

6. Сформулируйте теорему Гаусса для вектора $\vec{D}$. Шар радиусом R из диэлектрика с проницаемостью ε заряжен равномерно с объёмной плотностью заряда ρ. Вычислите $\vec{E}(r)$, $\vec{D}(r)$, $\varphi(r)$.

Теорема Гаусса для вектора $\vec{D}$

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = q_{\text{своб}}, \qquad div\, D = \rho$$

Доказательство. Возьмём теоремы Гаусса для $\vec{E}$ и $\vec{P}$

$$\begin{cases} \oint_S \varepsilon_0 \vec{E} d\vec{S} = q'_{\text{связ}} + q_{\text{своб}} \\ \oint_S \vec{P} d\vec{S} = -q'_{\text{связ}} \end{cases} \Rightarrow \oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = q_{\text{своб}} \Rightarrow \oint_S \vec{D}d\vec{S} = q_{\text{своб}}$$

6. Сформулируйте теорему Гаусса для вектора $\vec{D}$. Шар радиусом R из диэлектрика с проницаемостью ε заряжен равномерно с объёмной плотностью заряда ρ. Вычислите $\vec{E}(r)$, $\vec{D}(r)$, $\varphi(r)$.

1) внутри $r < R$: $\oint D_n dS = \int_0^r 4\pi r^2 dr$

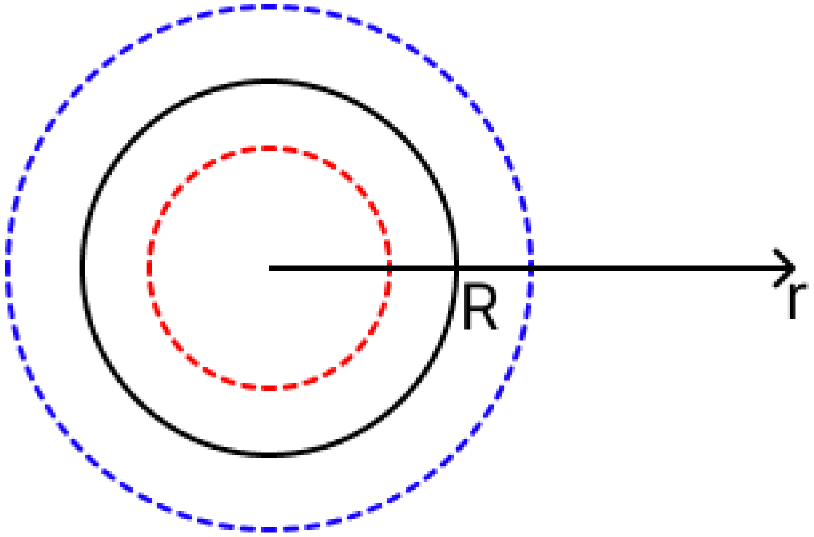
По т. Гаусса $D_1 \cdot 4\pi r^2 = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho$

Отсюда, $D_1 = \frac{\rho r}{3}$ и $E_1 = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0 \varepsilon}$.

2) снаружи $r > R$: $\oint D_n dS = \int_0^R 4\pi r^2 dr$

По т. Гаусса $D_2 \cdot 4\pi r^2 = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho$

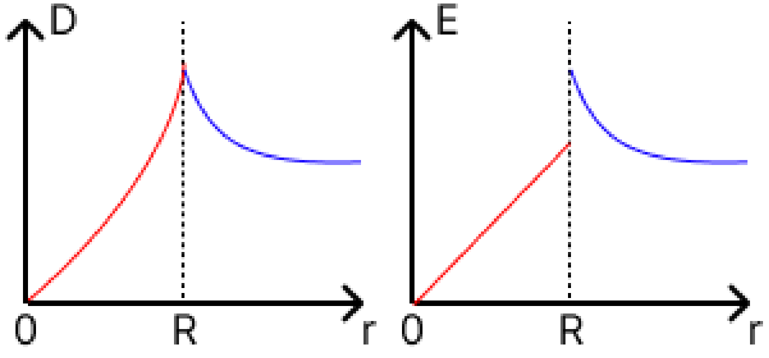
Отсюда, $D_1 = \frac{\rho R^3}{3r^2}$ и $E_1 = \frac{\rho R^3}{3r^2 \varepsilon_0}$.



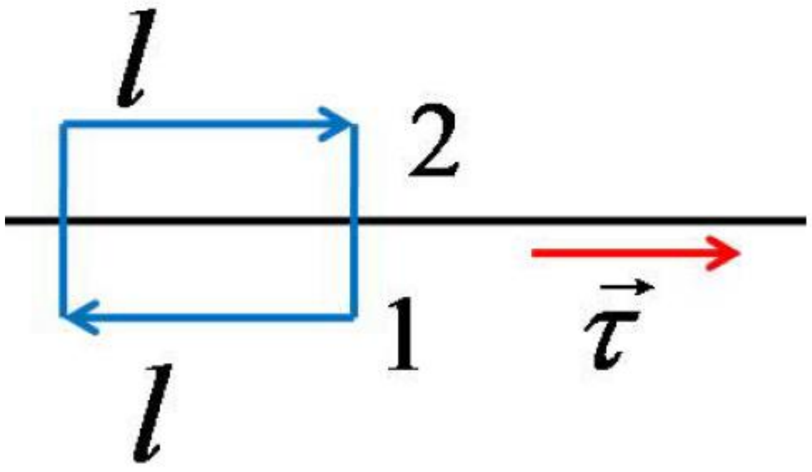
Найдём потенциал

$$\varphi_2 = -\int E_2 dr = -\int \frac{\rho R^3}{3r^2\varepsilon_0} dr = \frac{\rho R^3}{3r\varepsilon_0} + 0, \text{ т.к. } \varphi(r = \infty) = 0$$

$$\varphi_1 = -\int E_1 dr = -\int \frac{\rho r}{3\varepsilon_0 \varepsilon} dr = -\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_0 \varepsilon} + \frac{\rho R^3(2\varepsilon+1)}{6\varepsilon_0}, \text{ т.к. } \varphi_1(R) = \varphi_2(R)$$



7. Выведите правила преломления линий вектора $\vec{E}$ на границе диэлектрик-диэлектрик.



Запишем теорему о циркуляции вектора **E**

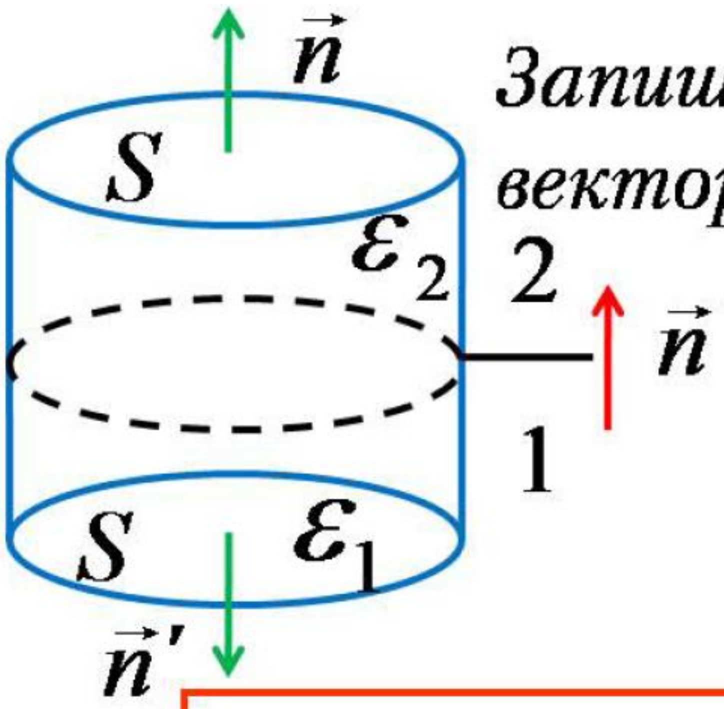
$$\oint_l E_l \, dl = 0$$

Выберем направление касательной τ

$$E_{2\tau} l - E_{1\tau} l = 0$$

$$\boxed{E_{1\tau} = E_{2\tau}}$$

7. Выведите правила преломления линий вектора $\vec{E}$ на границе диэлектрик-диэлектрик.



Запишем теорему Гаусса для вектора **D**

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = q_{своб}$$

$$D_{2n}S - D_{1n}S = \sigma S$$

$$\boxed{D_{2n} - D_{1n} = \sigma}$$

D-Электрическое смещение

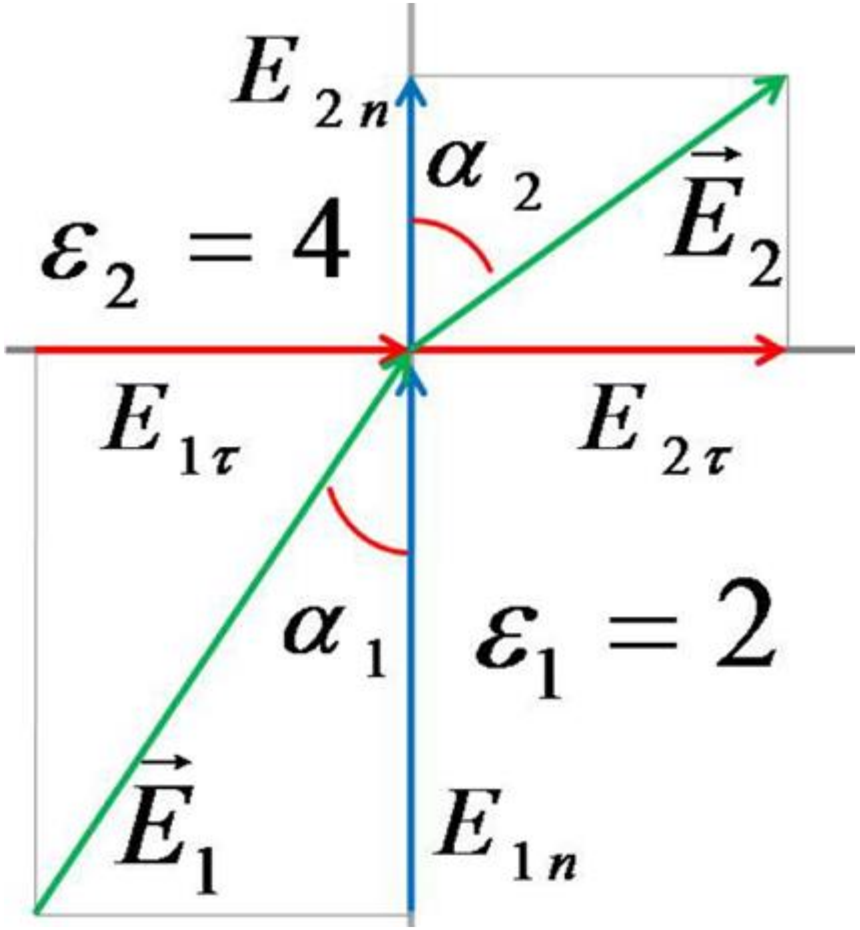
Если на границе нет свободных зарядов,

$$\boxed{D_{1n} = D_{2n}}$$

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E$$

$$\boxed{\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}}$$

7. Выведите правила преломления линий вектора $\vec{E}$ на границе диэлектрик-диэлектрик.

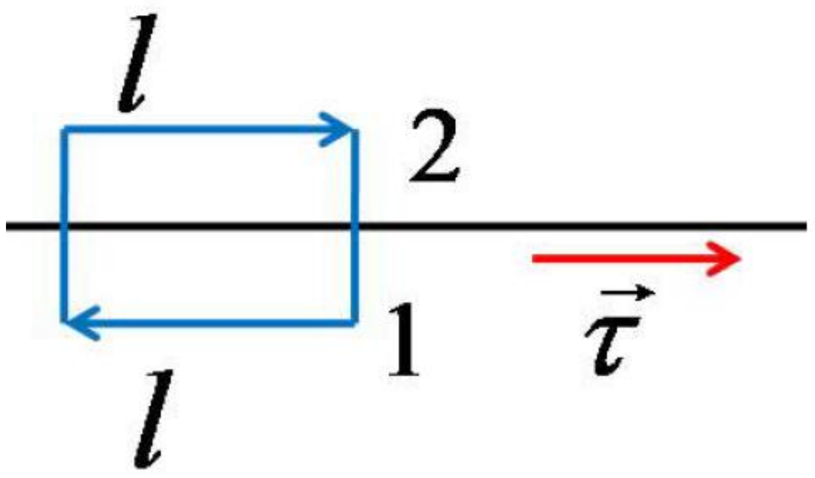


$$E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$$

$$\frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1} = \frac{E_{2\tau} E_{1n}}{E_{1\tau} E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

8. Выведите правила преломления линий вектора $\vec{D}$ на границе диэлектрик-диэлектрик.



Запишем теорему о циркуляции вектора **E**

$$\oint_l E_l \, dl = 0$$

Выберем направление касательной τ

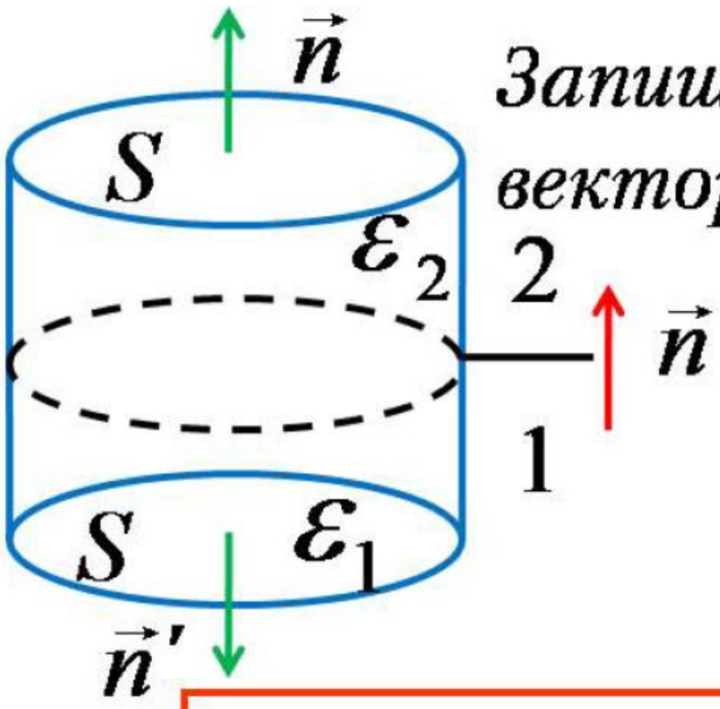
$$E_{2\tau} l - E_{1\tau} l = 0$$

$$\boxed{E_{1\tau} = E_{2\tau}}$$

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E$$

$$\boxed{\frac{D_{1\tau}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{2\tau}}{\varepsilon_2}}$$

8. Выведите правила преломления линий вектора $\vec{D}$ на границе диэлектрик-диэлектрик.



Запишем теорему Гаусса для вектора ***D***

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = q_{своб}$$

$$D_{2n}S - D_{1n}S = \sigma S$$

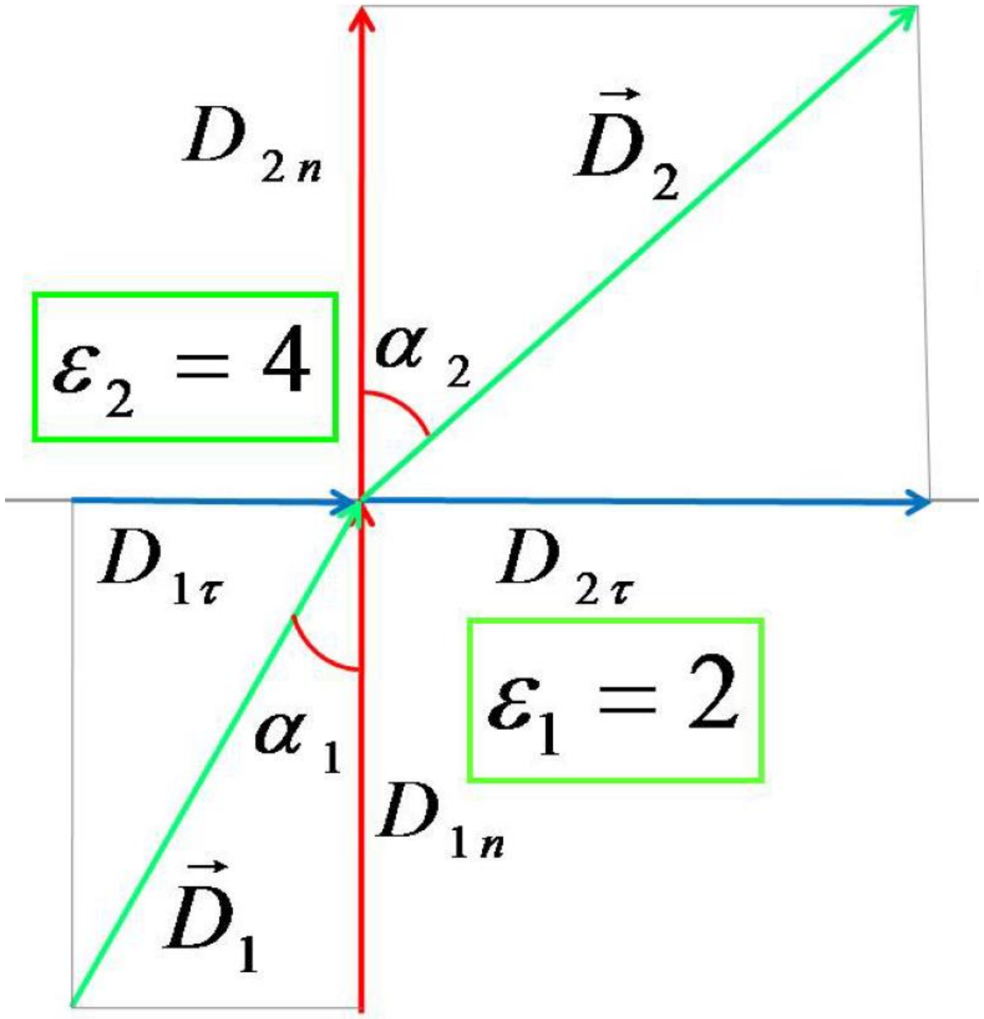
$$\boxed{D_{2n} - D_{1n} = \sigma}$$

D-Электрическое смещение

Если на границе нет свободных зарядов,

$$\boxed{D_{1n} = D_{2n}}$$

8. Выведите правила преломления линий вектора $\vec{D}$ на границе диэлектрик-диэлектрик.



$$D_{1n} = D_{2n} \qquad \frac{D_{1\tau}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{2\tau}}{\varepsilon_2}$$

$$\frac{\mathrm{tg}\,\alpha_2}{\mathrm{tg}\,\alpha_1} = \frac{D_{2\tau} D_{1n}}{D_{1\tau} D_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

9. Пластина из однородного, изотропного диэлектрика размещена перпендикулярно линиям напряжённости однородного электрического поля. Докажите, что диэлектрическая проницаемость показывает во сколько раз ослабевает однородное электрическое поле, попадая в диэлектрик.

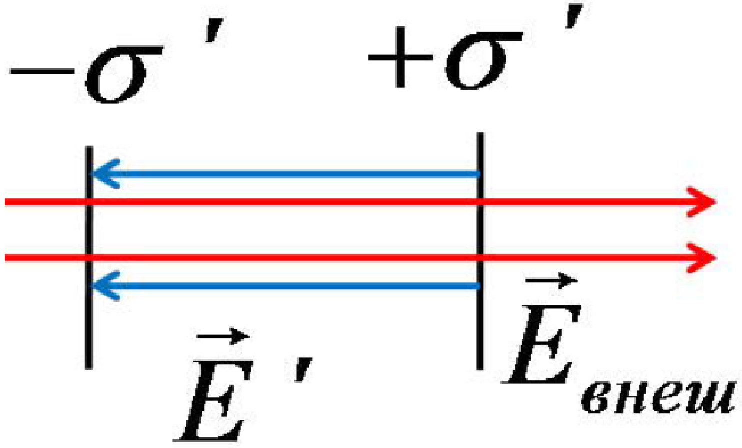
Для бесконечной пластины в изотропной среде поле $\vec{E}$ ослабляется в ε раз:

По граничному условию: $\sigma' = P$. Знаем, что $\vec{P} = \varepsilon_0 æ\vec{E}$.

По рисунку: $\vec{E}' = 2\frac{\sigma'}{2\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_0 æE}{\varepsilon_0} = æ\vec{E}$.

Суммарное поле: $E = E_0 - E' \Longrightarrow E + E' = E(1 + æ) = E_0$

Отсюда $E = \frac{E_0}{1+æ} = \frac{E_0}{\varepsilon}$.



10. В чём заключается метод электрических изображений при определении напряжённости электрического поля вблизи поверхности проводника.

Если сложно вычислить поле и потенциал реального распределения зарядов, можно придумать другую конфигурацию зарядов, которая даст такое же распределение потенциала по поверхности проводников. В тех точках пространства, где есть поле, его напряжённость и потенциал можно будет вычислять как напряжённость и потенциал от новой конфигурации зарядов.

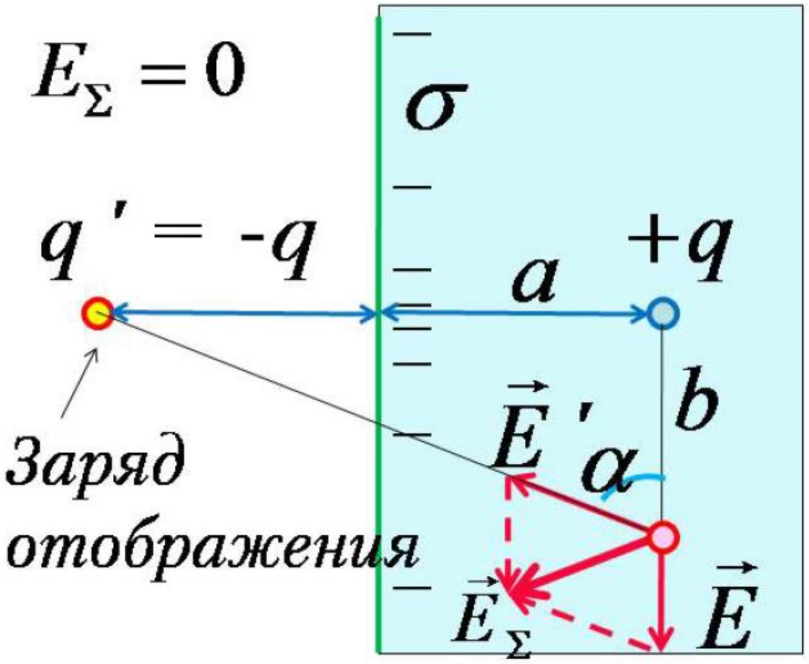
Пример. Точечный заряд и бесконечная проводящая плоскость

Поле реального заряда

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{b^2} \qquad E' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q'}{(4a^2+b^2)}$$

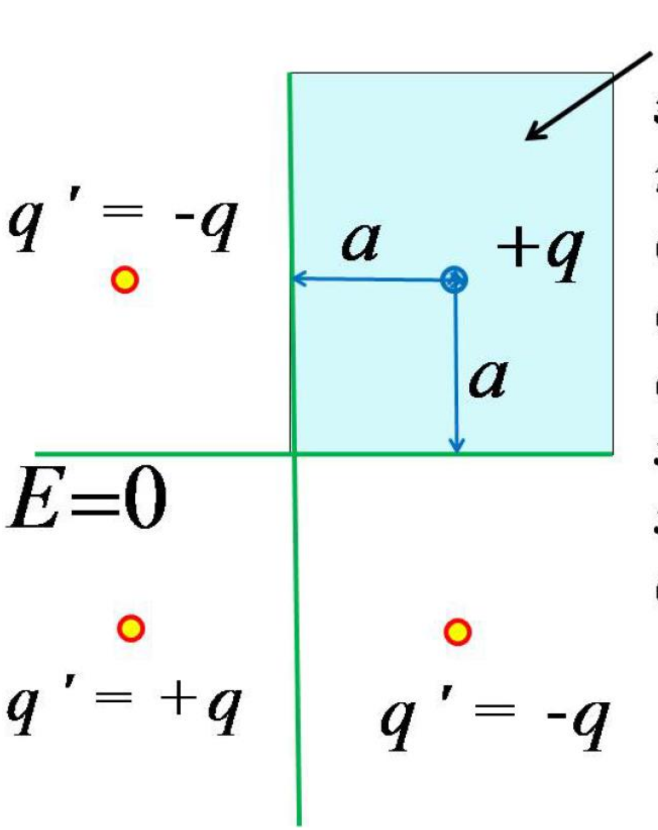
$$Cos\alpha = \frac{b}{\sqrt{4a^2+b^2}}$$

$$E_\Sigma^2 = E^2 + E'^2 + 2EE'Cos\alpha$$



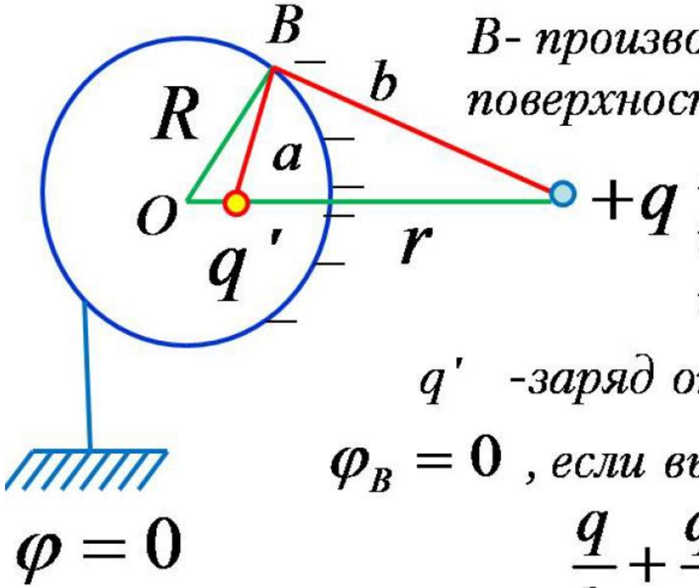
10. В чём заключается метод электрических изображений при определении напряжённости электрического поля вблизи поверхности проводника.

Две перпендикулярные плоскости



Напряжённость электрического поля в этой области можно вычислить как сумму полей заряда q и трёх зарядов отображения.

Заземлённая сфера



B- произвольная точка на поверхности сферы

Построим два подобных треугольника

q' *-заряд отображения*

$\varphi_B = 0$ *, если выполнено условие*

$$\frac{q}{b} + \frac{q'}{a} = 0$$

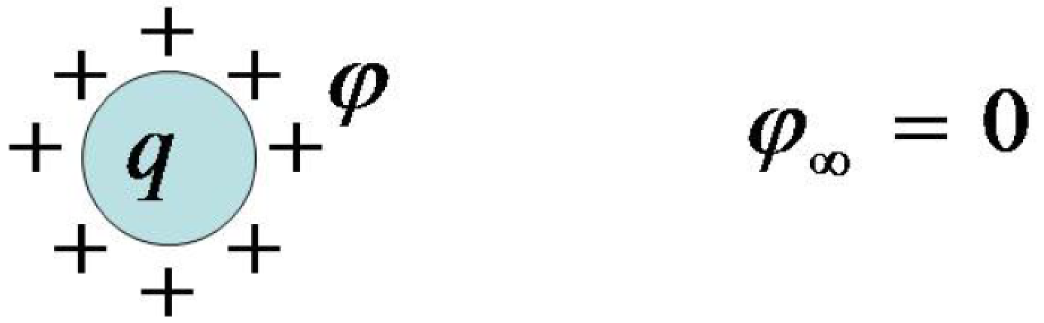
$$q' = -\frac{a}{b}q = -\frac{R}{r}q$$

Для незаземлённой сферы нужно добавить заряд в центре

11. Дайте определение электрической ёмкости уединённого проводника и конденсатора. Выведите формулу для ёмкости плоского и сферического конденсаторов.

Электрическая ёмкость уединённого проводника

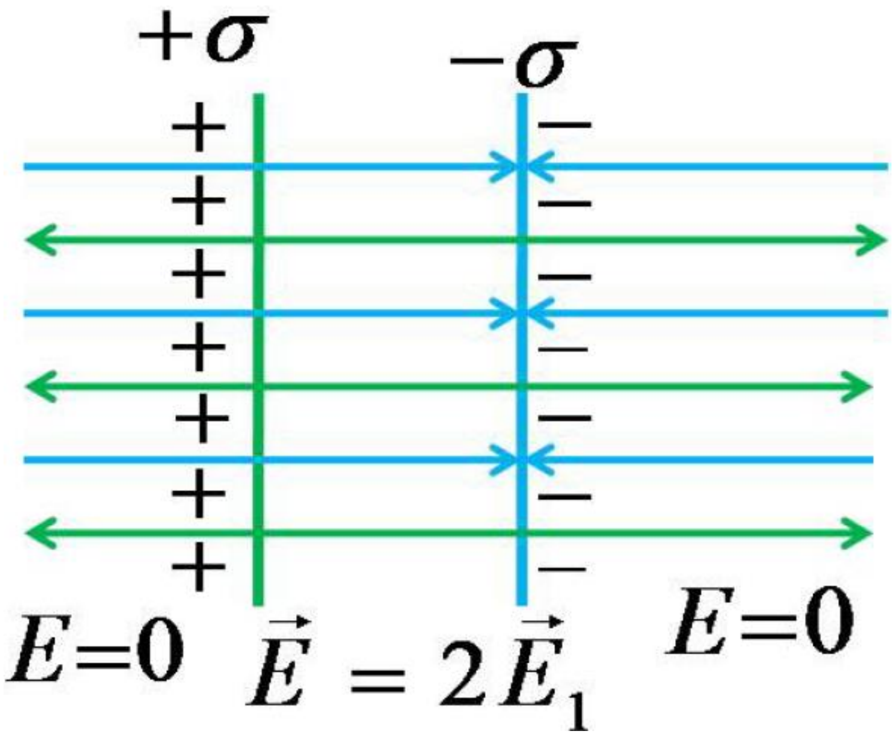
$C = \frac{q}{\varphi}$, $[C] = \text{Фарад}$



Электрическая ёмкость конденсатора

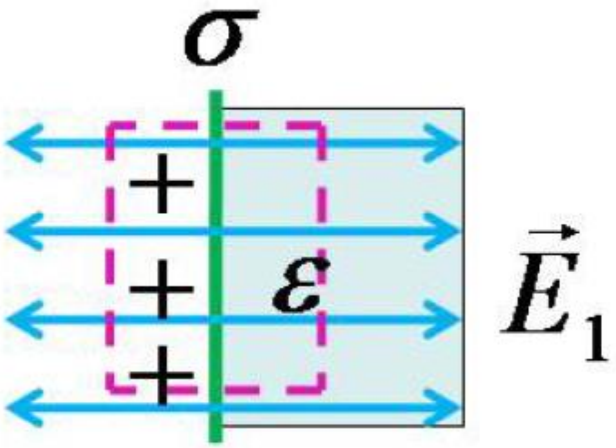
$$C = \frac{q}{U}, \qquad [C] = \text{Фарад}$$

U – разность потенциалов между обкладками конденсатора



11. Дайте определение электрической ёмкости уединённого проводника и конденсатора. Выведите формулу для ёмкости плоского и сферического конденсаторов.

Ёмкость плоского конденсатора

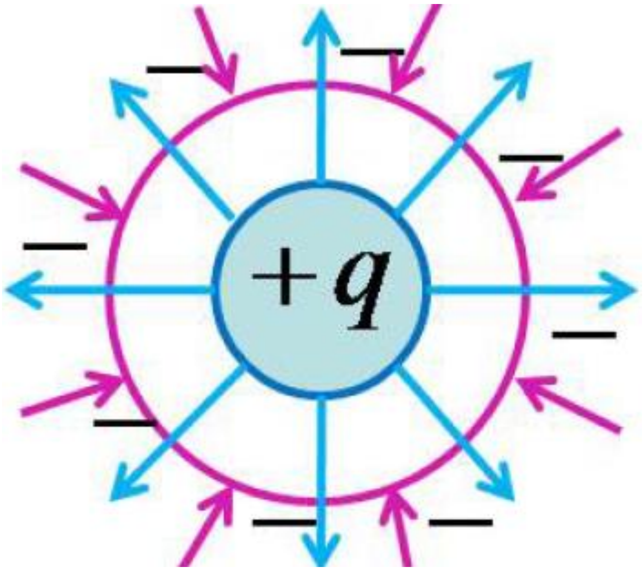


По т. Гаусса для одной обкладки (с диэлектриком): $E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$.

Напряженность поля внутри конденсатора $E = 2E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$.

Разность потенциалов: $U = Ed = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{qd}{S\varepsilon_0\varepsilon}$. Ёмкость $C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$.

Ёмкость сферического конденсатора



Поле внутри конденсатора создаёт только внутренняя обкладка.

По т. Гаусса $\oint \vec{D}d\vec{S} = q \Rightarrow D = \frac{q}{4\pi r^2}, E = \frac{q}{4\pi r^2\varepsilon_0\varepsilon}$.

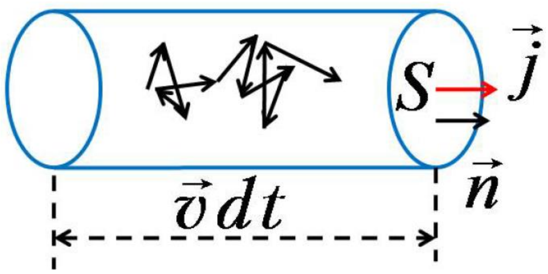
$$U = \Delta\varphi = -\int_{R_1}^{R_2} Edr = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{4\pi r^2\varepsilon_0\varepsilon}dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

12. Получите уравнение непрерывности. Какой закон сохранения оно выражает?

Заряд, переносимый через площадку S за интервал времени dt: $dq = envSdt$

Плотность тока: $j = \frac{dq}{Sdt} = env = [\frac{\text{А}}{\text{м}^2}]$



Заряд: $q = \int_V \rho dV$

Сила тока: $I = -\frac{dq}{dt} = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$

Уравнение непрерывности – мат. выражение закона сохранения заряда.

$$\oint_S \vec{j} d\vec{S} = -\int_V \frac{\rho dV}{dt}, \qquad div\, \vec{j} = -\frac{\delta\rho}{\delta t}$$

Если токи не зависят от t, то заряд не накапливается $\oint_S \vec{j} d\vec{S} = 0$, $div\, \vec{j} = 0$.

13. Получите уравнения Кирхгофа.

Ветвь – участок цепи, содержащий резистор, конденсатор или источник.

Узел – точка, где сходятся три и более ветвей.

Контуры считаются **независимыми**, если они не могут получены друг из друга путём сложения.

Для проверки кол-во уравнений = $N_{\text{ветвей}} = N_{\text{узлов}} - 1 + N_{\text{контуров}}$

1. Первое уравнение Кирхгофа ($N_{\text{узлов}} - 1$ уравнений)

Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю.

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$$

Следствие из уравнения непрерывности для постоянного тока $\oint_S \vec{j} d\vec{S} = 0$ (**билет 12**).

2. Второе уравнение Кирхгофа ($N_{\text{контуров}}$ уравнений)

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k \mathcal{E}_k$$

Следует из закона Ома для k-ого участка: $I_k R_k = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_k$ (**билет 18**).

14. Выведите формулу для энергии системы точечных зарядов.

Вычислим работу, которую должны совершить внешние силы, чтобы разнести их на бесконечно большое расстояние.

Для одного заряда: $A = q\Delta\varphi$.

На примере трёх зарядов

$$W_{123} = \frac{q_1(\varphi_{12} + \varphi_{13}) + q_2(\varphi_{21} + \varphi_{23}) + q_3(\varphi_{31} + \varphi_{32})}{2}$$

φ_{12} - *потенциал, который создаёт второй заряд в точке, где находится первый*

А в общем виде,

$$W = \frac{1}{2}\sum_i q_i \sum_{j \neq i} \varphi_{i\,j} = \frac{1}{2}\sum_i q_i \varphi_i$$

φ_i – потенциал, который создают в точке, где находится заряд с номером i все остальные заряды, кроме i-ого.

15. Выведите формулу для энергии конденсатора.

Для конденсатора справедливо $C = \frac{q}{U}$.

Полная энергия взаимодействия зарядов на обкладках между собой и между обкладками: $W = \frac{q_+\varphi_+ + q_-\varphi_-}{2} = \frac{q(\varphi_+ - \varphi_-)}{2} = \frac{CU^2}{2}$.

Работа по перенесению зарядов с одной обкладки на другую: $dA = Udq = \frac{q}{C}dq$, отсюда полная работа: $W = A = \int_0^q dA = \int_0^q \frac{q}{C}dq = \frac{q^2}{2C}$.

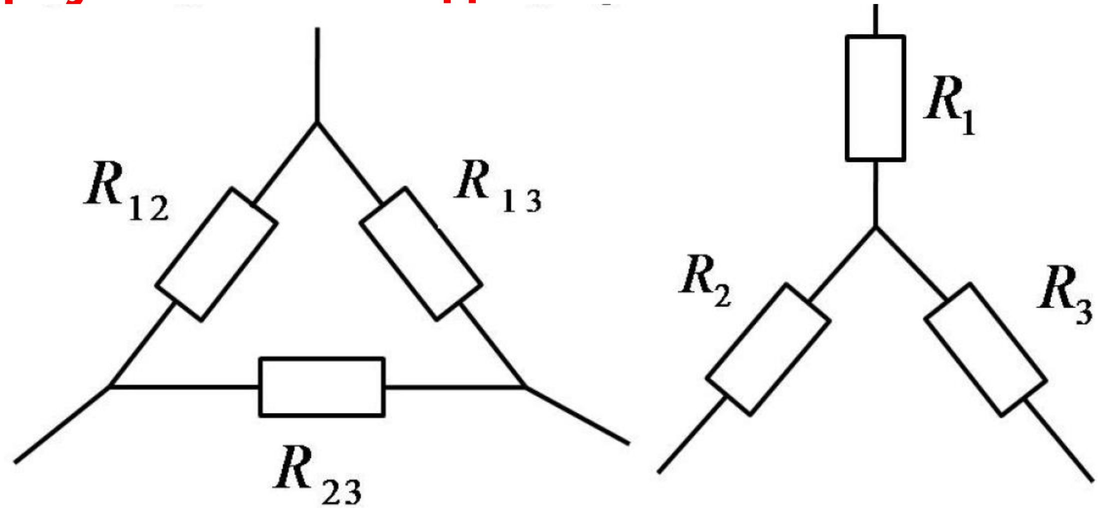
$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

Энергия электрического поля конденсатора

$$\begin{cases} W = \dfrac{CU^2}{2} \\ C = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d} \end{cases} \Rightarrow W = \frac{\varepsilon_0\varepsilon}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2 Sd = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2 V}{2} \Rightarrow W = \int \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}dV = \int \frac{\vec{E}\vec{D}}{2}dV$$

16. Выведите правило преобразования «треугольник-звезда»

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = \dfrac{R_{12}(R_{23}+R_{13})}{R_{12}+R_{23}+R_{13}} \\ R_2 + R_3 = \dfrac{R_{23}(R_{12}+R_{13})}{R_{23}+R_{12}+R_{13}} \\ R_1 + R_3 = \dfrac{R_{13}(R_{23}+R_{12})}{R_{13}+R_{23}+R_{12}} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} R_1 = \dfrac{R_{12}R_{13}}{R_{12}+R_{23}+R_{13}} \\ R_2 = \dfrac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{13}} \\ R_3 = \dfrac{R_{13}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{13}} \end{cases}$$



Промежуточные вычисления.

Сложим: $(R_1 + R_2) + (R_2 + R_3) + (R_1 + R_3) = \dfrac{R_{12}R_{23}+R_{12}R_{13}+R_{23}R_{12}+R_{23}R_{13}+R_{13}R_{23}+R_{13}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{13}}$.

Разделим на 2: $R_1 + R_2 + R_3 = \dfrac{R_{12}R_{23}+R_{23}R_{13}+R_{13}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{13}}$.

1. Вычтем 2 уравнение: $R_1 + R_2 + R_3 - R_2 + R_3 = \dfrac{R_{12}R_{23}+R_{23}R_{13}+R_{13}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{13}} - \dfrac{R_{23}R_{12}+R_{23}R_{13}}{R_{23}+R_{12}+R_{13}}$, получим R_1

2. Вычтем 3 уравнение: $R_1 + R_2 + R_3 - R_1 + R_3 = \dfrac{R_{12}R_{23}+R_{23}R_{13}+R_{13}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{13}} - \dfrac{R_{13}R_{23}+R_{13}R_{12}}{R_{13}+R_{23}+R_{12}}$, получим R_2

3. Вычтем 1 уравнение: $R_1 + R_2 + R_3 - R_1 + R_2 = \dfrac{R_{12}R_{23}+R_{23}R_{13}+R_{13}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{13}} - \dfrac{R_{12}R_{23}+R_{12}R_{13}}{R_{12}+R_{23}+R_{13}}$, получим R_2

17. Выведите формулы для эквивалентной ЭДС и внутреннего сопротивления источника при соединении нескольких одинаковых источников в батарею.

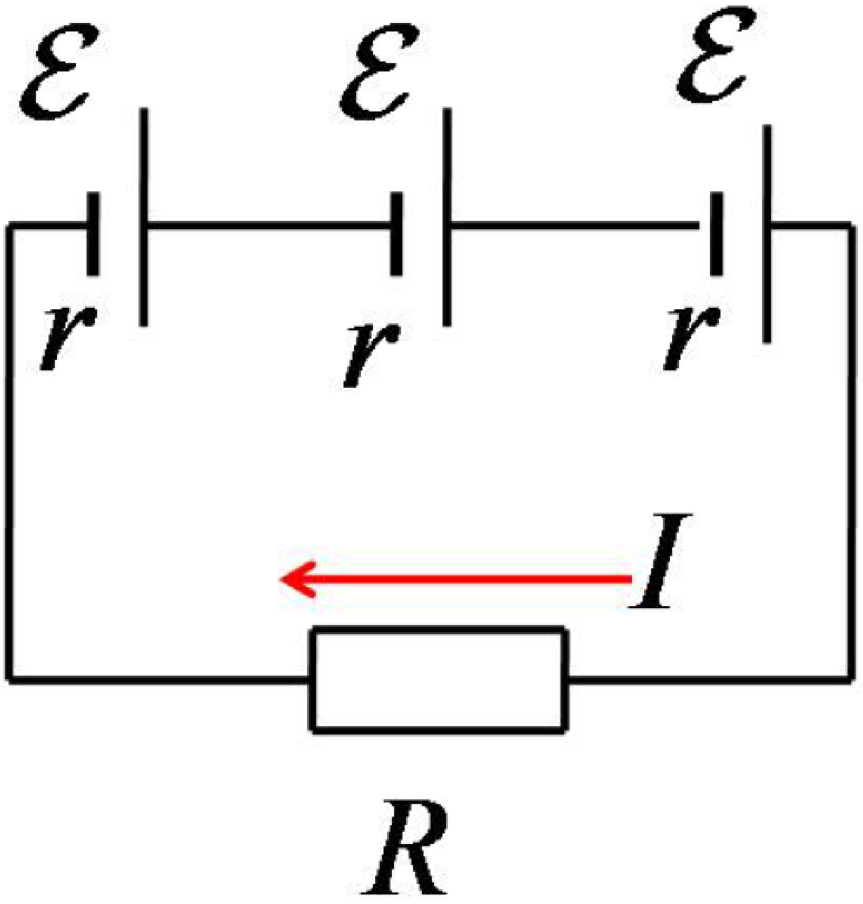
Последовательное соединение

ЭДС. $A_{экв} = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$ перемещает заряд q,получаем $\mathcal{E}_{экв} = n\mathcal{E}$

Внутреннее сопротивление

$$\Delta\varphi = I \cdot r_1 + I \cdot r_2 + \cdots + I \cdot r_n = Inr = Ir_{экв}$$

$$r_{экв} = nr$$



Сила тока по закону Ома

$$Inr + IR = n\mathcal{E} \Rightarrow I = \frac{n\mathcal{E}}{nr + R} = \frac{\mathcal{E}}{r + \frac{R}{n}}$$

Этот способ выгоден, когда внешнее сопротивление $R \gg r$

17. Выведите формулы для эквивалентной ЭДС и внутреннего сопротивления источника при соединении нескольких одинаковых источников в батарею.

Параллельное соединение

Разность потенциалов, создаваемая любым из источников при отсутствии тока

$$\mathcal{E}_{\text{экв}} = \Delta\varphi = \mathcal{E}$$

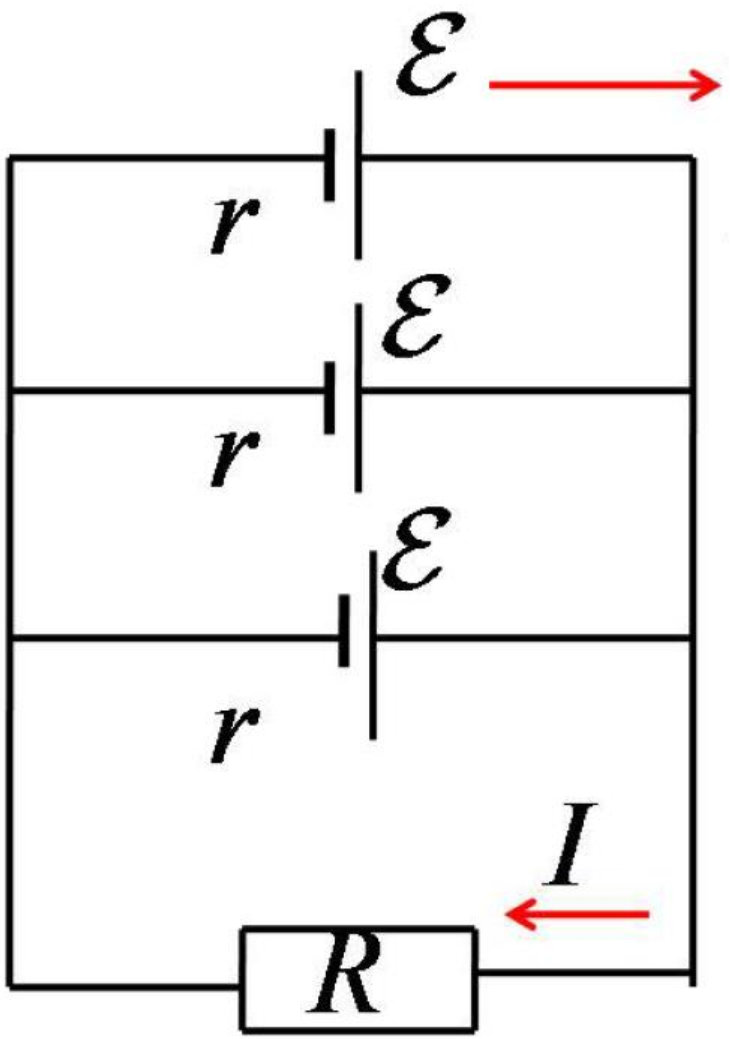
Внутреннее сопротивление

$$U = I \cdot r_{\text{экв}} = \frac{I}{n} \cdot r$$

$$r_{\text{экв}} = \frac{r}{n}$$

Сила тока по закону Ома

$$\frac{I}{n} r + IR = \mathcal{E} \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{n}}$$



Если $r \gg R$, такое соединение приводит к увеличению силы тока в n раз: $I = nI_0$

18. Получите закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной и дифференциальной формах.

Участок цепи, содержащий источник тока – **неоднородный**.

$$\vec{j} = \sigma\left(\vec{E} + \vec{E}_{\text{стор}}\right), \qquad IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}$$

«Сторонние силы» осуществляют пространственное разделение зарядов и поддерживают электрическое поле в цепи. Эти не электростатические силы переносят заряд в сторону возрастания потенциала.

Аналогичными (билету 19) рассуждениями $\vec{j} = en\vec{v} = \frac{e^2 n}{m}\frac{\tau}{2}\left(\vec{E} + \vec{E}_{\text{стор}}\right) = \sigma\left(\vec{E} + \vec{E}_{\text{стор}}\right)$.

Электродвижущая сила источника $\mathcal{E} = \frac{A_{\text{стор сил}}}{q}$.

$$\begin{cases} \displaystyle\int_1^2 \frac{\vec{j}d\vec{l}}{\sigma} = \int_1^2 \vec{E}d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}}d\vec{l} \\ \displaystyle\int_1^2 \frac{\vec{j}d\vec{l}}{\sigma} = I\int_1^2 \rho\frac{dl}{S} = IR \end{cases} \Longrightarrow IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}$$

Напряжение $U = \frac{A_{\text{всех сил}}}{q} = \int_1^2 \vec{E}d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}}d\vec{l} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}$

19. Получите закон Ома для однородного участка цепи в интегральной и дифференциальной формах.

Участок цепи, который **не** содержит источник тока – **однородный**.

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}, \qquad I = \frac{U}{R}$$

Будем считать, что под действием электрического поля E в течение времени τ электрон движется равноускорено. Средняя скорость: $v = \frac{v_{max}}{2} = \frac{a\tau}{2}$.

$$\vec{j} = env = \frac{e^2 n\,\tau}{m\;2}\vec{E} = \sigma\vec{E}$$

Здесь σ – удельная проводимость, $\sigma = \left[\frac{\text{Сименс}}{\text{м}}\right]$.

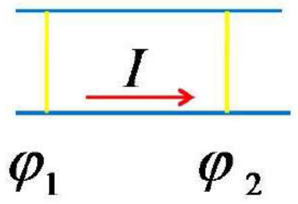
Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U = \int_1^2 \vec{E}d\vec{l} = El$ (т.к. поле направлено вдоль проводника), отсюда $E = \frac{U}{l}$.

Удельное сопротивление $\rho = \frac{1}{\sigma} = [\text{Ом} \cdot \text{м}]$, сопротивление $R = \frac{\rho l}{S}$.

Сила тока в проводнике

$$I = jS = \sigma SE = \frac{\sigma SU}{l} = \frac{S}{\rho l}U = \frac{U}{R}$$

20. Получите закон Джоуля-Ленца для неоднородного участка цепи в интегральной и дифференциальной формах.



Закон Джоуля-Ленца (интегральная форма)

Рассмотрим проводник с током: $dA_{\text{кул}} = dq(\varphi_1 - \varphi_2) = (\varphi_1 - \varphi_2)Idt$

Работа сил на неоднородном участке за время dt складывается из работы сил поля и работы сторонних сил: $dA = dA_{\text{кул}} + dA_{\text{стор}} = (\varphi_1 - \varphi_2)Idt + \mathcal{E}Idt$.

Если проводник неподвижен и без химических реакций, вся эта работа переходит в тепло: $dQ = dA$.

Зная, что $P = \frac{dQ}{dt}$, поделим на dt, применим закон Ома к последнему равенству:

$$P = (\varphi_1 - \varphi_2)I + \mathcal{E}I = I^2R$$

Закон Джоуля-Ленца (дифференциальная форма)

По закону Ома: $\vec{j} = \sigma\left(\vec{E} + \vec{E}_{\text{стор}}\right)$, по определению: $\dot{p} = \rho j^2$ и $\rho = \frac{1}{\sigma}$.

$$\dot{p} = \rho j^2 = j\left(E + E_{\text{стор}}\right)$$

Доказательство $\dot{p} = \rho j^2$ в билете 21/22.

21. Получите выражение для удельной мощности тока для неоднородного участка цепи.

Удельная тепловая мощность $\dot{p}$ — это количество теплоты, выделяющееся в единице объема проводника за единицу времени:

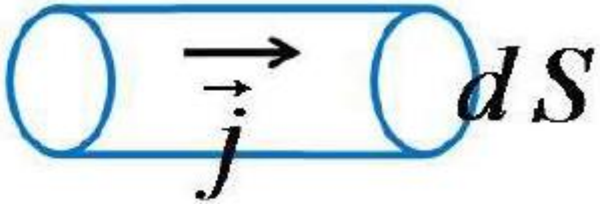
Распишем правую часть закона Джоуля Ленца в интегральной форме

$$\delta Q = RI^2 dt = \frac{\rho dl}{dS}(jdS)^2 dt = \rho j^2 dV dt$$

Поделим на единицу объёма dV и единицу времени dt: $\dot{p} = \frac{\delta Q}{dV dt} = \rho j^2 = \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}\right]$

По закону Ома: $\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_{\text{стор}})$, откуда

$$\dot{p} = \rho j^2 = j\left(E + E_{\text{стор}}\right)$$



22. Получите выражение для удельной мощности тока для однородного участка цепи.

Удельная тепловая мощность $\dot{p}$ — это количество теплоты, выделяющееся в единице объема проводника за единицу времени:

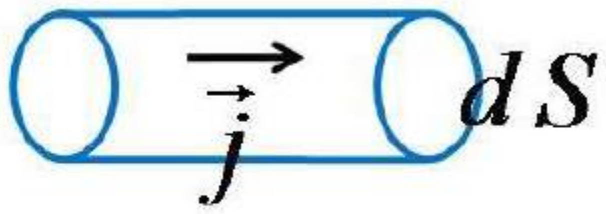
Распишем правую часть закона Джоуля Ленца в интегральной форме

$$\delta Q = RI^2dt = \frac{\rho dl}{dS}(jdS)^2dt = \rho j^2 dVdt$$

Поделим на единицу объёма dV и единицу времени dt: $\dot{p} = \frac{\delta Q}{dVdt} = \rho j^2 = \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}\right]$

По закону Ома: $\vec{j} = \sigma\vec{E} = \frac{\vec{E}}{\rho}$, откуда

$$\dot{p} = \rho j^2 = jE = \sigma E^2$$



23. Запишите систему уравнений Максвелла в интегральной форме. Как выглядит эта система уравнений в стационарном случае?

Закон электромагнитной индукции (док-во: билет 11 части 2 или лекция 12, постулат)

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

Теорема о циркуляции $\vec{H}$ (док-во: лекция 13)

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \left(\overrightarrow{j_{\text{пров}}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S}$$

Теорема Гаусса для $\vec{D}$ (док-во: билет 6 части 1 или лекция 4)

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho_{\text{стор}} dV$$

Теорема Гаусса для $\vec{B}$ (док-во: лекция 11, постулат)

$$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$$

- Нельзя рассматривать векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ как независимые. Под $\vec{E}$ стоит сумма электростатического (его циркуляция 0) и вихревого электрического полей.
- Уравнения Максвелла линейны, отсюда принцип суперпозиции: если два каких-нибудь поля удовлетворяют уравнениям Максвелла, то это справедливо и для их суммы.

23. Запишите систему уравнений Максвелла в интегральной форме. Как выглядит эта система уравнений в стационарном случае?

В стационарном случае ($\vec{E}$ и $\vec{B}$ не изменяются во времени).

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0, \qquad \oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \vec{j}d\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho_{\text{стор}}dV\,, \qquad \oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$$

Электрическое и магнитное поле не зависят друг от друга.

Нужно **дополнить систему** материальными уравнениями для каждого вещества:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}, \qquad \vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$$

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}')$$

24. Запишите систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме. Что можно сказать об источниках и стоках линий $\vec{E}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{H}$?

Система уравнений Максвелла в дифференциальной форме

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \qquad div\,\vec{D} = \rho_{\text{стор}}, \qquad div\,\vec{P} = -\rho'_{\text{связ}}$$

$$rot\,\vec{H} = \vec{j}_{\text{пров}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \qquad div\,\vec{B} = 0, \qquad div\,\vec{J} = -\rho_m$$

Линии вектора $\vec{D}$ начинаются на положительных (исток) и заканчиваются на отрицательных (сток) *свободных* зарядах ($div\,\vec{D} = \rho_{\text{стор}}$).

Линии вектора $\vec{E}$ начинаются на положительных (исток) и заканчиваются на отрицательных (сток) *свободных и связанных* зарядах ($div\,\vec{E} = div\left(\frac{\vec{D}-\vec{P}}{\varepsilon_0}\right) = \frac{\rho_{\text{стор}}+\rho'_{\text{связ}}}{\varepsilon_0}$).

Линии вектора $\vec{B}$ всегда замкнуты (вихревое поле). У них нет ни источников, ни стоков ($div\,\vec{B} = 0$).

Линии $\vec{H}$ начинаются на северном полюсе магнетика и заканчиваются на южном (на границе раздела сред), внутри магнетика направлены против $\vec{B}$ ($div\,\vec{H} = -div\,\vec{J} = \rho_m$).

Нужно **дополнить систему** граничными условиями:

$$D_{1n} = D_{2n} \Leftarrow D_{2n} - D_{1n} = \sigma_{\text{своб гран}}, \qquad B_{1n} = B_{2n}$$

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \qquad H_{1\tau} = H_{2\tau} \Leftarrow H_{2\tau} - H_{1\tau} = j_{\text{пров гран}}$$

25. Покажите с помощью системы уравнений Максвелла, как изменяющееся во времени электрическое поле порождает магнитное.

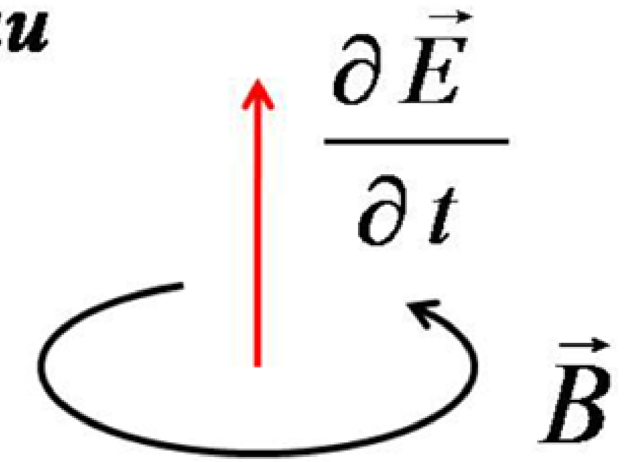
Получим выражение для ротора $\vec{B}$

$$rot\,\vec{H} = \vec{j}_{\text{пров}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \qquad rot\,\vec{J} = \vec{j'}_{\text{намагн}}, \qquad \vec{B} = \mu_0(\vec{J} + \vec{H}), \qquad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Отсюда

$$rot\,\vec{B} = \mu_0(\vec{j}_{\text{пров}} + \vec{j'}_{\text{намагн}} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \frac{\varepsilon_0 \partial \vec{E}}{\partial t})$$

Токи проводимости, токи намагничивания, токи поляризации и изменяющееся во времени электрическое поле



Правый винт

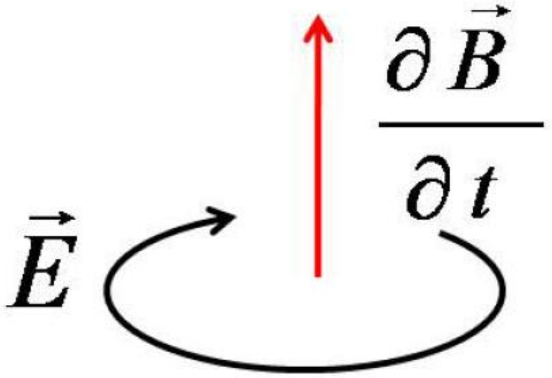
26. Покажите с помощью системы уравнений Максвелла, как изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое.

Электромагнитная индукция, закон Фарадея, первое уравнение Максвелла.

Символ $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ означает изменение магнитной индукции во времени, $rot\,\vec{E}$ говорит о том, что электрическое поле имеет вихревой характер (его линии замкнуты).

Вихревое электрическое поле возникает всегда, когда изменяется во времени магнитное поле

$$\boxed{rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$



Левый винт

Магнетизм и колебания 1/3

Магнетизм

1. Сформулируйте закон Био-Савара-Лапласа. Получите с его помощью выражение для индукции поля прямого тока и индукции в центре кругового витка. [Л9]
2. Докажите теорему о циркуляции вектора $\vec{B}$ в отсутствие магнетика. Вычислите с её помощью индукцию магнитного поля прямого тока, индукцию поля внутри длинного соленоида. [Л9]
3. Дайте определение силы Лоренца, действующей на частицу в электромагнитном поле. Частица движется в однородном магнитном поле по винтовой линии. Получите формулу для радиуса и шага винтовой линии. [Л10]
4. Выведите формулу для работы сил магнитного поля при движении контура с током в магнитном поле. [Л10]
5. Что называют индуктивностью контура? Получите формулу для индуктивности на единицу длины для длинного соленоида. [Л12]
6. В чём заключается явление взаимной индукции. Получите формулы для вычисления индуктивности связанных контуров. [Л12]
7. В чём заключается явление взаимной индукции. Получите формулы для вычисления энергии магнитного поля связанных контуров. [Л12]
8. Получите выражение для ЭДС индукции, возникающей при движении проводника в магнитном поле. [Л12]
9. Получите выражение для разности потенциалов, возникающей между концами проводника при движении в магнитном поле. [Л12]
10. Получите выражение для ЭДС индукции, возникающей в неподвижном контуре при изменении магнитного потока через него. [Л12]

Магнетизм и колебания 2/3

Магнетизм + волны

11. Приведите примеры - когда наблюдается действие вихревого электрического поля, а когда потенциального. Запишите теорему о циркуляции электрического поля для обоих случаев. [Л12]
12. Дайте определение токов намагничивания. Что называют намагниченностью среды? Как в случае однородного изотропного магнетика связаны векторы $\vec{J}$, $\vec{H}$ и $\vec{B}$. [Л11]
13. Докажите теорему о циркуляции вектора $\vec{J}$. [Л11]
14. Что называют магнитной проницаемостью среды. Расскажите о свойствах диа- и парамагнетиков. [Л11]
15. Расскажите о свойствах ферромагнетиков. За счёт чего возникает гистерезис. Что называется температурой Кюри? [Л11]
16. Получите формулы, описывающие преломление линий вектора $\vec{H}$ на границе двух магнетиков. [Л11]
17. Получите формулы, описывающие преломление линий вектора $\vec{B}$ на границе двух магнетиков. [Л11]
18. Получите волновое уравнение для вектора $\vec{E}$. [Л16]
19. Получите волновое уравнение для вектора $\vec{B}$. [Л16]
20. Докажите, что плоская электромагнитная волна является поперечной. [Л16]
21. Установите связь между амплитудами напряжённости электрического поля и напряжённости магнитного поля в плоской электромагнитной волне. [Л16]
22. Комплексное представление электромагнитной волны. Запись уравнений Максвелла для такой волны. [Л16]
22. Вектор Умова-Пойнтинга. [Л16+Л13] (да, 2 билета №22)

Магнетизм и колебания 3/3

Волны + сигналы + оптика

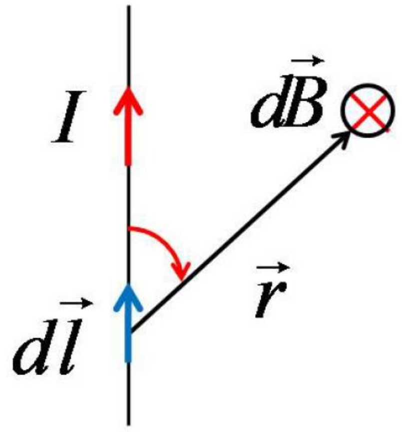
23. Интерференция двух плоских монохроматических волн одинаковой частоты. [Л16]
24. Интерференция волн от двух когерентных точечных источников. [Л16]
25. Разложение периодической функции в ряд Фурье. Фазовая модуляция радиосигнала. [Л17]
26. Разложение непериодической функции по интегралам Фурье. [Л17]
27. Представление одиночного прямоугольного импульса в виде интеграла Фурье. [Л17]
28. Представление конечного участка синусоидального сигнала в виде интеграла Фурье. [Л17]
29. Дифракция Френеля на круглом отверстии. Вычисление интенсивности в центре дифракционной картины с помощью векторных диаграмм. [Л17]
30. Групповая скорость волнового пакета. Расползание волнового пакета при наличии дисперсии. [Л18]
31. Уравнение эйконала и лучевое уравнение. Градиентные световоды. [Л18]
32. Вывод законов отражения и преломления света для плоской электромагнитной волны. [Л19]
33. Вывод формул Френеля. Угол Брюстера. [Л19]
34. Полное внутреннее отражение света. Проникновение волны в оптически менее плотную среду при полном внутреннем отражении. [Л19]
35. Сдвиг фаз при полном внутреннем отражении. Приведите пример, как это учитывается при вычислении порядка моды в волноводе. [Л19]

1. Сформулируйте закон Био-Савара-Лапласа. Получите с его помощью выражение для индукции поля прямого тока и индукции в центре кругового витка.

Закон Био-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I[d\vec{l},\vec{r}]}{r^3}$$

Элемент длины контура $d\vec{l}$ направлен по касательной к контуру в сторону протекания тока.



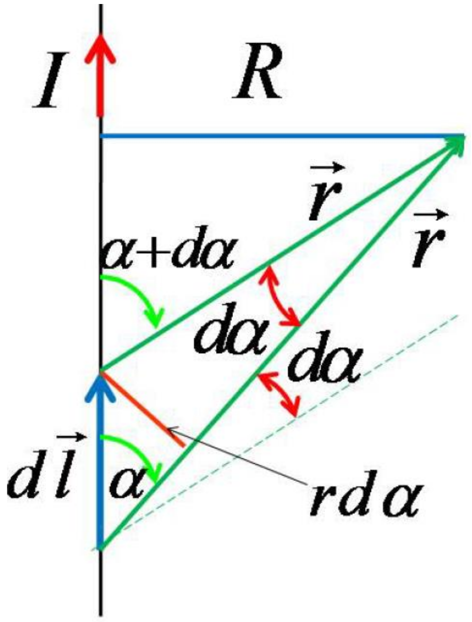
Индукция магнитного поля прямого тока

Расстояние до точки $r = \frac{R}{\sin\alpha}$

Элемент длины $|d\vec{l}| = \frac{r}{\sin\alpha}d\alpha = \frac{R}{\sin^2\alpha}d\alpha$

Векторное произведение $[d\vec{l},\vec{r}] = |d\vec{l}|\cdot r\cdot \sin\alpha$

$$B = 2\int_0^{\pi/2}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{|d\vec{l}|\cdot r\cdot\sin\alpha}{r^3} = 2\int_0^{\pi/2}\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{\sin^2\alpha}\frac{\sin^2\alpha}{R^2}\sin\alpha d\alpha = 2\frac{\mu_0 I}{4\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



1. Сформулируйте закон Био-Савара-Лапласа. Получите с его помощью выражение для индукции поля прямого тока и индукции в центре кругового витка.

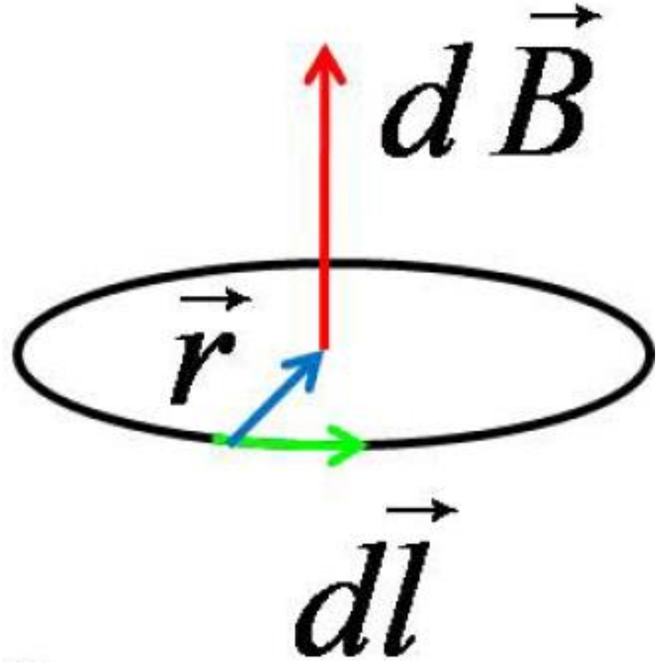
Индукция магнитного поля в центре кругового витка

Расстояние от проводника до точки всегда $|\vec{r}| = R$

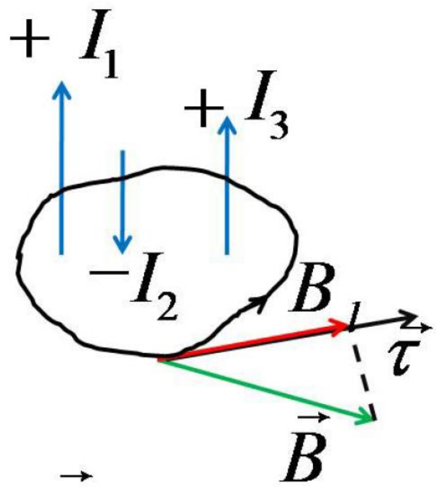
Общая длина всех элементов $d\vec{l}$ проводника равна $2\pi R$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2\pi R R}{R^3} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



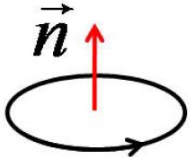
2. Докажите теорему о циркуляции вектора $\vec{B}$ в отсутствие магнетика. Вычислите с её помощью индукцию магнитного поля прямого тока, индукцию поля внутри длинного соленоида.



Циркуляция вектора $\vec{B}$ равна алгебраической сумме токов, охваченных контуром, умноженной на магнитную постоянную.

$$\oint_L B_l dl = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_\Sigma$$

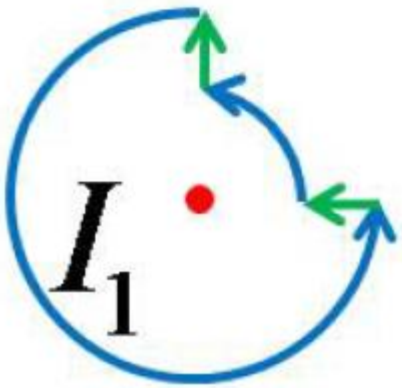
Для непрерывно распределённых токов



$$\oint_L B_l dl = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \oint_S \vec{j} d\vec{S} = \mu_0 \oint_S j_n dS$$

Доказательство

Представим контур в виде суммы произвольных дуг и окружностей.



На радиусах $\vec{B} \perp d\vec{l}$ циркуляция равна нулю.

На дугах: $B_k = \frac{\mu_0 I_k}{2\pi R}$. Все дуги охватывают угол 2π.

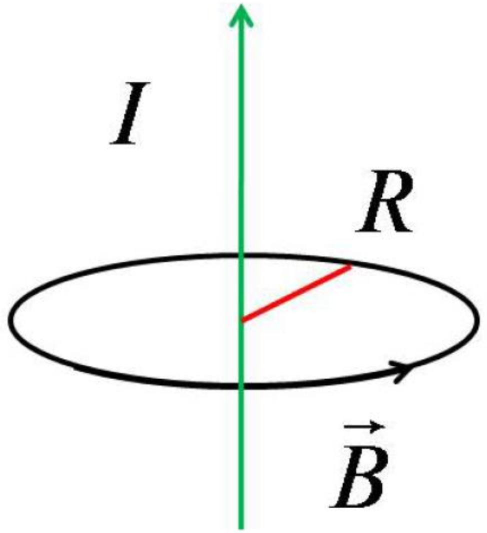
$$\oint_L \overrightarrow{B_k} d\vec{l} = \oint_L \frac{\mu_0 I_k}{2\pi R} = \mu_0 I_\mathrm{k}$$

Сложим результаты для каждого тока ■

2. Докажите теорему о циркуляции вектора $\vec{B}$ в отсутствие магнетика. Вычислите с её помощью индукцию магнитного поля прямого тока, индукцию поля внутри длинного соленоида.

Индукция магнитного поля прямого тока

Возьмём в качестве контура окружность радиусом R.

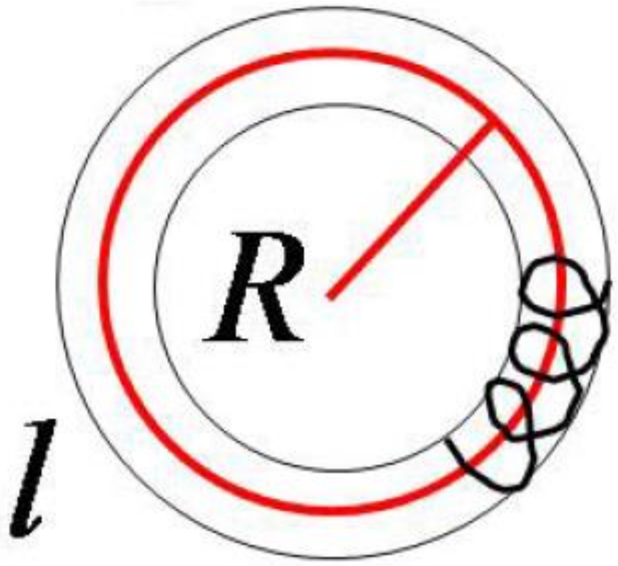


$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I_\Sigma \implies B \cdot 2\pi R = \mu_0 I \implies B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Индукция магнитного поля внутри длинного соленоида

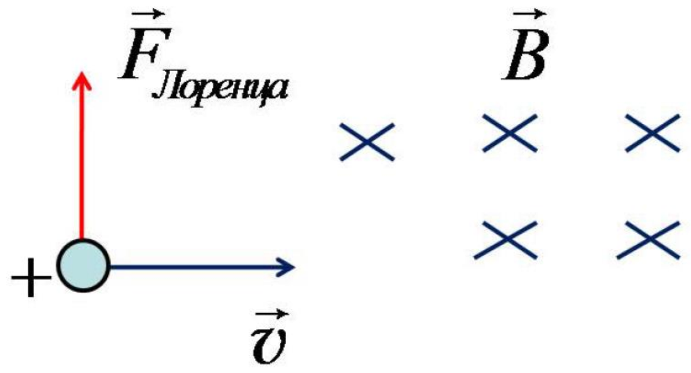
Вычислим индукцию на оси, число витков на единицу длины равно n.

Представим бесконечный соленоид свёрнутый в кольцо большого радиуса.



$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I_\Sigma \implies B \cdot 2\pi R = \mu_0 I \cdot n \cdot 2\pi R \implies B = \mu_0 In$$

3. Дайте определение силы Лоренца, действующей на частицу в электромагнитном поле. Частица движется в однородном магнитном поле по винтовой линии. Получите формулу для радиуса и шага винтовой линии.



Сила Лоренца – сила, действующая на движущуюся частицу в эм поле.

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]$$

Магнитная составляющая силы Лоренца направлена перпендикулярно скорости, поэтому не совершает работы, не может изменить модуля скорости.

Движение частицы по винтовой линии

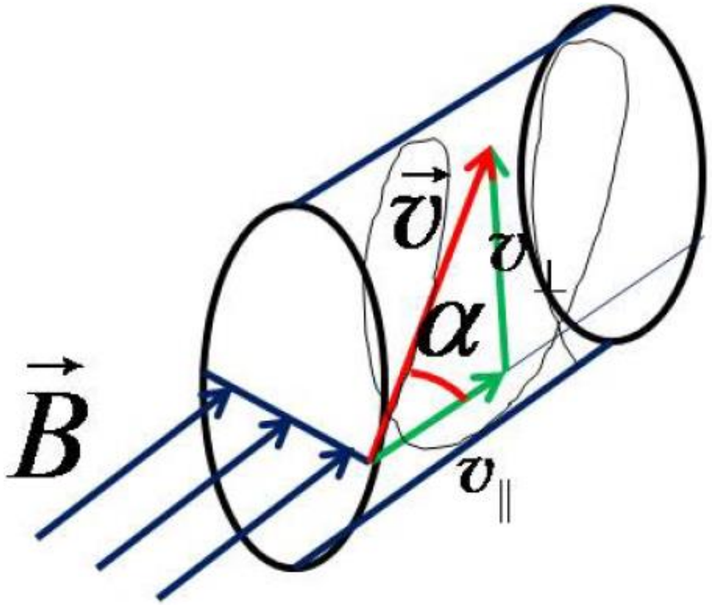
$$\begin{cases} v_\perp = v\sin\alpha \\ v_\parallel = v\cos\alpha \end{cases}$$

$$ma_{цс} = \mathrm{F}_{лор} \Rightarrow \frac{mv_\perp^2}{R} = qv_\perp B$$

Радиус спирали: $R = \dfrac{mv\sin\alpha}{qB}$

Период обращения частицы: $T = \dfrac{2\pi R}{v_\perp} = \dfrac{2\pi m}{qB}$

Шаг винтовой линии: $h = Tv_\parallel = \dfrac{2\pi m}{qB} v\cos\alpha$



4. Выведите формулу для работы сил магнитного поля при движении контура с током в магнитном поле.

Поток вектора магнитной индукции $d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS = BdS\cos\alpha = [\text{Вб}]$

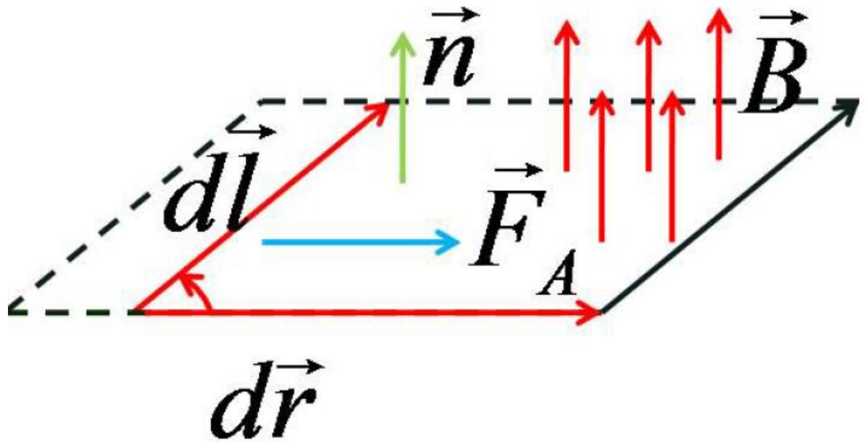
Сила Ампера на элемент проводника $d\vec{F} = I[d\vec{l},\vec{B}]$.

Элементарная работа по перемещению элемента проводника $d\vec{l}$ на расстояние $d\vec{r}$:

$$\delta A = (\overrightarrow{F_A}, d\vec{r}) = I([d\vec{l},\vec{B}], d\vec{r}) = I([d\vec{r}, d\vec{l}], \vec{B}) = I(\vec{n}dS, \vec{B}) = Id\Phi$$

Полная работа по перемещению проводника

$$A = \int_1^2 Id\Phi = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$



5. Что называют индуктивностью контура? Получите формулу для индуктивности на единицу длины для длинного соленоида.

Индуктивность – коэффициент пропорциональности между током в контуре и создаваемым им полным магнитным потоком

$$\Phi = LI, \qquad L = [\text{Гн}]$$

Индуктивность бесконечно длинного соленоида.

Число витков на единицу длины равно n, длина соленоида l, площадь сечения S, ток течёт силой I.

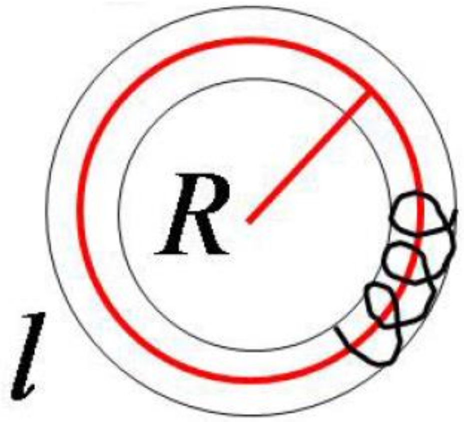
Вычислим индукцию на оси. Представим бесконечный соленоид свёрнутый в кольцо большого радиуса.

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \mu I_\Sigma \Rightarrow B \cdot 2\pi R = \mu_0 \mu I \cdot n \cdot 2\pi R \Rightarrow B = \mu_0 \mu I n$$

Магнитный поток через один виток. Так как $B \perp S$: $\Phi_1 = B \cdot S = \mu_0 \mu n I S$

Полный магнитный поток: $\Phi = \Phi_1 \cdot nl = \mu_0 \mu n^2 l S I = LI$

$$L = \mu_0 \mu n^2 V$$



6. В чём заключается явление взаимной индукции. Получите формулы для вычисления индуктивности связанных контуров.

Взаимная индукция — это возникновение ЭДС индукции в одном контуре при изменении силы тока в другом контуре.

Магнитный поток через второй контур пропорционален току в первом и наоборот.

$$\Phi_{21} = L_{21} I_1, \qquad \Phi_{12} = L_{12} I_2$$

ЭДС вызываемый во втором контуре током первого и наоборот.

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}, \qquad \mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

Теорема о взаимности: $L_{\text{вз}} = L_{12} = L_{21}$

Если две катушки намотаны на один общий сердечник (длиной l и сечением S).

$$B_1 = \mu_0\mu\frac{N_1}{l}I_1, \qquad B_2 = \mu_0\mu\frac{N_2}{l}I_2$$

$$\Phi_{21} = N_2 \cdot \Phi_{\text{одного витка}} = N_2 \cdot \mathrm{B}_1 \cdot \mathrm{S} = \frac{\mu_0\mu N_1 N_2 S}{l} \cdot I_1 = L_{21} I_1 \implies L_{21} = \frac{\mu_0\mu N_1 N_2 S}{l}$$

$$\Phi_{12} = N_1 \cdot \Phi_{\text{одного витка}} = N_2 \cdot \mathrm{B}_2 \cdot \mathrm{S} = \frac{\mu_0\mu N_1 N_2 S}{l} \cdot I_2 = L_{12} I_2 \implies L_{12} = \frac{\mu_0\mu N_1 N_2 S}{l}$$

$$L_{\text{вз}} = L_{12} = L_{21} = \frac{\mu_0\mu N_1 N_2 S}{l}$$

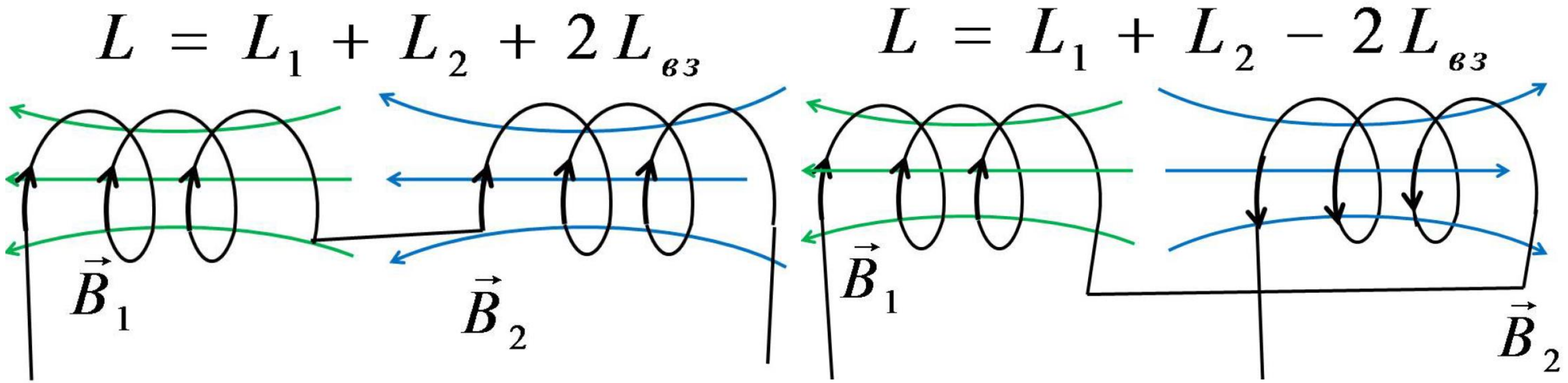
6. В чём заключается явление взаимной индукции. Получите формулы для вычисления индуктивности связанных контуров.

Поток через 1-ю катушку: $\Phi_1 = L_1 I + L_{вз} I$

Поток через 2-ю катушку: $\Phi_2 = L_2 I + L_{вз} I$

Суммарный поток $\Phi = (L_1 I + L_{вз} I) \pm (L_2 I + L_{вз} I) = (L_1 + L_2 \pm 2L_{вз}) I$

Индуктивность системы катушек $L = L_1 + L_2 \pm 2L_{вз}$



7. В чём заключается явление взаимной индукции. Получите формулы для вычисления энергии магнитного поля связанных контуров.

Взаимная индукция — это возникновение ЭДС индукции в одном контуре при изменении силы тока в другом контуре.

(**билет 6**)

Энергия магнитного поля связанных контуров

Элементарная работа dA, совершаемая источниками за время dt, равна

$$\delta A = -(\mathcal{E}_{si1} + \mathcal{E}_{\text{вз}1})I_1 dt - (\mathcal{E}_{si2} + \mathcal{E}_{\text{вз}2})I_2 dt = dW$$

- $\mathcal{E}_{si1} = -L_1 \frac{dI_1}{dt}$ – ЭДС самоиндукции в первом контуре
- $\mathcal{E}_{\text{вз}1} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$ – ЭДС взаимной индукции в первом контуре (от второго контура)

$$dW = L_1 I_1 dI_1 + L_{12} I_1 dI_2 + L_2 I_2 dI_2 + L_{21} I_2 dI_1$$

Интегрируем по dI_1 и dI_2

$$W = \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} \pm L_{\text{вз}} I_1 I_2$$

8. Получите выражение для ЭДС индукции, возникающей при движении проводника в магнитном поле.

При движении проводника вместе с ним движутся и свободные электроны. В магнитном поле на каждый заряд q действует магнитная составляющая силы Лоренца: $\vec{F}_{\text{лор}} = q[\vec{v}, \vec{B}]$

Создать индукционный ток может только

$$\vec{F}_{\text{стор}} = q v_y B_z$$

Работа этой силы при перемещении заряда вдоль проводника

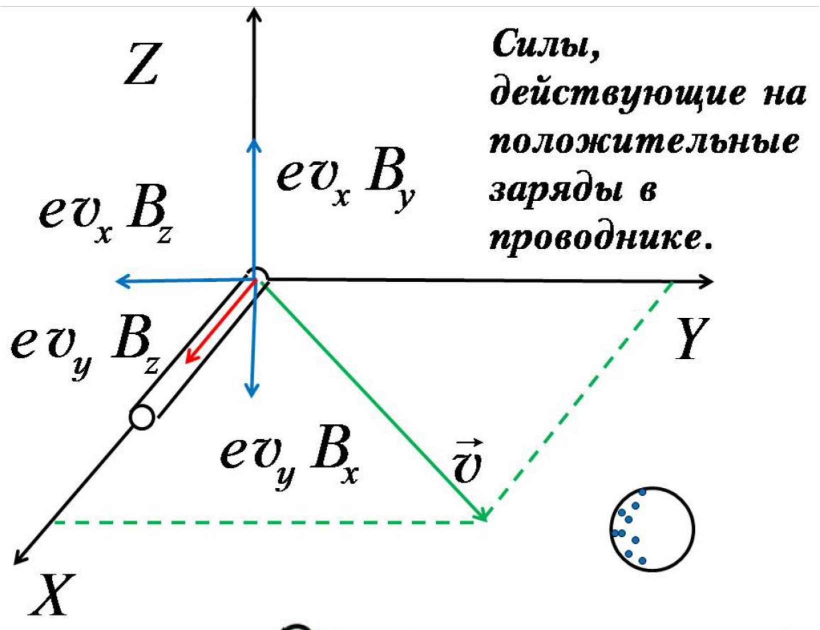
$$A_{\text{стор}} = l q v_y B_z$$

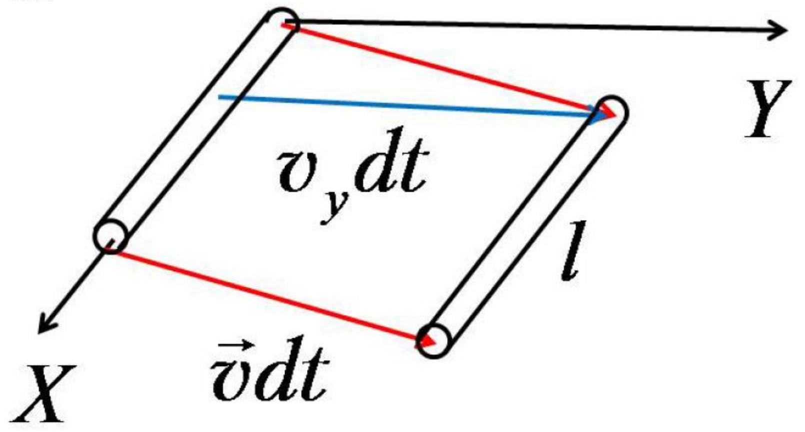
Площадь, зачерчиваемая проводником за время dt:

$$dS = l v_y dt \implies l v_y = \frac{dS}{dt}$$

ЭДС индукции в проводнике

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{стор}}}{q} = l v_y B_z = B_z \frac{dS}{dt} = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right|$$





9. Получите выражение для разности потенциалов, возникающей между концами проводника при движении в магнитном поле.

Ситуация как с билетом 8.

Под действием силы Лоренца электроны смещаются к одному концу проводника, создавая там избыточный минус, а на другом — плюс. Это порождает внутри проводника электростатическое поле $\vec{E}$. Перераспределение зарядов прекратится, когда электрическая сила уравновесит магнитную:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}] = 0 \Rightarrow E = -v_y B_z$$

$$U = \Delta\varphi = \int E dl = El = v_y l B_z = B_z \frac{dS}{dt} = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right|$$

10. Получите выражение для ЭДС индукции, возникающей в неподвижном контуре при изменении магнитного потока через него.

Контур стоит на месте, меняется только магнитное поле $\vec{B}$. Переменное магнитное поле создает **вихревое электрическое поле** $\vec{E}$.

Определение ЭДС: $\mathcal{E} = \frac{dA}{dq} = \oint_L \vec{E} d\vec{l}$ (работа по переносу заряда = циркуляция).

Магнитный поток через поверхность S, ограниченную контуром, равен $\Phi = \oint_S \vec{B} d\vec{S}$.

Закон Фарадея преобразуется как: $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\oint_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}$.

Получается теорема о циркуляции вихревого электрического поля

$$\mathcal{E} = \oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\oint_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}$$

11. Приведите примеры - когда наблюдается действие вихревого электрического поля, а когда потенциального. Запишите теорему о циркуляции электрического поля для обоих случаев.

Потенциальное электрическое поле (электростатическое)

Это поле, создаваемое неподвижными зарядами.

Примеры: поле вокруг заряженного металлического шара, поле внутри заряженного конденсатора, поле точечного заряда (электрона или протона).

Теорема о циркуляции: циркуляция по любому замкнутому контуру равна 0.

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0$$

Вихревое электрическое поле (индуцированное)

Это поле порождается изменяющимся во времени магнитным полем $\vec{B}$. Оно не связано напрямую с зарядами, его линии всегда замкнуты.

Примеры: ЭДС в обмотке трансформатора при работе, индукционный ток в кольце, над которым движется магнит, вихревые токи (токи Фуко) в массивных кусках металла.

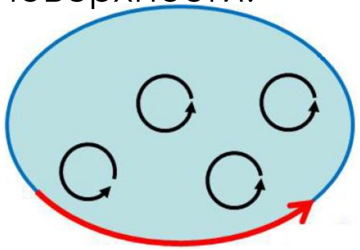
Теорема о циркуляции: циркуляция определяется законом Фарадея.

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\oint_S \frac{d\vec{B}}{dt}d\vec{S} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

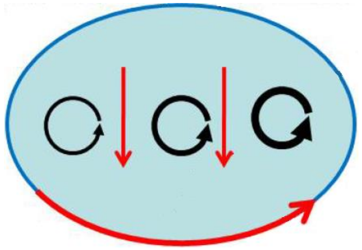
12. Дайте определение токов намагничивания. Что называют намагниченностью среды? Как в случае однородного изотропного магнетика связаны векторы $\vec{J}$, $\vec{H}$ и $\vec{B}$.

Токи намагничивания — это макроскопические токи, которые непрерывно изменяются в пространстве и создают макроскопическое магнитное поле в веществе (магнетике).

В однородном веществе микроскопические токи компенсируются и макроскопические токи текут по поверхности.



В неоднородном веществе макроскопические токи текут по поверхности и в объёме.



Намагниченность (вектор намагничивания) – магнитный момент единицы объёма.

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{p}_{mi} = n\langle\vec{p}_m\rangle = [\text{А}/\text{м}]$$

Где $\vec{p}_{mi}$ – магнитный момент молекулы, n – концентрация молекул, $\langle\vec{p}_m\rangle$ – средний мм.

Магнитная индукция $\vec{B} = [\text{А}/\text{м}]$(зависит от токов проводимости и намагничивания)

Напряженность магнитного поля $\vec{H} = [\text{А}/\text{м}]$(зависит только от токов проводимости)

12. Дайте определение токов намагничивания. Что называют намагниченностью среды? Как в случае однородного изотропного магнетика связаны векторы $\vec{J}$, $\vec{H}$ и $\vec{B}$.

Циркуляции

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0(I_\Sigma + I'_\Sigma), \qquad \oint_L \vec{J}d\vec{l} = I'_\Sigma, \qquad \oint_L \vec{H}d\vec{l} = I_\Sigma$$

Связи

$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{J}\right)$$

$$\vec{J} = \chi\vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} = \mu_0\mu\vec{H}$$

χ – магнитная восприимчивость среды (безразмерная величина)

$\mu = 1 + \chi$ – магнитная проницаемость среды (безразмерная величина)

13. Докажите теорему о циркуляции вектора $\vec{J}$.

Теорема о циркуляции (для дискретных токов, для непрерывных токов, в дифференциальной форме)

$$\oint_L \vec{J} d\vec{l} = I'_\Sigma, \qquad \oint_L \vec{J} d\vec{l} = \oint_S \vec{j}' d\vec{S}, \qquad rot\,\vec{J} = \vec{j}'$$

S – любая поверхность, натянутая на контур L,

I' – сумма токов намагничивания, $\vec{j}'$ – плотность токов намагничивания.

Доказательство

Вклад в циркуляцию внесут только токи, охватывающие контур.
Элемент контура dl охватит только молекулярные токи, центры которого попадают внутрь косого цилиндра объёмом

$$dV = S_m \cos\alpha\, dl$$

Магнитный момент молекулы $\langle\overrightarrow{p_m}\rangle = I_m \overrightarrow{S_m}$, $\vec{J} = n\langle\overrightarrow{p_m}\rangle$

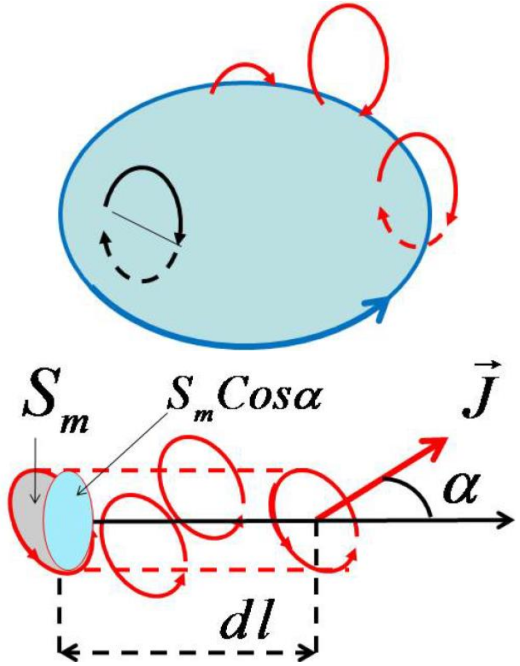
На элемент длины контура приходится ток намагничивания

$$dI' = I_m n dV = I_m S_m n \cos\alpha\, dl = \vec{J} d\vec{l}$$

Интегрируя по всему контуру $\oint_L dI' = I'_\Sigma = \oint_L \vec{J} d\vec{l}$

Используем $dI' = \vec{j}' d\vec{S}$, интегрируем $\oint_L dI' = \oint_S \vec{j}' d\vec{S} = \oint_L \vec{J} d\vec{l}$

По определению $\oint_L \vec{J} d\vec{l} = \oint_S rot\,\vec{J}\, d\vec{S} = \oint_S \vec{j}' d\vec{S}$, отсюда $rot\,\vec{J} = \vec{j}'$



14. Что называют магнитной проницаемостью среды. Расскажите о свойствах диа- и парамагнетиков.

Магнитная проницаемость μ — это безразмерная физическая величина, которая показывает, во сколько раз индукция магнитного поля в веществе ($\vec{B}$) отличается от индукции магнитного поля в вакууме ($\vec{B}_0 = \vec{H}$).

Для однородного вещества: $\vec{B} = \mu_0(1+\chi)\vec{H} = \mu_0\mu\vec{H}$.

Если $\mu > 1$, вещество усиливает внешнее магнитное поле. Если $\mu < 1$ – ослабляет.

Диамагнетики — это вещества, которые намагничиваются ***против направления*** внешнего магнитного поля.

При внесении во внешнее поле в атомах индуцируются дополнительные микротоки, магнитный момент которых по правилу Ленца направлен навстречу внешнему полю.

$$\chi < 0, \qquad \mu < 1, \qquad \vec{J} \upharpoonleft\downharpoonright \vec{H}$$

Диамагнетики выталкиваются из областей сильного магнитного поля в слабые.

Примеры: висмут, медь, вода, инертные газы, золото.

14. Что называют магнитной проницаемостью среды. Расскажите о свойствах диа- и парамагнетиков.

Парамагнетики — это вещества, которые намагничиваются ***по направлению*** внешнего магнитного поля.

Атомы парамагнетиков уже имеют собственные магнитные моменты (из-за спинов электронов или орбитального движения). В отсутствие поля они направлены хаотично из-за теплового движения. При включении поля моменты начинают ориентироваться вдоль него.

$$\chi > 0, \qquad \mu > 1, \qquad \vec{J} \upuparrows \vec{H}$$

Парамагнетики втягиваются в области сильного магнитного поля.

Примеры: алюминий, платина, кислород, вольфрам.

При нагревании намагниченность падает $\chi \sim \frac{1}{T}$.

15. Расскажите о свойствах ферромагнетиков. За счёт чего возникает гистерезис. Что называется температурой Кюри?

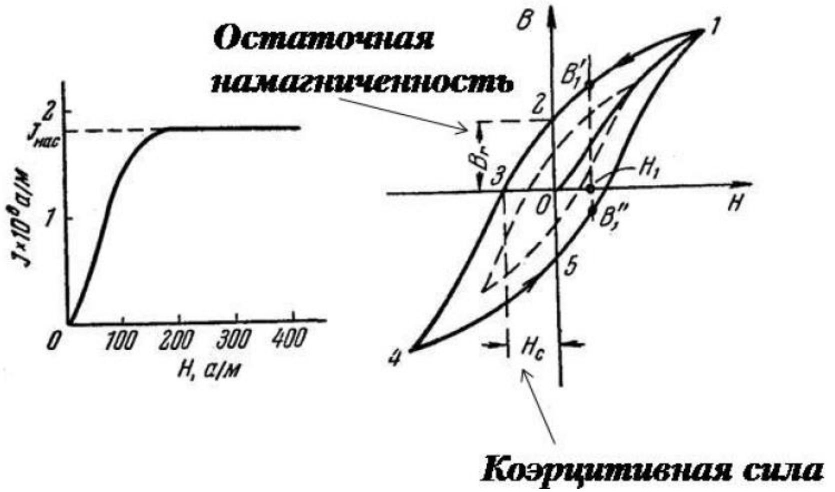
Ферромагнетики — это вещества (железо, никель, кобальт и прочие), обладающие спонтанной намагниченностью даже в отсутствие внешнего поля.

- **Магнитная проницаемость** μ переменна, достигает значений $10^3 - 10^5$, ферромагнетики усиливают внешнее поле в тысячи и миллионы раз.
- Внутри ферромагнетика есть микроскопические области (**домены**), которые уже намагничены до насыщения, но в обычном куске металла их векторы направлены хаотично.

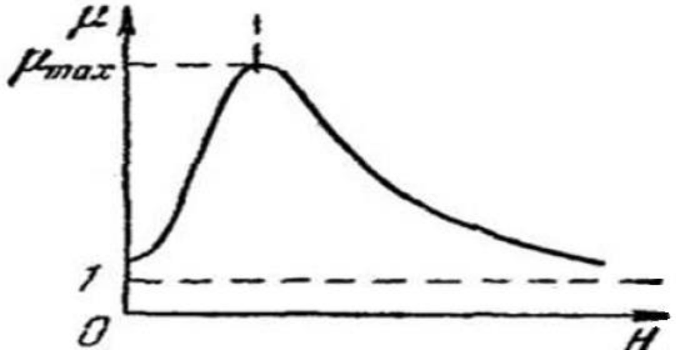
Гистерезис (от греч. «запаздывание») — это явление зависимости намагниченности вещества от его «предыстории».

При включении внешнего поля H домены начинают разворачиваться. После выключения внешнего поля домены не возвращаются в исходной хаотическое состояние полностью, появляется остаточная намагниченность B_r.

Чтобы полностью размагнитить образец, нужно приложить поле противоположного направления — коэрцитивную силу H_c.



15. Расскажите о свойствах ферромагнетиков. За счёт чего возникает гистерезис. Что называется температурой Кюри?



Ферромагнитные свойства зависят от температуры.

При температурах выше **температуры Кюри** домены разрушаются – ферромагнетик становиться парамагнетиком (μ в тысячи раз меньше).

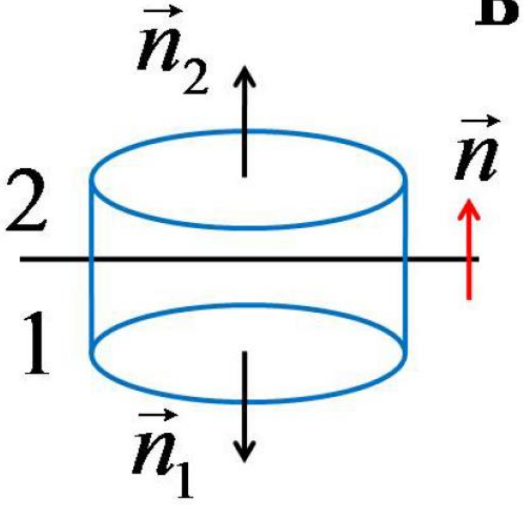
При охлаждении магнитные свойства восстанавливаются.

16. Получите формулы, описывающие преломление линий вектора $\vec{H}$ на границе двух магнетиков.

Теорема о циркуляции $\vec{H}$: $\oint_L \vec{H} d\vec{L} = I_\Sigma$.

Теорема Гаусса для $\vec{B}$: $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$.

Граничные условия для векторов B и H.

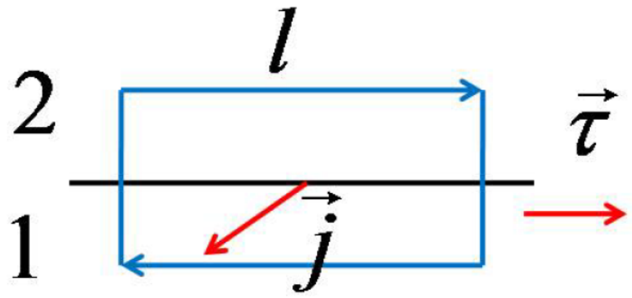


$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

$$B_{2n}S - B_{1n}S = 0$$

$$\boxed{B_{2n} = B_{1n}}$$

$$\boxed{\mu_2 H_{2n} = \mu_1 H_{1n}}$$



$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$$

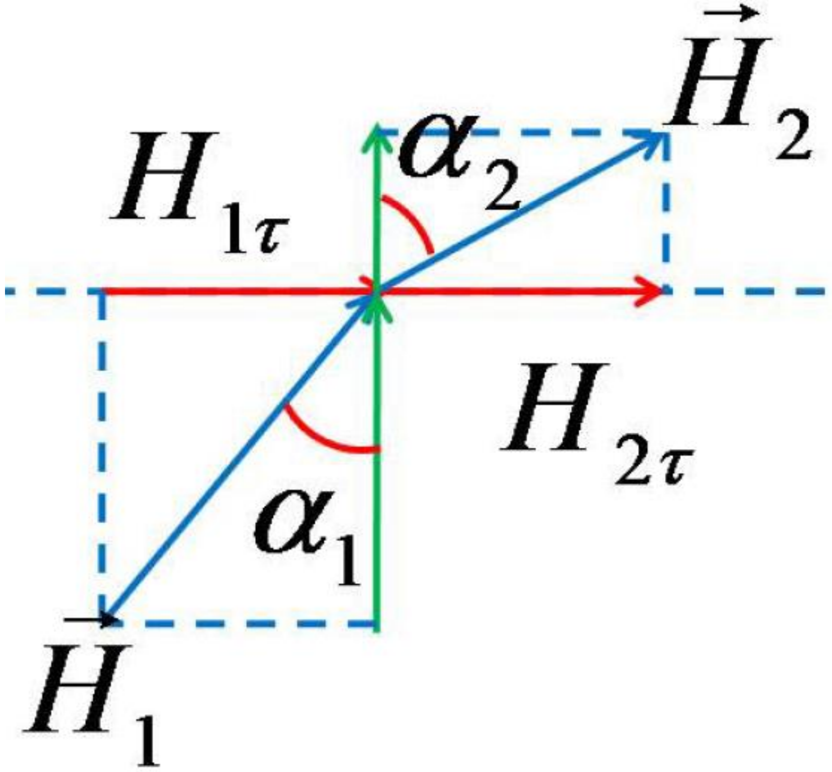
$$H_{2\tau} l - H_{1\tau} l = j_n S$$

Если токи проводимости не текут вдоль границы раздела сред

$$\boxed{H_{2\tau} = H_{1\tau}}$$

$$\boxed{\frac{B_{2\tau}}{\mu_2} = \frac{B_{1\tau}}{\mu_1}}$$

16. Получите формулы, описывающие преломление линий вектора $\vec{H}$ на границе двух магнетиков.



$$H_{2\tau} = H_{1\tau}$$

$$\mu_2 H_{2n} = \mu_1 H_{1n}$$

$$\boxed{\mu_2 = 2\mu_1}$$

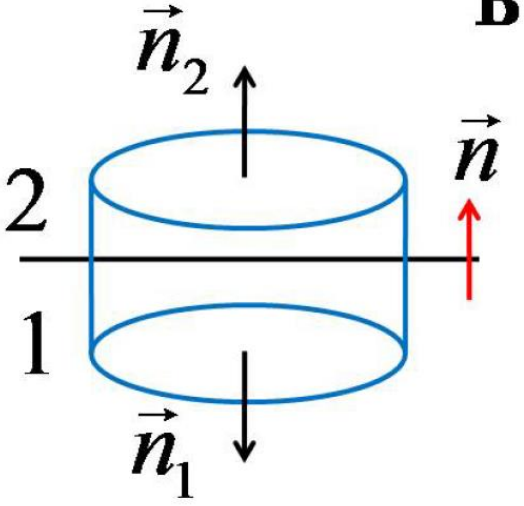
$$\boxed{\frac{tg\,\alpha_2}{tg\,\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}}$$

17. Получите формулы, описывающие преломление линий вектора $\vec{B}$ на границе двух магнетиков.

Теорема о циркуляции $\vec{H}$: $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I_\Sigma$.

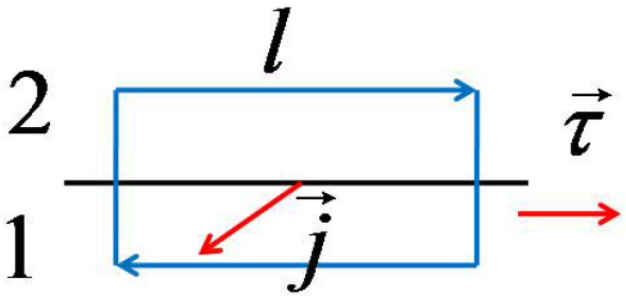
Теорема Гаусса для $\vec{B}$: $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$.

Граничные условия для векторов B и H.



$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

$$B_{2n} S - B_{1n} S = 0$$



$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$$

$$H_{2\tau} l - H_{1\tau} l = j_n S$$

Если токи проводимости не текут вдоль границы раздела сред

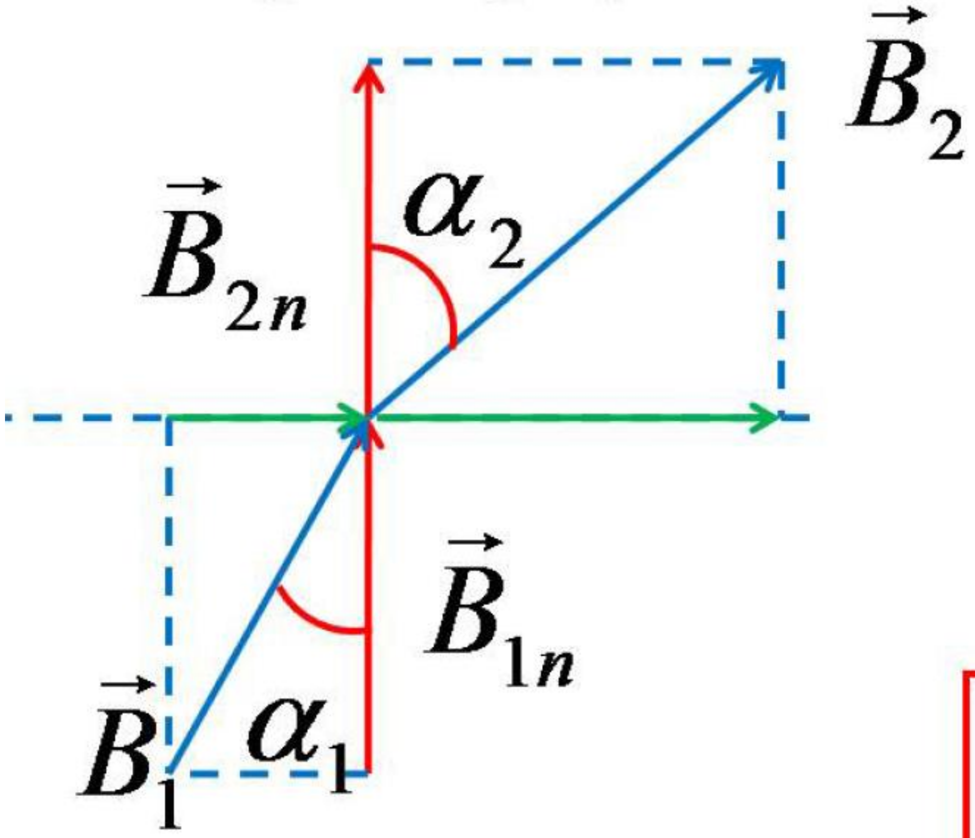
$$\boxed{B_{2n} = B_{1n}}$$

$$\boxed{\mu_2 H_{2n} = \mu_1 H_{1n}}$$

$$\boxed{H_{2\tau} = H_{1\tau}}$$

$$\boxed{\frac{B_{2\tau}}{\mu_2} = \frac{B_{1\tau}}{\mu_1}}$$

17. Получите формулы, описывающие преломление линий вектора $\vec{B}$ на границе двух магнетиков.



$$B_{2n} = B_{1n}$$

$$\frac{B_{2\tau}}{\mu_2} = \frac{B_{1\tau}}{\mu_1}$$

$$\boxed{\frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}}$$

$$\boxed{\mu_2 = 2\mu_1}$$

18. Получите волновое уравнение для вектора $\vec{E}$.

1) Запишем теорему о циркуляции напряжённости электрического поля

$$rot\,\vec{E} = \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Умножим векторно на

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \mathrm{\vec{E}}) - \nabla^2 \mathrm{\vec{E}} = div\vec{E} - \Delta\vec{E} = 0 - \Delta\vec{E} = -\nabla \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \Longrightarrow \quad \Delta\vec{E} = \nabla \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \vec{B})\ (1)$$

2)Запишем теорему о циркуляции напряжённости магнитного поля

$$rot\,\vec{H} = \nabla \times \vec{H} = -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Перейдём к $\vec{B}$ и $\vec{E}$

$$\frac{1}{\mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon} \nabla \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \Longrightarrow \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\ (2)$$

3) Подставим (2) в (1)

$$\Delta\vec{E} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Получаем волновое уравнение для вектора $\vec{E}$

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

19. Получите волновое уравнение для вектора $\vec{B}$.

1) Запишем теорему о циркуляции напряжённости магнитного поля

$$rot\,\vec{H} = \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Умножим векторно на

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} = \nabla(\nabla\vec{\mathrm{H}}) - \nabla^2\vec{\mathrm{H}} = div\vec{H} - \Delta\vec{H} = 0 - \Delta\vec{H} = \nabla \times \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \Longrightarrow \Delta\vec{H} = -\nabla \times \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \vec{D})$$

Перейдём к $\vec{B}$ и $\vec{E}$

$$\Delta\vec{B} = -\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \vec{E})\ \ (1)$$

2)Запишем теорему о циркуляции напряжённости электрического поля

$$rot\,\vec{E} = \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\ \ (2)$$

3) Подставим (2) в (1)

$$\Delta\vec{B} = -\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = \mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$$

Получаем волновое уравнение для вектора $\vec{E}$

$$\Delta B = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$$

20. Докажите, что плоская электромагнитная волна является поперечной.

Перепишем уравнения Максвелла для среды, где нет токов проводимости, в проекциях .

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1) \qquad \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \partial / \partial x & \partial / \partial y & \partial / \partial z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -\mu\mu_0 \dot{\vec{H}} \quad (1)$$

$$div\vec{E} = 0 \quad (2) \qquad \frac{\partial}{\partial x} E_X + \frac{\partial}{\partial y} E_Y + \frac{\partial}{\partial z} E_Z = 0 \ (2)$$

$$rot\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3) \qquad \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \partial / \partial x & \partial / \partial y & \partial / \partial z \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \varepsilon_0 \varepsilon \dot{\vec{E}} \quad (3)$$

$$div\vec{B} = 0 \quad (4) \qquad \frac{\partial}{\partial x} H_X + \frac{\partial}{\partial y} H_Y + \frac{\partial}{\partial z} H_Z = 0 \ (4)$$

20. Докажите, что плоская электромагнитная волна является поперечной.

Будем рассматривать плоскую волну, которая распространяется вдоль оси X. Тогда $\vec{E}$ и $\vec{H}$ и их проекции на Y и Z не могут зависеть от Y и Z. Производные от $\vec{E}$ и $\vec{H}$ по этим координатам будут равны нулю. Правый столбик уравнений перепишем в проекциях. Точкой обозначена производная по времени

$$\begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -\mu\mu_0\dot{\vec{H}} \quad (1)$$

Проекция на ось x $\quad \cancel{\dfrac{\partial E_z}{\partial y}} - \cancel{\dfrac{\partial E_y}{\partial z}} = -\mu\mu_0\dot{H}_X \longrightarrow 0 = \mu\mu_0\dot{H}_X$

Проекция на ось y $\quad -\dfrac{\partial E_Z}{\partial x} + \cancel{\dfrac{\partial E_X}{\partial z}} = -\mu\mu_0\dot{H}_Y \longrightarrow -\dfrac{\partial E_Z}{\partial x} = -\mu\mu_0\dot{H}_Y$

Проекция на ось z $\quad \dfrac{\partial E_Y}{\partial x} - \cancel{\dfrac{\partial E_X}{\partial y}} = -\mu\mu_0\dot{H}_Z \longrightarrow \dfrac{\partial E_Y}{\partial x} = -\mu\mu_0\dot{H}_Z$

$$\frac{\partial}{\partial x}E_X + \cancel{\frac{\partial}{\partial y}}E_Y + \cancel{\frac{\partial}{\partial z}}E_Z = 0 \ (2) \longrightarrow \frac{\partial E_X}{\partial x} = 0$$

20. Докажите, что плоская электромагнитная волна является поперечной.

Точно так же преобразуем уравнения (3) и(4). Останется 8 уравнений про проекции. Рассмотрим, что они показывают

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \rightarrow 0 = \mu\mu_0 \dot{H}_X$$

$$-\frac{\partial E_Z}{\partial x} = -\mu\mu_0 \dot{H}_Y$$

$$\frac{\partial E_Y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \dot{H}_Z$$

$$div\vec{E} = 0 \rightarrow \frac{\partial E_X}{\partial x} = 0$$

$$0 = \varepsilon\varepsilon_0 \dot{E}_X \leftarrow rot\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial H_Z}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \dot{E}_Y$$

$$\frac{\partial H_Y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \dot{E}_Z$$

$$\frac{\partial H_X}{\partial x} = 0 \leftarrow div\vec{B} = 0$$

E_X *и* H_X ***не зависят ни от X, ни от t. В переменном поле волны они равны нулю.*** $\vec{E}$ *и* $\vec{H}$ ***перпендикулярны направлению распространения волны. Поэтому волна ПОПЕРЕЧНАЯ.*** $\vec{E}$ *и* $\vec{H}$ ***перпендикулярны*** $\vec{V}$

21. Установите связь между амплитудами напряжённости электрического поля и напряжённости магнитного поля в плоской электромагнитной волне.

Комплексная форма записи уравнения волны (плоской монохроматической электромагнитной).

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_0} e^{i\left(\omega t - \overrightarrow{k r}\right)}$$
$$\vec{H} = \overrightarrow{H_0} e^{i\left(\omega t - \overrightarrow{k r}\right)}$$

Где $\overrightarrow{E_0}$ и $\overrightarrow{H_0}$ —комплексные амплитуды, ω — циклическая частота, $\vec{k}$ — волновой вектор. Физический смысл имеет только действительная часть этого выражения (Re).

При использовании такой записи дифференцирование по времени и координатам сводится к простым алгебраическим операциям.

Производная по времени: $\frac{\partial}{\partial t} \to i\omega$,оператор набла (градиент): $\nabla \to -i\vec{k}$

Пара уравнений Максвелла

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \Longrightarrow \qquad -i\vec{k} \times \vec{E} = -i\omega\mu\mu_0\vec{H}$$
$$rot\,\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \Longrightarrow \qquad -i\vec{k} \times \vec{H} = i\omega\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$$

Из правых уравнений следует **зависимость амплитуд** $\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H$

22. Комплексное представление электромагнитной волны. Запись уравнений Максвелла для такой волны.

Комплексная форма записи уравнения волны (плоской монохроматической электромагнитной).

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_0} e^{i\left(\omega t - \overrightarrow{k\vec{r}}\right)}$$
$$\vec{H} = \overrightarrow{H_0} e^{i\left(\omega t - \overrightarrow{k\vec{r}}\right)}$$

Где $\overrightarrow{E_0}$ и $\overrightarrow{H_0}$— комплексные амплитуды, ω — циклическая частота, $\vec{k}$ — волновой вектор. Физический смысл имеет только действительная часть этого выражения (Re).

При использовании такой записи дифференцирование по времени и координатам сводится к простым алгебраическим операциям.

Производная по времени: $\frac{\partial}{\partial t} \to i\omega$, оператор набла (градиент): $\nabla \to -i\vec{k}$

Система уравнений Максвелла

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \qquad -i\vec{k} \times \vec{E} = -i\omega\mu\mu_0\vec{H}$$
$$rot\,\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \qquad -i\vec{k} \times \vec{H} = i\omega\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$$
$$div\,\vec{D} = 0, \qquad -i\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$$
$$div\,\vec{\mathrm{B}} = 0, \qquad -i\vec{k} \cdot \vec{B} = 0$$

22. Вектор Умова-Пойнтинга.

Вектор Умова-Пойнтинга $\vec{S}$ — это векторная физическая величина, характеризующая перенос энергии электромагнитным полем и равная плотности потока энергии электромагнитной волны.

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}] = [\text{Вт}/\text{м}^2]$$

Плотность потока энергии электромагнитного поля

$$\omega = \omega_{э} + \omega_{М} = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2} + \frac{\vec{B}\vec{H}}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}^2 + \mu\mu_0\vec{H}^2}{2}$$

Уравнение Максвелла $rot\,\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ умножим на $\vec{H}$: $\quad \vec{H}\cdot rot\,\vec{E} = -\mu_0\mu\vec{H}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$

Уравнение Максвелла $rot\,\vec{H} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ умножим на $\vec{E}$: $\quad \vec{E}\cdot rot\,\vec{H} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

Токов проводимости нет, неподвижный объём V, ограниченный неподвижной поверхностью Ω. Рассмотрим изменение по времени.

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d(\omega_{э} + \omega_{М})}{dt} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}\frac{d\vec{E}}{dt} + \mu\mu_0\vec{H}\frac{d\vec{H}}{dt} = \vec{E}\cdot rot\,\vec{H} - \vec{H}\cdot rot\,\vec{E} = -div[\vec{E}, \vec{H}]$$

$$div\,\vec{S} = -\frac{d\omega}{dt}$$

В интегральной форме $\oint_\Omega s_n d\Omega = -\frac{d}{dx}\int_V \omega dV$ – описывает утечку энергии через поверхность за счёт излучения.

$$\vec{k} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\omega}{H^2}\vec{S}$$

Заключение

Автор

Сакулин Иван Михайлович К3221

Распространяется по лицензии **WTFPL**

Отказ от ответственности

Автор предоставляет собственные доказательства «как есть», не даёт гарантий их правильности и не несёт ответственности за допущенные ошибки. Мяу =).

Потенциальная энергия электрического диполя с моментом $\vec{p}$ в поле с напряженностью $\vec{E}$.

1. $-\vec{p}\vec{E}$

2. $|\vec{p}|\ |\vec{E}|$

3. $-\ |\vec{p}|\ |\vec{E}|$

4. $-\frac{|\vec{p}|}{|\vec{E}|}$

5. $\frac{|\vec{E}|}{|\vec{p}|}$

Ответ: Потенциальная энергия диполя в электрическом поле:

$$W = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE(r)\cos\alpha, \tag{1.}$$

где α – угол между $\vec{E}(\vec{r})$ и $\vec{p}$.

Точечный заряд q помещен в центр пирамиды. Поток вектора напряженности через грань пирамиды равен

1. $\frac{q}{4}$

2. $\frac{q}{4\varepsilon_0}$

3. $\frac{q}{6\varepsilon\varepsilon_0}$

4. $\frac{q}{\varepsilon_0}$

5. $\varepsilon\varepsilon_0 q$

Ответ: Из-за симметрии задачи, потоки вектора напряженности электрического поля через каждую из 4 граней пирамиды одинаковы. По теореме Остроградского-Гаусса полный поток Φ

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{2.}$$

Поток через одну грань

$$\Phi_1 = \frac{q}{4 \cdot \varepsilon_0} \tag{3.}$$

Элемент проводника с током I, длиной dl создает в точке A, положение которой задано вектором $\vec{r}$, магнитное поле с индукцией

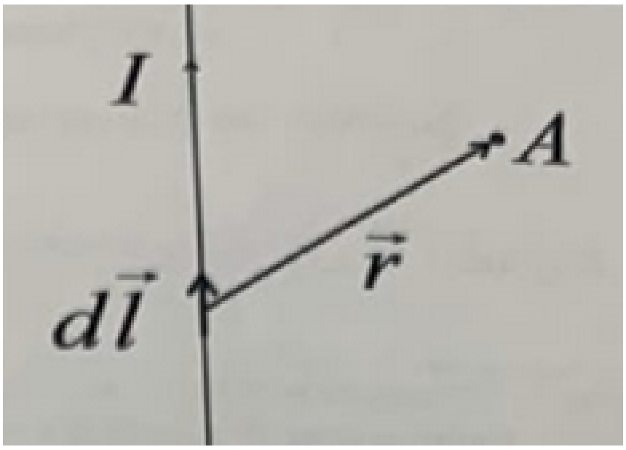


Рис. 1. Поясняющий рисунок.

1. $\boldsymbol{\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}}$
2. $\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{l^3}$
3. $\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^2}$
4. $\frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^2}$
5. $-\frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{l^2}$

Ответ: По закону Био-Савара-Лапласа для тонкого проводника:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3} \qquad 4.$$

Диполь с моментом $\vec{p}$ помещен в электрическое поле напряженностью $\vec{E}$. На диполь действует механическй момент $\overrightarrow{M}$. Укажите верное выражение.

1. $\overrightarrow{M} = |\vec{p}|\ \vec{E}$
2. $\overrightarrow{M} = |\vec{E}|\ \vec{p}$
3. $\overrightarrow{M} = \left[\vec{E},\vec{p}\right]$
4. $M = 0$

5. $\boldsymbol{\overrightarrow{M} = \left[\vec{p},\vec{E}\right]}$

Ответ: В однородном электрическом поле энергия W изменяется за счет изменения угла α, при этом элементарная работа сил поля при повороте диполя равна: $dA = M_\alpha d\alpha = -dW$, где $\overrightarrow{M_\alpha} = \left[\vec{p} \times \vec{E}\right]$ – момент сил, действующий на диполь:

$$M_\alpha = -\frac{\partial W}{\partial \alpha} = -pE\sin\alpha \qquad 5.$$

По витку радиусом R течет ток силой I. Индукция магнитного поля B в центре витка равна

1. $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

2. $\boldsymbol{\frac{\mu_0 I}{2R}}$

3. $\frac{\mu_0 I}{\pi R}$
4. $\frac{\mu_0 I}{4\pi R}$
5. $\frac{\mu_0 I}{8\pi R}$

Ответ: По теореме Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{r^2} = = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{r d\alpha}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\alpha}{R}. \qquad 6.$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{\mu_0 I 2\pi}{4\pi R} = \boldsymbol{\frac{\mu_0 I}{2R}} \qquad 7.$$

Поток вектора индукции электростатического поля через замкнутую поверхность

1. Равен алгебраической сумме свободных зарядов, находящихся внутри поверхности.
2. Равен сумме абсолютных величин связанных зарядов, находящихся внутри поверхности.
3. Равен сумме абсолютных величин всех зарядов, находящихся внутри поверхности, деленной на электрическую постоянную.

4. Равен алгебраической сумме всех зарядов, охваченных поверхностью, деленную на электрическую постоянную.

5. Равен нулю.

Ответ: По теореме Остроградского-Гаусса для вектора электрической индукции $\vec{D}$:

$$\oiint_S \vec{D}d\vec{S} = q_{\text{внутр}}. \qquad 8.$$

Точечный заряд q помещен в центр куба. Поток вектора напряженности через одну грань куба равен

1. $\frac{q}{6}$
2. **$\frac{q}{6\varepsilon_0}$**
3. $\frac{q}{4\varepsilon\varepsilon_0}$
4. $\frac{q}{\varepsilon_0}$
5. $\varepsilon\varepsilon_0 q$

Ответ: Из-за симметрии задачи, потоки вектора напряженности электрического поля через каждую из шести граней куба одинаковы. По теореме Остроградского-Гаусса полный поток Φ

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad 9.$$

Поток через одну грань

$$\Phi_1 = \frac{q}{6 \cdot \varepsilon_0}. \qquad 10.$$

Укажите все верные утверждения. В однородном изотропном диэлектрике, который помещен в однородное электрическое поле.

1. $\operatorname{div} \vec{E} = \rho_{\text{своб}}$
2. $\operatorname{div} \vec{P} = -\rho_{\text{своб}}$
3. **$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_{\text{своб}}$**
4. **$\operatorname{div} \vec{P} = -\rho_{\text{связ}}$**
5. $\operatorname{div} \vec{D} = 0$

Ответ: Плотность связанных зарядов определяется формулой:

$$\rho_{\text{связ}} = -\operatorname{div} \vec{P} \qquad 11.$$

Вектор электрической индукции:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{12.}$$

Уравнения Гаусса для поля E

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho_{\text{полн}}}{\varepsilon_0} \tag{13.}$$

где

$$\rho_{\text{полн}} = \rho_{\text{своб}} + \rho_{\text{связ}} \tag{14.}$$

Возьмем дивергенцию для

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{15.}$$

Получим

$$\text{div } \vec{D} = \varepsilon_0 \text{ div } \vec{E} + \text{div } \vec{P} \tag{16.}$$

Подставляем в уравнение Гаусса

$$\begin{aligned} &= \varepsilon_0 \cdot \frac{\rho_{\text{своб}} + \rho_{\text{связ}}}{\varepsilon_0} + \text{div } \vec{P} = \\ &= \rho_{\text{своб}} + \rho_{\text{связ}} + \text{div } \vec{P} \end{aligned} \tag{17.}$$

Но мы знаем, что

$$\rho_{\text{связ}} = -\text{div } \vec{P} \tag{18.}$$

то есть

$$\text{div } \vec{D} = \rho_{\text{своб}} + \rho_{\text{связ}} + \text{div } \vec{P} = \rho_{\text{своб}} - \text{div } \vec{P} + \text{div } \vec{P} = \rho_{\text{своб}} \tag{19.}$$

В результате получим

$$\text{div } \vec{D} = \rho_{\text{своб}} \tag{20.}$$

Электрическое поле проходит через границу раздела двух незаряженных диэлектриков $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Укажите все верные утверждения. На границе раздела

1. $D_{1n} = D_{2n}$

2. $D_{1n} < D_{2n}$
3. $D_{1n} > D_{2n}$

4. $\boldsymbol{D_{1\tau} < D_{2\tau}}$

5. $D_{1\tau} > D_{2\tau}$

Ответ: Так как

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_{\text{своб}} \tag{21.}$$

Проинтегрировав, получим

$$D_{2n} - D_{1n} = \rho_{\text{своб}} \tag{22.}$$

Так как диэлектрики незаряжены

$$\rho_{\text{своб}} = 0 \tag{23.}$$

Тогда

$$D_{1n} = D_{2n} \tag{24.}$$

Векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$ связаны

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \tag{25.}$$

Из уравнения

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0 \tag{26.}$$

Следует

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \tag{27.}$$

Теперь умножаем на ε

$$\begin{aligned} D_{1\tau} &= \varepsilon_1 E_\tau \\ D_{2\tau} &= \varepsilon_2 E_\tau \end{aligned} \tag{28.}$$

Так как

$$\varepsilon_2 > \varepsilon_1 \tag{29.}$$

то

$$D_{2\tau} > D_{1\tau} \tag{30.}$$

Источник внутренним спротивлением r подключен к нагрузке, сопротивлением R. Какой из графиков правильно качественно отражает зависимость полезной мощности от R.

Ответ: По закону Ома для замкнутой цепи:

$$U = \mathcal{E} - Ir \qquad 31.$$

Домножим на I.

$$IU = \mathcal{E}I - I^2 r \qquad 32.$$

Переставим слагаемые и воспользуемся $U = IR$

$$I\mathcal{E} = I^2 R + I^2 r \qquad 33.$$

где $I^2 R$ – полезная мощность.

Полное сопротивление

$$R_{\text{полн}} = R + r \qquad 34.$$

Ток

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \qquad 35.$$

Тогда полезная мощность

$$P(R) = I^2 \cdot R = \left(\frac{\mathcal{E}}{R + r}\right)^2 \cdot R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2} \qquad 36.$$

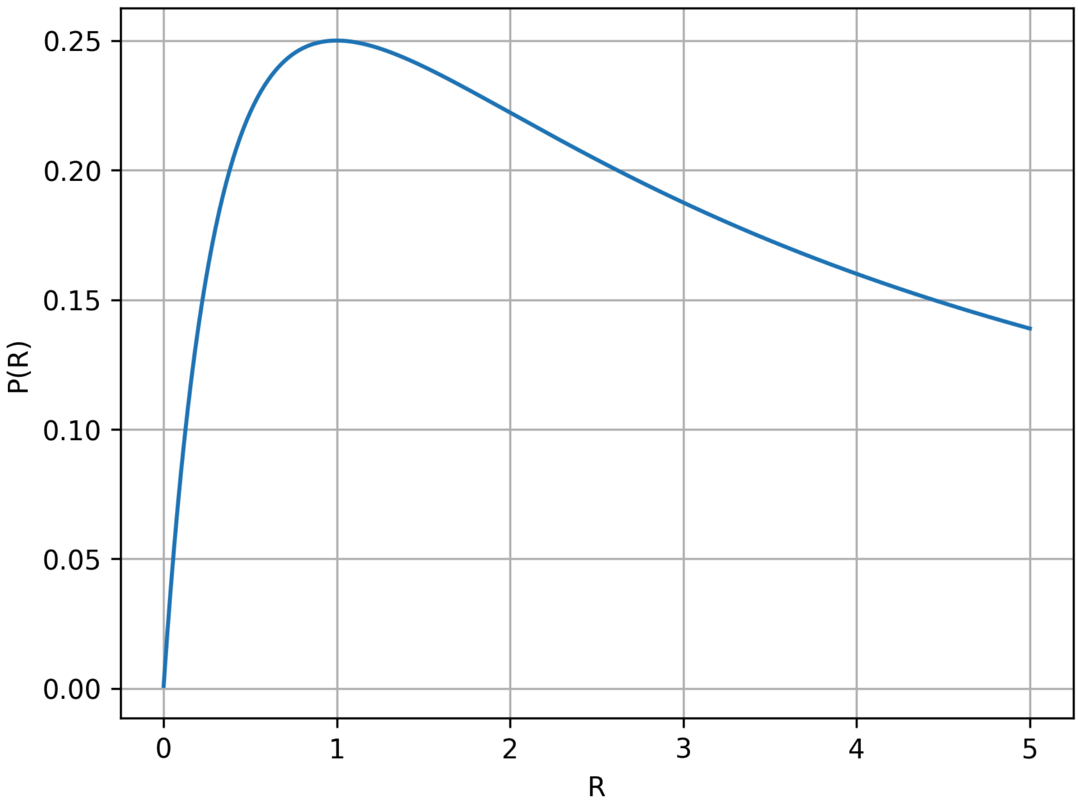


Рис. 2. График $P(R)$.

Какая формула позволяет вычислить разность потенциалов между точками A и B, расположенными на расстоянии l друг от друга в однородном электрическом поле напряженностью E.

1. $\varphi_A - \varphi_B = -E \cdot l$
2. $\varphi_A - \varphi_B = E \cdot l \cdot \operatorname{tg} \alpha$

3. $\boldsymbol{\varphi_A - \varphi_B = E \cdot l \cdot \cos \alpha}$

4. $\varphi_A - \varphi_B = -E \cdot l \cdot \cos \alpha$
5. $\varphi_A - \varphi_B = -E \cdot l \cdot \operatorname{tg} \alpha$

Ответ: По определению разности потенциалов между точками A и B

$$\varphi_A - \varphi_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \tag{37.}$$

Так как поле однородное, то $\vec{E} = \text{const}$ и интеграл упрощается до

$$\varphi_A - \varphi_B = \vec{E} \cdot d\vec{l} \tag{38.}$$

И по определению скалярного произведения

$$\varphi_A - \varphi_B = El\cos\alpha \qquad 39.$$

Потенциальная энергия контура с магнитным моментом $\vec{P}_m$ в поле с индукцией $\vec{B}$ равна

1. $\boldsymbol{-\vec{P}_m\vec{B}}$
2. $-|\vec{P}_m|\,|\vec{B}|$
3. $\vec{P}_m \times \vec{B}$
4. $\vec{P}_m\vec{B}$
5. $|\vec{P}_m|\,|\vec{B}|$

Ответ: Для контура с током магнитный момент:

$$\vec{p}_m = I\vec{S} \qquad 40.$$

Для электрического диполя в электрическом поле

$$U = -\vec{p}\cdot\vec{E} \qquad 41.$$

Для контура с током в магнитном поле:

$$U = -\vec{p}_m\cdot\vec{B} \qquad 42.$$

Магнитное поле проходит через границу раздела двух сред. Токи проводимости отсутствуют. $\mu_2 > \mu_1$. Укажите все верные утверждения. На границе раздела

1. $\boldsymbol{B_{1n} = B_{2n}}$
2. $B_{1n} < B_{2n}$
3. $B_{1n} > B_{2n}$

4. $\boldsymbol{B_{1\tau} < B_{2\tau}}$
5. $B_{1\tau} > B_{2\tau}$

Ответ: Уравнение Максвелла для магнитного поля

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0 \qquad 43.$$

Проинтегрировав, получим

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \qquad 44.$$

Переходя к пределу, получим граничное условие

$$B_{2n} - B_{1n} = 0 \Rightarrow B_{2n} = B_{1n} \tag{45.}$$

Из уравнения Максвелла

$$\mathrm{rot}\ \vec{H} = \vec{\jmath}_{\text{пров}} \tag{46.}$$

По условию

$$\vec{\jmath}_{\text{пров}} = 0 \tag{47.}$$

То есть

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \tag{48.}$$

Так как

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \tag{49.}$$

С учетом того, что $\mu_2 > \mu_1$

$$B_{2\tau} > B_{1\tau} \tag{50.}$$

Укажите все выражения, которые входят в ток смещения

1. $\boldsymbol{\frac{\partial\vec{P}}{\partial t}}$

2. $\frac{\partial\vec{J}}{\partial t}$

3. $\boldsymbol{\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}$

4. $\vec{\jmath}_{\text{проводимости}}$

5. $\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$

Ответ: По определению Максвелла плотность тока смещения

$$\vec{\jmath}_{\text{см}} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \tag{51.}$$

По определению $\vec{D}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} \tag{52.}$$

Взяв производную по времени получим

$$\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial\vec{P}}{\partial t} \tag{53.}$$

В реальном колебательном контуре резонанс по величине ЭДС индукции в катушке наступает при частоте внешней ЭДС

1. намного меньше собственной частоты контура
2. намного больше собственной частоты контура
3. примерно равной собственной частоте контура
4. чуть меньше собственной частоты контура

5. чуть больше собственной частоты контура

Ответ: хз.

Укажите все волновые уравнения

1. $\boldsymbol{\Delta\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}}$
2. $\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S}$
3. $\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$.
4. $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu}}$

5. $\boldsymbol{\Delta\overrightarrow{H} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\overrightarrow{H}}{\partial t^2}}$

Ответ: Волновое уравнение – это дифференциальное уравнение вида

$$\Delta\vec{F} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\vec{F}}{\partial t^2} \qquad 54.$$

где Δ – оператор Лапласа.

Эквипотенциальные поверхности поля точечного положительного заряда имеют вид

1. равноотстоящих друг от друга плоскостей

2. концентрических сфер

3. коаксиальных цилиндров
4. эллипсоидов вращения
5. пересекающихся плоскостей

Ответ: Эквипотенциальная поверхность – это поверхность, на которой

$$\varphi = \text{const} \qquad 55.$$

Для точечного положительного заряда q

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \qquad 56.$$

Если $\varphi = \mathrm{const}$, то из формулы следует

$$\frac{1}{r} = \mathrm{const} \Rightarrow r = \mathrm{const} \qquad 57.$$

Множество точек, находящихся на одинаковом расстоянии от одной точки, это сфера.

Укажите все верные утверждения. Электрическое поле проходит через границу раздела двух незаряженных диэлектриков $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Укажите все верные утверждения. На границе раздела

1. $E_{1n} = E_{2n}$
2. $E_{1n} < E_{2n}$
3. $\boldsymbol{E_{1n} > E_{2n}}$
4. $E_{1\tau} < E_{2\tau}$
5. $\boldsymbol{E_{1\tau} = E_{2\tau}}$

Ответ: Закон Фарадея

$$\mathrm{rot}\ \vec{E} = 0 \qquad 58.$$

Интегрируя по малому контуру, пересекающему границу, получаем

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \qquad 59.$$

Из уравнения Гаусса

$$\mathrm{div}\ \vec{D} = \rho_{\text{своб}} \qquad 60.$$

Интегрирование дает

$$D_{2n} - D_{1n} = \rho_{\text{своб}} \qquad 61.$$

Так как диэлектрики незаряжены

$$\rho_{\text{своб}} = 0 \Rightarrow D_{1n} = D_{2n} \qquad 62.$$

Так как

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} \quad 63.$$

Получим

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n} \quad 64.$$

Тогда если

$$\varepsilon_1 < \varepsilon_2 \quad 65.$$

То

$$E_{1n} > E_{2n} \quad 66.$$

Проводящий шар заряжен положительным зарядом. Внутри шара

1. линии напряженности замкнуты
2. линии напряженности идут вдоль радиусов к поверхности
3. линии напряженности идут вдоль радиусов к центру

4. напряженность поля равна нулю

5. линии напряженности перпендикулярны радиусам шара

Ответ: В электростатическом равновесии внутри проводника

$$\vec{E} = 0 \quad 67.$$

Укажите все верные утверждения

1. Первый закон Кирхгофа является следствием закона Кулона

2. Первый закон Кирхгофа является следствием закона сохранения заряда 3. Второй закон Кирхгофа является следствием закона Ома для неоднородного участка цепи.

4. Второй закон Кирхгофа является следствием закона Джоуля-Ленца.
5. Второй закон Кирхгофа является следствием закона Ома для однородного участка цепи.

Ответ: По первому закону Кирхгофа алгебраическая сумма токов в узле равна нулю

$$\sum I = 0 \quad 68.$$

то есть

$$\sum I_{\text{вход}} = \sum I_{\text{выход}} \qquad 69.$$

то есть заряд не накапливается в узле.

По второму закону Кирхгофа в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма ЭДС равна алгебраической сумме падений напряжений.

$$\sum E = \sum IR \qquad 70.$$

или эквивалентно:

$$\sum U = 0 \qquad 71.$$

Закон сохранения заряда

$$\frac{dq}{dt} = 0 \qquad 72.$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи

$$U = IR - \mathcal{E} \qquad 73.$$

или

$$IR = U + \mathcal{E} \qquad 74.$$

Укажите формулу, которая всегда окажется верной при вычислении объемной плотности энергии электричского поля

1. $\frac{\vec{E}\vec{D}}{2}$
2. $\frac{|\vec{E}||\vec{D}|}{2}$
3. $\frac{\varepsilon_0\varepsilon\ |\vec{E}|^2}{2}$
4. $\vec{D}\vec{E}$
5. $\frac{|\vec{D}|^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}$

Ответ: Объемная плотность энергии $w = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2}$ содержит в себе как собственную энергию электрического поля $\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$, так и энергию поляризации диэлектрика $\frac{\vec{E}\vec{P}}{2}$.

Укажите все верные утверждения. Магнитное поле создают
1. Электрический ток 2. Движущаяся заряженная частица

3. Потенциальное электрическое поле

4. Вихревое электрическое поле

5. Ток смещения

Ответ: По закону Био-Савара и Ампера

$$\vec{B} \sim \vec{\jmath} \qquad 75.$$

Движущийся заряд – это микроскопический ток. Если заряд q движется со скоростью $\vec{v}$, он создает магнитное поле:

Если заряд q движется со скоростью $\vec{v}$, он создает магнитное поле

$$\vec{B} \propto q\vec{v} \qquad 76.$$

Ток смещения

$$\vec{\jmath}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad 77.$$

создает магнитное поле наравне с током проводимости.

Магнитное поле проходит через границу раздела двух однородных изотропных магнетиков $\mu_2 > \mu_1$. Токи проводимости отсутствуют. Укажите все верные утверждения. На границе раздела

1. $H_{1n} = H_{2n}$
2. $H_{1n} < H_{2n}$

3. $\boldsymbol{H_{1n} > H_{2n}}$

4. $H_{1\tau} < H_{2\tau}$

5. $\boldsymbol{H_{1\tau} = H_{2\tau}}$

Ответ: Связь между $\vec{B}$ и $\vec{H}$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \qquad 78.$$

Из уравнения Максвелла

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \qquad 79.$$

Следует

$$B_{1n} = B_{2n} \qquad 80.$$

Подставим и получим

$$\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n} \tag{81.}$$

Так как

$$\mu_2 > \mu_1 \tag{82.}$$

Тогда

$$H_{1n} > H_{2n} \tag{83.}$$

Из уравнения Максвелла

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{\jmath}_{\text{пров}} \tag{84.}$$

По условию

$$\vec{\jmath}_{\text{пров}} = 0 \tag{85.}$$

Тогда

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \tag{86.}$$

Данная система уравнений Максвелла соответствует случаю, когда

$$\begin{cases} \oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \\ \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{\jmath} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} \right) \\ \oint_S \vec{D} d\vec{S} = 0 \\ \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \end{cases} \tag{87.}$$

1. электрическое и магнитное поля не изменяются во времени
2. отсутствуют токи смещения
3. отсутствуют токи проводимости

4. отсутствуют свободные заряды

5. отсутствуют связанные заряды

Ответ: В общем случае третье уравнение Максвелла выглядит следующим образом

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{своб}} \tag{88.}$$

В задаче

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0 \tag{89.}$$

Значит

$$Q_{\text{своб}} = 0 \tag{90.}$$

В изображенной на рисунке точке A магнитное поле направлено по стрелке

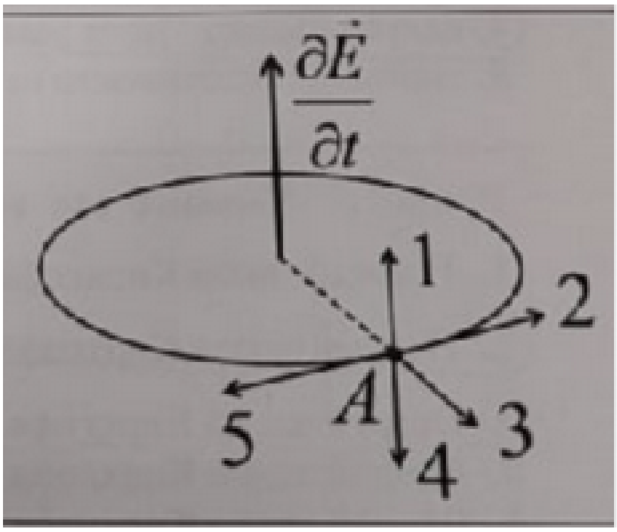


Рис. 3. Поясняющий рисунок.

1. 1
2. **2**
3. 3
4. 4
5. 5

Ответ: хз.

Зависимость смещения материальной точки от времени определяется уравнением $x = 0.12\cos(20t + 0.2)$. Определите период колебаний.

Ответ: Общий вид уравнения колебаний

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0) \tag{91.}$$

где A – амплитуда, ω – циклическая (угловая) частота, φ_0 – начальная фаза.

Для данного уравнения

$$\omega = 20 \text{ рад/с} \tag{92.}$$

По формуле

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{93.}$$

Подставив число, получим

$$T \approx 0.314 \text{ с} \tag{94.}$$

Напряженность поля диполя при удалении от него

1. не изменяется
2. убывает пропорционально первой степени расстояния до центра диполя
3. убывает пропорционально квадрату расстояния до центра диполя

4. убывает пропорционально кубу расстояния до центра диполя

5. убывает пропорционально корню квадратному из расстояния до центра диполя

Ответ:

$$E \sim \frac{kql}{r^3} \tag{95.}$$

где $ql = p$ – дипольный момент.

$$E \sim \frac{p}{r^3} \tag{96.}$$

Пластина из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε помещена параллельно пластинам в заряженный плоский конденсатор. Как связаны между собой векторы электрической индукции D и поляризации диэлектрика P.

1. $\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{P}$

2. $\vec{D} = \frac{\varepsilon \vec{P}}{\varepsilon - 1}$
3. $\vec{D} = -\frac{\varepsilon \vec{P}}{\varepsilon - 1}$
4. $\vec{D} = -(\varepsilon - 1)\vec{P}$
5. $\vec{D} = (\varepsilon - 1)\vec{P}$

Ответ: По определению электрической индукции

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \qquad 97.$$

Связь поляризации (поляризованности) с полем

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\vec{E} \qquad 98.$$

Выразим $\vec{E}$ через $\vec{P}$

$$\vec{E} = \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)} \qquad 99.$$

Подставляем в формулу для $\vec{D}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \cdot \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)} + \vec{P} = \frac{\vec{P}}{\varepsilon - 1} + \vec{P} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}\vec{P} \qquad 100.$$

Плоский воздушный конденсатор заряжен и отключен от источника. Конденсатор заполняют диэлектриком. Выберите все верные утверждения.

1. напряженность поля в конденсаторе увеличивается

2. напряженность поля в конденсаторе уменьшается

3. напряжение на конденсаторе увеличивается
4. заряд конденсатора увеличивается

5. заряд конденсатора не изменится

Ответ: Если конденсатор отключен, то

$$Q = \text{const} \qquad 101.$$

При заполнении диэлектриком с $\varepsilon > 1$:

$$C = \varepsilon C_0 \qquad 102.$$

емкость увеличивается

Так как $Q = \text{const}$, а C увеличилось, то из формулы

$$Q = CU \tag{103.}$$

видно, что напряжение уменьшается

Так как U уменьшается, а d не меняется, то из формулы

$$E = \frac{U}{d} \tag{104.}$$

E уменьшается

Источник внутренним сопротивлением r подключен к нагрузке сопротивлением R. Какой из графиков правильно качественно отражает зависимость КПД источника от R.
Ответ: По закону Ома

$$U = \mathcal{E} - Ir \tag{105.}$$

Домножим на I

$$\mathcal{E}I = I^2R + I^2r \tag{106.}$$

$$\begin{gathered} P_{\text{общ}} = \mathcal{E}I \\ P_{\text{полезн}} = I^2R \end{gathered} \tag{107.}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{полезн}}}{P_{\text{общ}}} = \frac{I^2R}{I\mathcal{E}} = \frac{IR}{\mathcal{E}} \tag{108.}$$

По закону Ома для полной цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \tag{109.}$$

Подставим и получим

$$\eta(R) = \frac{E}{R + r} \cdot \frac{R}{E} = \frac{R}{R + r} \tag{110.}$$

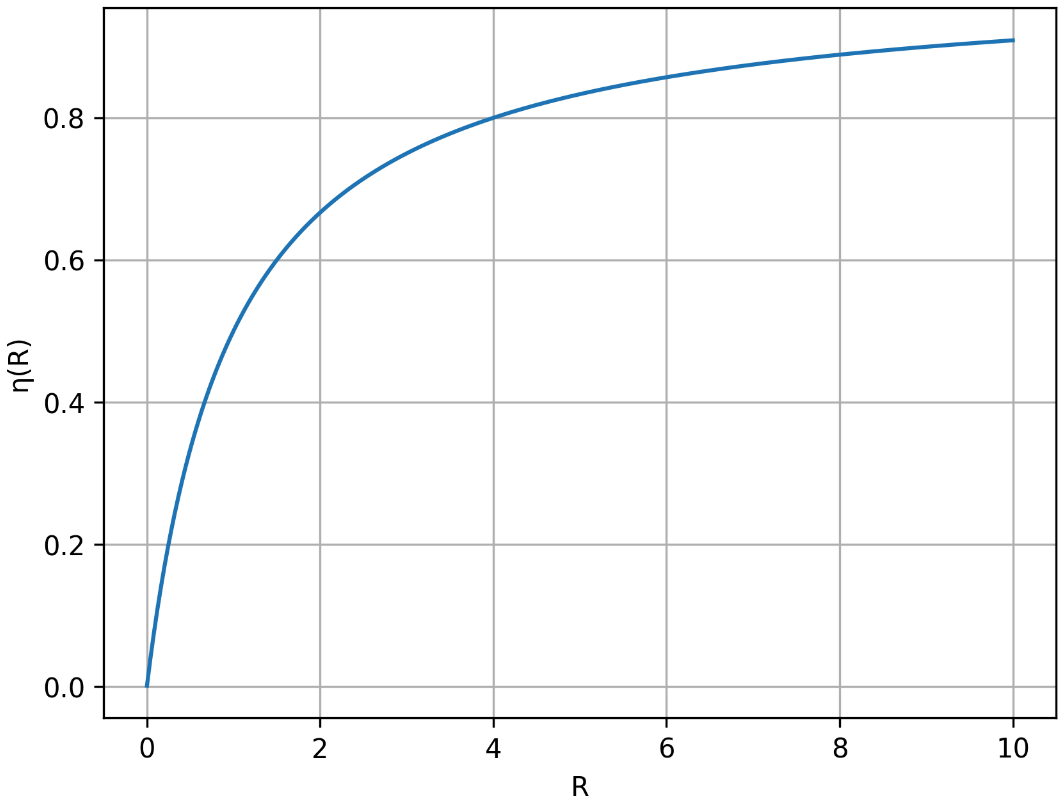


Рис. 4.

Силу, действующую на элемент проводника с током I длиной dl в магнитном поле с индукцией B, можно вычислить по формуле

1. $\boldsymbol{I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]}$

2. $2\pi I\left(d\vec{l}, \vec{B}\right)$

3. $\frac{1}{\pi} I\left(d\vec{l}, \vec{B}\right)$

4. $\frac{\mu_0 IB}{dl}$

5. $\frac{\mu_0 IB}{4\pi dl}$

Ответ: Силы, действующие на токи в магнитном поле, называют силами Ампера. Сила, действующая на элементарный объем dV проводника с плотностью тока $\vec{j}$ равна

$$d\vec{F} = \left[\vec{j}, \vec{B}\right] dV. \qquad 111.$$

Если проводник достаточно тонкий, то

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]. \qquad 112.$$

Напряженность поля прямого проводника с током при удалении от него

1. не изменяется

2. убывает пропорционально первой степени расстояния до проводника

3. убывает пропорционально квадрату расстояния до проводника
4. убывает пропорционально кубу расстояния до проводника
5. убывает пропорционально корню квадратному из расстояния до проводника

Ответ: По теореме о циркуляции

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \qquad 113.$$

Берем окружность радиуса r:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot 2\pi r = I \qquad 114.$$

Выразив напряженность получим

$$H = \frac{I}{2\pi r} \qquad 115.$$

Укажите все верные утверждения. В однородном, изотропном магнетике

1. $\boldsymbol{\vec{B} = \mu_0\left(\overrightarrow{H} + \vec{J}\right)}$

2. $\boldsymbol{\vec{B} = \mu_0\mu\overrightarrow{H}}$

3. $\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \vec{J}$

4. $\boldsymbol{\mu = 1 + \chi}$

5. $\boldsymbol{\vec{J} = \chi\overrightarrow{H}}$

Ответ: это все стандартные формулы.

Данная система уравнений Максвелла соответствует случаю, когда

$$\begin{cases} \oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \\ \oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} \\ \oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_r \rho_{\text{стор}} dV \\ \oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0 \end{cases} \qquad 116.$$

1. электрическое и магнитное поля не изменяются во времени
2. отсутствуют токи смещения

3. отсутствуют токи проводимости

4. отсутствуют свободные заряды
5. отсутствуют связанные заряды

Ответ: Второе уравнение в общем виде

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \left(\vec{J}_{\text{пров}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S} \qquad 117.$$

Видно, что

$$\vec{J}_{\text{пров}} = 0 \qquad 118.$$

Укажите все верные утверждения. Материальными уравнениями называются

1. $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$

2. $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$

3. $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

4. $\oint_L B dl = \mu_0 I$

5. $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$

Ответ: Материальные уравнения – это уравнения, которые связывают поля с откликом вещества.

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \qquad 119.$$

связывает $\vec{B}$ и $\vec{H}$.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \qquad 120.$$

связывает $\vec{D}$ и $\vec{E}$.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{121.}$$

связывает $\vec{D}$ и $\vec{E}$, учитывая поляризацию $\vec{P}$.

Укажите все верные для световой волны утверждения

1. векторы $\vec{E}$ и $\overrightarrow{H}$ изменяются с одинаковой частотой

2. векторы $\vec{E}$ и $\overrightarrow{H}$ всегда перпендикулярны друг к другу

3. скорость распространения зависит от диэлектрической проницаемости среды

4. скорость распространения зависит от магнитной проницаемости среды

5. волна всегда переносит энергию в пространстве

Ответ: хз.

Укажите все верные утверждения

1. силовые линии электростатического поля не могут быть замкнуты

2. силовые линии электростатического поля всегда замкнуты

3. циркуляция напряженности электростатического поля по замкнутому контуру равна нулю

4. циркуляция напряженности электростатического поля по любому замкнутому контуру отлична от нуля

5. циркуляция напряженности электростатического поля по замкнутому контуру зависит от формы контура

Ответ: Для электростатического поля выполняется одно из уравнений максвелла

$$\mathrm{rot}\ \vec{E} = 0 \tag{122.}$$

По определению циркуляции

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} \tag{123.}$$

Из уравнения Уравнение 122

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \qquad 124.$$

Из Уравнение 124 следует то, что замкнутых силовых линий быть не может.

По длинному прямому проводнику течет электрический ток силой I. Индукция магнитного поля в вакууме, в точке A на расстоянии R от проводника равна

1. $\frac{\mu_0 I}{4\pi R}$
2. $\frac{I}{2\pi R}$
3. $\frac{\mu_0 I}{2R}$
4. **$\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$**
5. $\frac{I\pi}{8R}$

Ответ: вывод был много раз.

Контур с током обладает магнитным моментом P_m. Механический момент, действующий на этот контур в поле с индукцией B, равен

1. **$\left[\vec{P}_m, \vec{B}\right]$**
2. $-\left[\vec{P}_m, \vec{B}\right]$
3. $2\pi\left[\vec{P}_m, \vec{B}\right]$
4. $\frac{\left[\vec{P}_m, \vec{B}\right]}{4\pi}$
5. 0

Ответ: Магнитный момент контура

$$\vec{p}_m = I\vec{S} \qquad 125.$$

Формула механического момента

$$\overrightarrow{M} = \vec{P}_m \times \vec{B} \qquad 126.$$

Укажите, как изменяются потенциал φ и напряженность E внутри проводящей сферы, равномерно заряженной по поверхности

1. $E = \mathrm{const}, \varphi \sim \frac{1}{r}$
2. $E \sim \frac{1}{r^2}, \varphi \sim \frac{1}{r}$
3. $E \sim \frac{1}{r}, \varphi \sim \frac{1}{r^2}$

4. $\boldsymbol{E = 0, \varphi = \mathrm{const}}$

5. $E \sim r, \varphi \sim r^2$

Ответ: В электростатическом равновесии

$$E_{\text{внутри проводника}} = 0 \qquad 127.$$

Связь потенциала и поля

$$\vec{E} = -\nabla\varphi \qquad 128.$$

Если

$$\vec{E} = 0 \qquad 129.$$

то

$$\nabla\varphi = 0 \qquad 130.$$

Потенциал не меняется в пространстве

$$\varphi = \mathrm{const} \qquad 131.$$

В некоторой точке однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε напряженность поля равна $\vec{E}$. Вектор поляризации $\vec{P}$ в этой точке определяется выражением

1. $\vec{P} = \varepsilon_0(1-\varepsilon)\vec{E}$

2. $\boldsymbol{\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\vec{E}}$

3. $\vec{P} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$
4. $\vec{P} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\vec{E}$
5. $\vec{P} = -\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\vec{E}$

Ответ:

$$\vec{P} = \varepsilon_0\chi\vec{E} \qquad 132.$$

$$\varepsilon = 1 + \chi \tag{133.}$$

$$\chi = \varepsilon - 1 \tag{134.}$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\vec{E} \tag{135.}$$

Поток вектора напряженности электростатического поля через замкнутую поверхность

1. равен алгебраической сумме свободных зарядов, находящихся внутри поверхности
2. равен сумме абсолютных величин связанных зарядов, находящихся внутри поверхности
3. равен сумме абсолютных величин всех зарядов, находящихся внутри поверхности, деленной на электрическую постоянную

4. равен алгебраической сумме всех зарядов, охваченных поверхностью, деленной на электрическую постоянную

5. равен нулю

Ответ: По закону Остроградского-Гаусса

$$\oiint \vec{E}d\vec{S} = \frac{\sum q_{\text{внутр}}}{\varepsilon_0} \tag{136.}$$

Укажите все верные утверждения. Магнитное поле создают

1. неподвижные электрические заряды

2. движущиеся электрические заряды

3. потенциальное электрическое поле
4. вихревое электрическое поле

5. изменяющееся во времени электрическое поле

Ответ:

$$\text{rot}\ \vec{H} = \vec{\jmath}_{\text{проводимости}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{137.}$$

Данная система уравнений Максвелла соответствует случаю, когда

$$\begin{cases} \oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0 \\ \oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho_{\text{своб}} dV \\ \oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \vec{\jmath}_{\text{пров}} d\vec{S} \\ \oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0 \end{cases} \qquad 138.$$

1. электрическое и магнитное поля не изменяются во времени

2. отсутствуют токи смещения

3. отсутствуют токи проводимости

4. отсутствуют свободные заряды

5. отсутствуют связанные заряды

Ответ: Из первого уравнения системы: поля не изменяются во времени, из второго уравнения: ток смещения отсутствует.

Частица с зарядом q движущаяся со скоростью $\vec{v}$ создает в точке A, положение которой задано вектором $\vec{r}$, магнитное поле с индукцией

1. $\frac{\mu_0 q}{2\pi} \frac{[\vec{v},\vec{r}]}{r^2}$

2. $\boldsymbol{\frac{\mu_0 q}{4\pi} \frac{[\vec{v},\vec{r}]}{r^3}}$

3. $-\frac{\mu_0 q}{2\pi} \frac{[\vec{v},\vec{r}]}{r^2}$

4. $\frac{\mu_0 q}{\pi} \frac{[\vec{v},\vec{r}]}{r}$

5. $-\frac{\mu_0 q}{4\pi} \frac{[\vec{v},\vec{r}]}{r^3}$

Ответ: По формуле магнитного поля движущегося заряда (Био-Савар)

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \vec{r}}{r^3} \qquad 139.$$

Укажите уравнения, справедливые для вихревого электрического поля

1. $\boldsymbol{\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\oint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dS}$ **2.** $\boldsymbol{E_{1\tau} = E_{2\tau}}$

3. $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

4. $\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0$

5. $\vec{E} = -\text{grad } \varphi$

Ответ: Вихревое электрическое поле – это поле, которое возникает при изменяющемся во времени магнитном поле.

$$\text{rot } \vec{E} \neq 0 \tag{140.}$$

Из первого выражения: если $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0$, то циркуляция $\vec{E}$ не равна нулю.

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \tag{141.}$$

Это граничное условие для электрического поля.

Какое уравнение показывает, что не существует магнитных зарядов

1. $B_{1n} = B_{2n}$
2. $\oint_L H_l dl = \int_S j dS$
3. $H_{1\tau} = H_{2\tau}$

4. $\mathbf{div}\ \boldsymbol{\vec{B} = 0}$

5. $\text{div } \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

Ответ: $\text{div } \vec{B} = 0$ это одно из уравнений Максвелла. И оно значит, что нет магнитных зарядов.

Укажите, как изменяются потенциал φ и напряженность E внутри шара, равномерно заряженного по объему

1. $E = \text{const}, \varphi \sim \frac{1}{r}$
2. $E \sim \frac{1}{r^2}, \varphi \sim \frac{1}{r^2}$
3. $E \sim \frac{1}{r}, \varphi \sim \frac{1}{r^2}$
4. $E = 0, \varphi = \text{const}$

5. $\boldsymbol{E \sim r, \varphi \sim r^2}$

Ответ: По закону Гаусса

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{внутр}}}{\varepsilon_0} \tag{142.}$$

$$q_{\text{внутр}} = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \tag{143.}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} \qquad 144.$$

$$E(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r \qquad 145.$$

$$E \sim r \qquad 146.$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \qquad 147.$$

$$\varphi(r) \sim -\int r dr \sim -r^2 \qquad 148.$$

$$\varphi \sim r^2 \qquad 149.$$

В некоторой точке однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε напряженность поля равна E, а вектор поляризации равен P. Индукция электрического поля в этой точке определяется выражением

1. $\vec{P} + (1 - \varepsilon)\vec{E}$
2. $\vec{P} + \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$

3. $\vec{P} + \varepsilon_0 \vec{E}$

4. $\varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon \vec{P}$
5. $\varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} - \vec{P}$

Ответ: По определению электрической индукции:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \qquad 150.$$

Поток вектора поляризации через замкнутую поверхность

1. равен алгебраической сумме свободных зарядов, находящихся внутри поверхности

2. равен алгебраической сумме связанных зарядов, находящихся внутри поверхности, взятой с обратным знаком

3. равен сумме абсолютных величин всех зарядов, находящихся внутри поверхности, деленной на электрическую постоянную

4. равен алгебраической сумме всех зарядов, охваченных поверхностью, деленной на электрическую постоянную
5. равен нулю

Ответ:

$$\rho_{\text{связ}} = -\text{div } \vec{P} \tag{151.}$$

$$\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} \tag{152.}$$

$$\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div } \vec{P} \, dV \tag{153.}$$

$$\text{div } \vec{P} = -\rho_{\text{связ}} \tag{154.}$$

$$\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\int_V \rho_{\text{связ}} dV \tag{155.}$$

$$\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = -Q_{\text{связ}} \tag{156.}$$

Слой однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε прижат к пластине, заряженной с поверхностной плоскостью σ. Напряженность электрического поля в диэлектрике определяется выражением

1. $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$
2. $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
3. $E = \varepsilon_0 \varepsilon \sigma$
4. **$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 \varepsilon}$**
5. $E = \varepsilon_0 \sigma$

Ответ: хз.

Укажите все верные утверждения. Циркуляция вектора индукции магнитного поля вычисляется по формуле

1. **$\oint_L B_\tau dl$**
2. **$\oint_L \vec{B} d\vec{l}$**

3. $\oint_L \vec{B} \times d\vec{l}$
4. $\oint_L B 2\pi dr$
5. $\oint_L \vec{B} \times d\vec{r}$

Ответ: Второй вариант – это точное определение циркуляции. Первый вариант – это проекция на касательное направление.

По длинному прямому проводнику течет электрический ток силой I. Поток вектора магнитной индукции через поверхность сферы радиусом R, центр которой находится на расстоянии a от проводника, равен

1. $\frac{\mu_0 I}{4\pi R}$
2. $\frac{I}{2\pi R}$
3. $\frac{\mu_0 I a}{4\pi R^2}$
4. $\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$
5. 0

Ответ: для длинного прямого проводника магнитного поля:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad 157.$$

Поток магнитного поля

$$\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \qquad 158.$$

$$\vec{B} \perp d\vec{S} \Rightarrow \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad 159.$$

I' – алгебраическая сумма токов намагничивания, I – алгебраическая сумма токов проводимости. Циркуляцию вектора J по замкнутому контуру L можно определить по формуле

1. $\oint_L \vec{J} d\vec{l} = I' + I$
2. $\boldsymbol{\oint_L \vec{J} d\vec{l} = I'}$
3. $\oint_L \vec{J} d\vec{l} = I$
4. $\oint_L \vec{J} d\vec{l} = I' - I$
5. $\oint_L \vec{J} d\vec{l} = 0$

Ответ: Определение циркуляции тока намагничивания

$$\oint_L \vec{J} \cdot d\vec{l} = \sum \text{токов намагничивания внутри контура} \qquad 160.$$

Плотность тока смещения равна

1. $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
2. $\vec{\jmath}_{\text{проводимости}}$
3. $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{\jmath}_{\text{проводимости}}$
4. $\boldsymbol{\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$
5. $\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$

Ответ: определение.

Укажите все верные утверждения. Циркуляция вектора напряженности магнитного поля вычисляется по формуле

1. $\boldsymbol{\oint_L H_l dl}$
2. $\boldsymbol{\oint_L \overrightarrow{H} d\vec{l}}$
3. $\oint_L \vec{H} \times d\vec{l}$
4. $\oint_L H 2\pi dr$
5. $\oint_L \vec{H} \times d\vec{r}$

Ответ: второй вариант – определение циркуляции. первый вариант – проекция на касательную.

Посередине между двумя точечными зарядами $q_1 = 6$ нКл и $q_2 = -2$ нКл помещен заряд q. На этот заряд со стороны заряда q_2 действует сила 4 мкН. Определить силу, действующую на заряд q со стороны обоих зарядов q_1 и q_2.

1. 36 мкН
2. 24 мкН
3. 18 мкН
4. **16 мкН**
5. 12 мкН

Ответ: На заряд q действует сила F_{q_1} и F_{q_2}.

$$\frac{F_{q_1}}{F_{q_2}} = \frac{k\frac{qq_1}{x^2}}{k\frac{qq_2}{x^2}} = \frac{q_1}{q_2} = |-3| = 3 \qquad 161.$$

$$F_{q_1} = 3F_{q_2} = 3 \cdot 4 \text{ мкН} = 12 \text{ мкН} \qquad 162.$$

Так как силы сонаправлены

$$F = F_{q_1} + F_{q_2} = 16 \text{ мкН} \qquad 163.$$

Электростатическое поле создано двумя точечными зарядами $-q$ и $+4q$. Отношение потенциала поля, созданного вторым зарядом в точке A, к потенциалу результирующего поля в этой точке равно

1. 2
2. 3

3. 4

4. -2
5. -4

Ответ:

$$\varphi_2 = k\frac{4q}{3a} \qquad 164.$$

$$\varphi_1 = k\frac{-q}{a} \qquad 165.$$

$$\varphi_{\text{рез}} = \varphi_1 + \varphi_2 = k\left(\frac{-q}{a} + \frac{4q}{3a}\right) = k\frac{q}{3a} \qquad 166.$$

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_{\text{рез}}} = \frac{k\frac{4q}{3a}}{k\frac{q}{3a}} = 4 \qquad 167.$$

Укажите все верные утверждения. Вихревое электрическое поле создают

1. движущиеся с ускорением электрические заряды

2. движущиеся равномерно точечные заряды
3. потенциальные, однородные электрические поля

4. изменяющееся во времени магнитное поле

5. стационарное, однородное магнитное поле

Ответ: Ускоренный заряд создает переменное магнитное поле.

$$\text{ускорение заряда} \Rightarrow \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0 \Rightarrow \text{rot } \vec{E} \neq 0 \tag{168.}$$

$$\left(\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) \tag{169.}$$

Какой график представляет зависимость напряженности электрического поля $E(r)$ для равномерно заряженной сферы радиуса R

Ответ: По закону Гаусса:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{внутр}}}{\varepsilon_0} \tag{170.}$$

$$q(r) = q\frac{r^3}{R^3} \tag{171.}$$

$$E(r)4\pi r^2 = \frac{qr^3}{\varepsilon_0 R^3} \tag{172.}$$

$$E(r) = k\frac{q}{R^3}r \tag{173.}$$

снаружи сферы

$$E(r)4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{174.}$$

$$E(r) = k\frac{q}{r^2} \tag{175.}$$

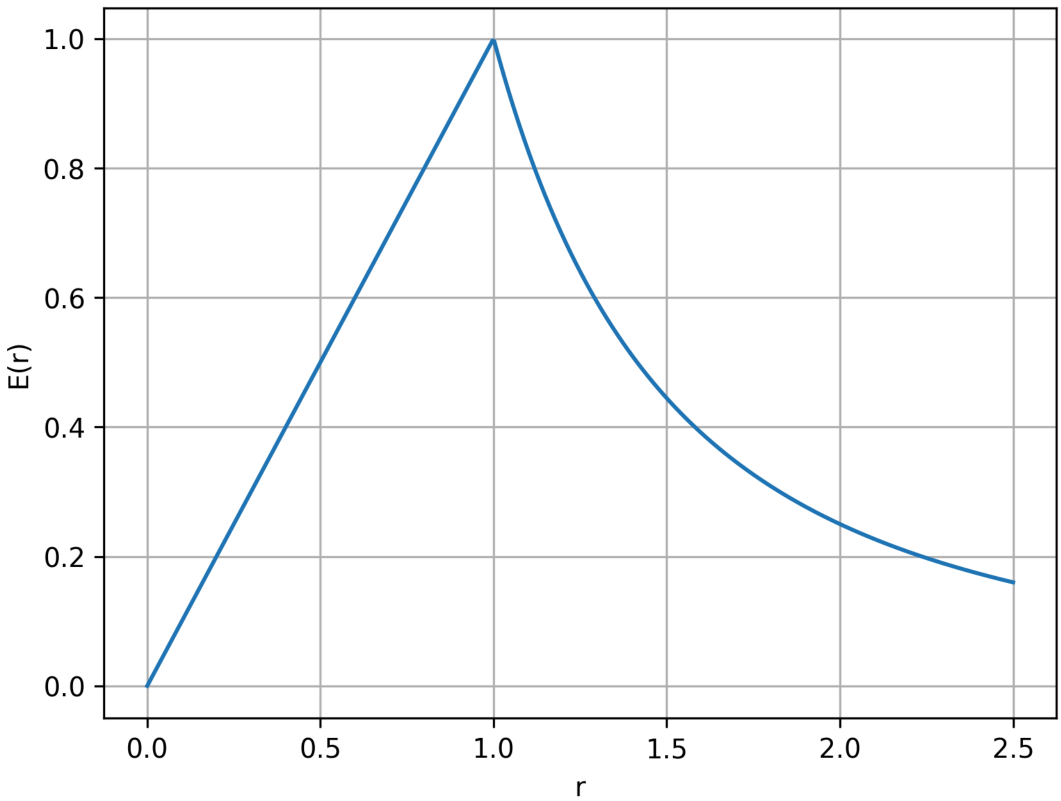


Рис. 5. Напряженность электрического поля равномерно заряженной сферы

Пластина из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε вплотную прилегает к проводящей пластине, заряженной с поверхностной плотностью σ. Поверхностная плотность связанных зарядов на поверхности диэлектрика σ' равна.

1. $\sigma' = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\sigma$
2. $\sigma' = -\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\sigma$
3. $\sigma' = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\sigma$
4. $\sigma' = -\frac{\sigma}{\varepsilon}$

5. $\boldsymbol{\sigma' = -\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\sigma}$

Ответ:

$$D = \sigma \qquad (176.)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \qquad (177.)$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \qquad 178.$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\vec{E} \qquad 179.$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\sigma \qquad 180.$$

$$\sigma' = -P = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\sigma \qquad 181.$$

В каком случае поток вектора напряженности однородного электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен нулю?

1. только когда на поверхности находятся электрические заряды

2. только если вектор напряженности перпендикулярен поверхности во всех точках

3. всегда
4. никогда не равен нулю
5. только когда поверхность имеет сферическую форму

Ответ:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \qquad 182.$$

если $\vec{E} \perp d\vec{S}$, то $\vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$, соответственно $\Phi = 0$

Электрическое поле создается заряженным равномерно по объему шаром из дэлектрика с проницаемостью $\varepsilon = 3$. Как изменится напряженность электрического поля на некотором расстоянии от центра шара внутри него, при уменьшении диэлектрической проницаемости в 2 раза.

1. увеличится в 2 раза

2. увеличится в 1.33 раза

3. не изменится
4. уменьшится в 4 раза
5. уменьшится в 1.33 раза

Ответ:

$$\varepsilon = 3, \varepsilon' = \frac{3}{2} \qquad 183.$$

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_{\text{своб, внутри}} \qquad 184.$$

внутри шара

$$D \cdot 4\pi r^2 = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \qquad 185.$$

$$D = \frac{\rho r}{3} \qquad 186.$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \qquad 187.$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon} \qquad 188.$$

$$E_1 = \frac{D}{\varepsilon_0 3} \qquad 189.$$

$$E_2 = \frac{D}{\varepsilon_0 \frac{3}{2}} \qquad 190.$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2 \qquad 191.$$

Электрический диполь помещен в электрическое поле так, что его дипольный момент перпендикулярен линиям напряженности поля. Что произойдет с диполем?

1. останется неподвижным
2. развернется моментом по полю и будет выталкиваться в область слабого поля

3. развернется моментом по полю и будет втягиваться в область сильного поля

4. развернется моментом против поля и будет выталкиваться в область слабого поля

5. развернется моментом против поля и будет втягиваться в область сильного поля

Ответ: Диполь всегда втягивается в область сильного поля. Поле всегда пытается расположить диполь так, чтобы плюс был по полю, минус против.

Сегнетоэлектрик, поляризованность которого равна нулю, помещен в незаряженный плоский конденсатор. Напряжение на конденсаторе начинают увеличивать от нулевого значения. Укажите все верные утверждения

1. диэлектрическая восприимчивость сегнетоэлектрика сначала растет, потом убывает

2. индукция поля в сегнетоэлектрике растет

3. индукция поля в сегнетоэлектрике сначала растет, потом убывает
4. диэлектрическая восприимчивость сегнетоэлектрика растет
5. индукция поля в сегнетоэлектрике убывает

Ответ: В сегнетоэлектрике поляризация нелинейна. При малых полях диполи легко поворачиваются. При больших полях наступает насыщение.

Диэлектрическая восприимчивость

$$\chi = \frac{P}{\varepsilon_0 E} \qquad 192.$$

Электрическая индукция

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \qquad 193.$$

поле $\vec{E}$ растет, поляризация $\vec{P}$ растет.

Плоский воздушный конденсатор подключен к источнику напряжения. Расстояния между обкладками конденсатор увеличивают. Выберите все верные утверждения

1. напряженность поля в конденсаторе не меняется

2. заряд конденсатора не меняется

3. напряжение на конденсаторе не меняется

4. заряд конденсатора увеличивается

5. заряд конденсатора уменьшается

Ответ: Так как конденсатор подключен к источнику, то источник поддерживает напряжение.

Напряженность тоже не меняется. (хз)

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \quad 194.$$

Так как d увеличивается, то C уменьшается.

$$Q = CU \quad 195.$$

Если C уменьшается, а U постоянно, тогда Q уменьшается.

Вектор напряженности электростатического поля по отношению к эквипотенциальным поверхностям направлен

1. по нормали в сторону убывания потенциала

2. по касательной в сторону убывания потенциала
3. по нормали в сторону возрастания потенциала
4. по касательной в сторону возрастания потенциала
5. по спирали охватывает силовые линии

Ответ: По определению

$$\vec{E} = -\nabla\varphi \quad 196.$$

вектор напряженности направлен в сторону убывания потенциала.

Эквипотенциальная поверхность – это поверхность, где:

$$\varphi = \mathrm{const} \quad 197.$$

Тогда $\vec{E}$ направлен по нормали к эквипотенциальной поверхности.

При затухающих гармонических колебаниях частота колебаний

1. намного меньше собственной частоты колебательной системы
2. намного больше собственной частоты колебательной системы

3. равной собственной частоте колебательной системы

4. чуть меньше собственной частоты колебательной системы

5. чуть больше собственной частоты колебательной системы

Ответ: Для линейной колебательной системы

$$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = 0 \qquad 198.$$

где ω_0 – собственная частота, β – коэффициент затухания.

При слабом затухании ($\beta < \omega_0$)

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) \qquad 199.$$

где частота затухающих колебаний равна

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \qquad 200.$$

Так как

$$\beta^2 > 0 \qquad 201.$$

то

$$\omega_0^2 - \beta^2 < \omega_0^2 \qquad 202.$$

следовательно

$$\omega < \omega_0 \qquad 203.$$

Если колебания гармонические, затухание слабое

$$\beta \ll \omega_0 \qquad 204.$$

Тогда

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{\omega_0^2}} \approx \omega_0 \left(1 - \frac{\beta^2}{2\omega_0^2}\right) \qquad 205.$$

$$\omega_0 - \omega \approx \frac{\beta^2}{2\omega_0} \qquad 206.$$

Плоский воздушный конденсатор подключен к источнику напряжения. Конденсатор заполняют диэлектриком. Выберите все верные утверждения

1. напряженность поля в конденсаторе увеличивается

2. напряженность поля в конденсаторе уменьшается 3. напряжение на конденсаторе не меняется 4. заряд конденсатора увеличивается

5. заряд конденсатора уменьшается

Ответ: поскольку конденсатор подключен к источнику, U остается постоянным.

Напряженность поля в конденсаторе с диэлектриком

$$E = \frac{U}{d} \tag{207.}$$

Диэлектрик не изменяет внешнее напряжение U, но в нем создаются внутренние поляризационные заряды, которые частично компенсируют поле. Напряженность внутри диэлектрика меньше, чем в воздухе.

Емкость конденсатора с диэлектриком увеличивается

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d} > C_0 \tag{208.}$$

А поскольку $U = \mathrm{const}$, заряд

$$Q = CU \tag{209.}$$

увеличивается

Плоский воздушный конденсатор заполнен диэлектриком с проницаемостью ε. Конденсатор подключен к источнику напряжения. Диэлектрика вынимают из конденсатора. Выберите верные утверждения

1. напряженность поля в конденсаторе увеличивается

2. напряженность поля в конденсаторе уменьшается

3. напряжение на конденсаторе не меняется

4. заряд конденсатора увеличивается

5. заряд конденсатора уменьшается

Ответ: Конденсатор подключен к источнику, поэтому U остается постоянным.

Напряженность внутри диэлектрика была меньше, чем в воздухе

$$E_{\text{диэлектрик}} = \frac{U}{\varepsilon d} < \frac{U}{d} = E_{\text{воздух}} \tag{210.}$$

После того как диэлектрик вынимают

$$E = \frac{U}{d} > E_{\text{диэлектрик}} \tag{211.}$$

Емкость конденсатора с диэлектриком

$$C_{\text{диэлектрик}} = \varepsilon C_0 \tag{212.}$$

После вынимания диэлектрика

$$C_{\text{воздух}} = C_0 < C_{\text{диэлектрик}} \tag{213.}$$

Поскольку $U = \text{const}$

$$Q = CU \tag{214.}$$

емкость уменьшилась, соответственно заряд уменьшился.

Укажите все верные утверждения. Для потенциального электрического поля

1. $\boldsymbol{\int_L \vec{E} d\vec{l} = 0}$

2. на незаряженной границе диэлектриков $E_{1n} = E_{2n}$

3. $\boldsymbol{\mathrm{rot}\, \vec{E} = 0}$

4. $\int_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dS$

5. $\boldsymbol{\vec{E} = -\mathrm{grad}\ \varphi}$

Ответ: Электрическое поле называется потенциальным, если существует скалярный потенциал φ, такой что:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi \tag{215.}$$

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\ \varphi \tag{216.}$$

это определение

$$\text{rot } \vec{E} = 0 \qquad 217.$$

Это свойство потенциального поля. Поле не завихрено, линии поля не образуют замкнутых петель.

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \qquad 218.$$

Из теоремы Стокса

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{S} \qquad 219.$$

Для потенциального поля rot $\vec{E} = 0$, значит интеграл по любому замкнутому контуру $= 0$.

Собственная частота в колебательном контуре определяется выражением

1. $2\pi\sqrt{LC}$
2. $\frac{2\pi}{\sqrt{LC}}$
3. $\frac{R}{2L}$
4. $2\pi LC$

Ответ: хз.

Электрическое поле создается заряженным равномерно по объему шаром из диэлектрика с проницаемостью $\varepsilon = 5$. Как изменится напряженность электрического поля на некотором расстоянии от центра шара внутри него при увеличении объемной плотности заряда внутри шара в 2 раза

1. увеличится в 2 раза
2. увеличится в 1.33 раза
3. увеличится в 4 раза
4. уменьшится в 4 раза
5. уменьшится в 5 раз

Ответ: Для шара с объемной плотностью заряда ρ в диэлектрике с ε напряженность внутри шара задается формулой

$$E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0 \varepsilon} \quad 220.$$

Если увеличиваем ρ в два раза

$$E \to \frac{(2\rho)r}{3\varepsilon_0 \varepsilon} = 2 \cdot \frac{\rho r}{3\varepsilon_0 \varepsilon} = 2E \quad 221.$$

Как изменится напряженность поля внутри заряженного и отключенного от источника воздушного конденсатора, если увеличить расстояние между пластинами в 4 раза?

1. увеличится в 4 раза
2. уменьшится в 4 раза
3. уменьшится в 2 раза
4. увеличится в 2 раза

5. не изменится

Ответ: Напряженность поля в плоском конденсаторе

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 S} \quad 222.$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \quad 223.$$

Напряжение на пластинах

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S} \quad 224.$$

Если $d \to 4d$, емкость уменьшается в 4 раза, а напряжение

$$U \to 4U \quad 225.$$

Напряжение увеличилось, но E внутри, как плотность поля между пластинами, остается

$$E = \frac{U}{d} = \frac{4U}{4d} = \frac{U}{d} = E_{\text{исходное}} \quad 226.$$

Пластину из однородного изотропного диэлектрика внесли в заряженный конденсатор, параллельно его пластинам, но не касаясь их. Если пренебречь утечкой заряда с конденсатор, то

1. **на поверхности диэлектрика появятся связанные заряды**
2. на поверхности и в объеме диэлектрика появятся свободные заряды
3. в объеме диэлектрика появятся связанные заряды
4. на поверхности диэлектрика появятся связанные заряды, а в объеме – свободные
5. на поверхности диэлектрика появятся свободные заряды, а внутри – связанные

Ответ: хз.

При преломлении линий индукции электрического поля на границе двух однородных изотропных диэлектриков

1. $\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$
2. $\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$
3. $\boldsymbol{\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$
4. $\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$
5. $\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{tg}\alpha_2$

Ответ: Тангенциальная компонента напряженности непрерывна

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \tag{227.}$$

Нормальная компонента электрической индукции непрерывна

$$D_{1n} = D_{2n} \tag{228.}$$

Так как

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} \tag{229.}$$

то

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n} \tag{230.}$$

$$\begin{aligned} E_n &= E\cos\alpha \\ E_\tau &= E\sin\alpha \end{aligned} \tag{231.}$$

Тангенциальная компонента

$$E_1 \sin\alpha_1 = E_2 \sin\alpha_2 \quad 232.$$

Нормальная компонента

$$\varepsilon_1 E_1 \cos\alpha_1 = \varepsilon_2 E_2 \cos\alpha_2 \quad 233.$$

Поделив друг на друга

$$\frac{E_1 \sin\alpha_1}{\varepsilon_1 E_1 \cos\alpha_1} = \frac{E_2 \sin\alpha_2}{\varepsilon_2 E_2 \cos\alpha_2} \quad 234.$$

Сократив E_1, E_2

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\varepsilon_1} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\varepsilon_2} \quad 235.$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad 236.$$

При преломлении линий индукции магнитного поля на границе двух однородных изотропных диэлектриков

1. $\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$
2. $\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$
3. **$\boldsymbol{\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}}$**
4. $\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$
5. $\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{tg}\alpha_2$

Ответ: Нормальная компонента непрерывна

$$B_{1n} = B_{2n} \quad 237.$$

Тангенциальная компонента непрерывна

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \quad 238.$$

Но

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \quad 239.$$

Следовательно

$$\frac{B_{1\tau}}{\mu_1} = \frac{B_{2\tau}}{\mu_2} \quad 240.$$

$$B_n = B\cos\alpha$$
$$B_\tau = B\sin\alpha \qquad 241.$$

$$B_1\cos\alpha_1 = B_2\cos\alpha_2 \qquad 242.$$

$$\frac{B_1\sin\alpha_1}{\mu_1} = \frac{B_2\sin\alpha_2}{\mu_2} \qquad 243.$$

$$\frac{B_1\sin\alpha_1}{\mu_1 B_1\cos\alpha_1} = \frac{B_2\sin\alpha_2}{\mu_2 B_2\cos\alpha_2} \qquad 244.$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\mu_1} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\mu_2} \qquad 245.$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \qquad 246.$$

При преломлении линий напряженности электрического поля на границе двух однородных изотропных диэлектриков

1. $\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$
2. $\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$
3. $\boldsymbol{\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$
4. $\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$
5. $\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{tg}\alpha_2$

Ответ: Тангенциальная компонента $\vec{E}$ непрерывна

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \qquad 247.$$

Нормальная компонента $\vec{D}$ непрерывна

$$D_{1n} = D_{2n} \qquad 248.$$

Но

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} \qquad 249.$$

следовательно

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n} \qquad 250.$$

$$\begin{aligned} E_n &= E\cos\alpha \\ E_\tau &= E\sin\alpha \end{aligned} \qquad 251.$$

Тангенциальная компонента

$$E_1 \sin\alpha_1 = E_2 \sin\alpha_2 \qquad 252.$$

Нормальная компонента

$$\varepsilon_1 E_1 \cos\alpha_1 = \varepsilon_2 E_2 \cos\alpha_2 \qquad 253.$$

$$\frac{E_1 \sin\alpha_1}{\varepsilon_1 E_1 \cos\alpha_1} = \frac{E_2 \sin\alpha_2}{\varepsilon_2 E_2 \cos\alpha_2} \qquad 254.$$

Сократив

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\varepsilon_1} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\varepsilon_2} \qquad 255.$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \qquad 256.$$

При преломлении линий напряженности магнитного поля на границе двух однородных изотропных магнетиков

1. $\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$
2. $\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$
3. **$\boldsymbol{\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}}$**
4. $\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$
5. $\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{tg}\alpha_2$

Ответ: Тангенциальная компонента непрерывна

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \qquad 257.$$

Нормальная компонента непрерывна

$$B_{1n} = B_{2n} \qquad 258.$$

Но

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \qquad 259.$$

следовательно

$$\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n} \tag{260.}$$

$$\begin{aligned} H_n &= H\cos\alpha \\ H_\tau &= H\sin\alpha \end{aligned} \tag{261.}$$

Тангенциальная компонента

$$H_1 \sin\alpha_1 = H_2 \sin\alpha_2 \tag{262.}$$

Нормальная компонента

$$\mu_1 H_1 \cos\alpha_1 = \mu_2 H_2 \cos\alpha_2 \tag{263.}$$

$$\frac{H_1 \sin\alpha_1}{\mu_1 H_1 \cos\alpha_1} = \frac{H_2 \sin\alpha_2}{\mu_2 H_2 \cos\alpha_2} \tag{264.}$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\mu_1} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\mu_2} \tag{265.}$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \tag{266.}$$

Какое уравнение отражает тот факт, что линии магнитной индукции всегда замкнуты?

1. $B_{1n} = B_{2n}$
2. **$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$**
3. $B_{1\tau} = B_{2\tau}$
4. $\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + I')$
5. $\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{J}\right)$

Ответ: $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

это закон Гаусса для магнитного поля.

Укажите все правильные для парамагнетиков утверждения

1. **На внешней орбите находится нечетное число электронов**
2. **$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{J}\right)$**
3. Магнитная восприимчивость $\chi < 0$
4. Магнитная проницаемость чуть меньше единицы

5. **Образец втягивается в область сильного магнитного поля**

Ответ: Нечетное число электронов ⇒ есть неспаренный электрон ⇒ собственный магнитный момент атома ⇒ главный признак парамагнетиков.

$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{J}\right) \qquad 267.$$

общее уравнение магнитного поля в веществе

у парамагнетиков $\chi > 0$

Парамагнетики усиливают магнитное поле. Система стремится туда, где поле сильнее, уменьшается энергия. Поэтому парамагнетик втягивается в область сильного поля.

По длинному прямому проводнику течет ток силой I. Вычислите поток вектора магнитной индукции через поверхность цилиндра радиусом R и высотой h.

1. $\frac{\mu_0 I}{2\pi R h}$
2. $\frac{\mu_0 I}{4\pi R h}$

3. 0

4. $\frac{I}{\pi R h}$
5. $\mu_0 \frac{I}{Rh}$

Ответ:

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \qquad 268.$$

Для магнитного поля всегда выполняется закон Гаусса

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad 269.$$

цилиндр – замкнутая поверхность.

Потенциал поля диполя равен нулю (при нулевом потенциале на бесконечности) ...

1. ... во всех точках, лежащих ближе к положительному заряду диполя
2. ... только в точках расположенных на оси диполя
3. ... во всем пространстве

4. ... ни в одной точке пространства

5. ... во всех точках плоскости, перпендикулярной диполю, проходящей через его середину

Ответ: Потенциал электрического диполя в точке пространства:

$$\varphi = k\left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-}\right) \qquad 270.$$

Потенциал равен нулю

$$\varphi = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{r_+} = \frac{1}{r_-} \Leftrightarrow r_+ = r_- \qquad 271.$$

Выберите вариант ответа, в котором перечислены величины, измеряемые в Кл/м^2 в системе СИ: напряженность электрического поля $\vec{E}$, потенциал φ, поляризованность диэлектрика P, поверхностная плотность заряда σ, электрическая индукция (смещение) D.

1. P, D, φ
2. $\boldsymbol{P, D, \sigma}$
3. E, P, φ
4. σ, φ, P
5. E, P, D

Ответ:

$$\left[\vec{E}\right] = \text{В/м} = \text{Н/Кл} \qquad 272.$$

$$[\varphi] = \text{В} = \text{Дж/Кл} \qquad 273.$$

$$\left[\vec{P}\right] = \frac{\text{дипольный момент}}{\text{объем}} = \text{Кл/м}^2 \qquad 274.$$

$$[\sigma] = \text{Кл/м}^2 \qquad 275.$$

$$\left[\vec{D}\right] = \left[\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}\right] = \text{Кл/м}^2 \qquad 276.$$

В реальном колебательном контуре резонанс по величине тока наступает при частоте внешней ЭДС

1. намного меньше собственной частоты контура
2. намного больше собственной частоты контура

3. равной собственной частоте контура

4. чуть меньше собственной частоты контура
5. чуть больше собственной частоты контура

Ответ: Собственная частота LC-контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{277.}$$

Амплитуда тока

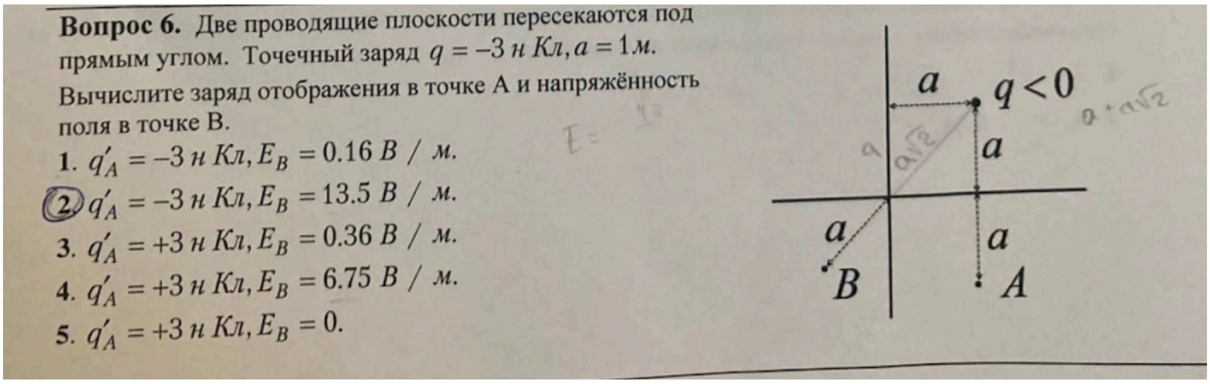
$$I = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \tag{278.}$$

Максимум I достигается, когда реактивные сопротивления компенсируются

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0 \tag{279.}$$

Резонанс по току $\to$ амплитуда тока максимальна. Происходит при частоте внешнего источника = собственной частоте контура.

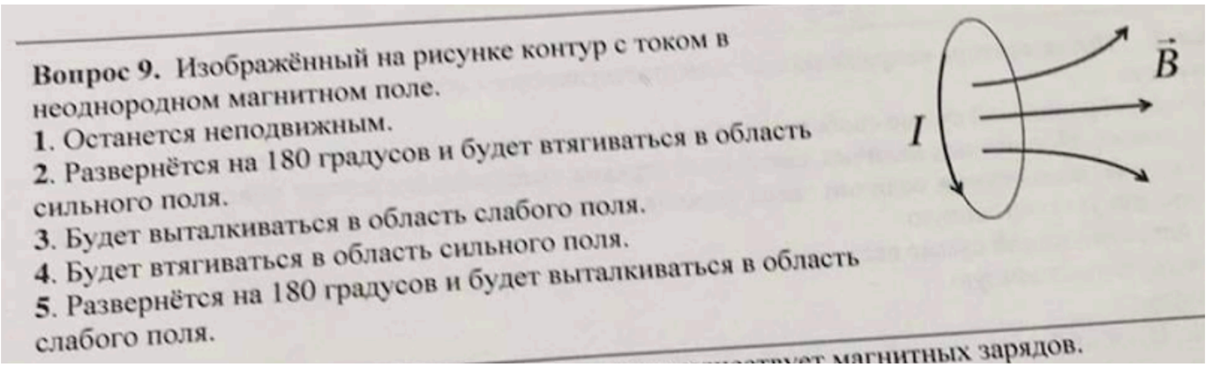
Вопрос 6. Две проводящие плоскости пересекаются под прямым углом. Точечный заряд q=-3 нКл, a=1м. Вычислите заряд отображения в точке А и напряженность поля в точке В


Вопрос 6. Две проводящие плоскости пересекаются под прямым углом. Точечный заряд $q = -3\ нКл, a = 1м.$ Вычислите заряд отображения в точке А и напряжённость поля в точке В.

1. $q'_A = -3\ нКл, E_B = 0.16\ В\ /\ м.$
2. $q'_A = -3\ нКл, E_B = 13.5\ В\ /\ м.$
3. $q'_A = +3\ нКл, E_B = 0.36\ В\ /\ м.$
4. $q'_A = +3\ нКл, E_B = 6.75\ В\ /\ м.$
5. $q'_A = +3\ нКл, E_B = 0.$

Ответ: 5

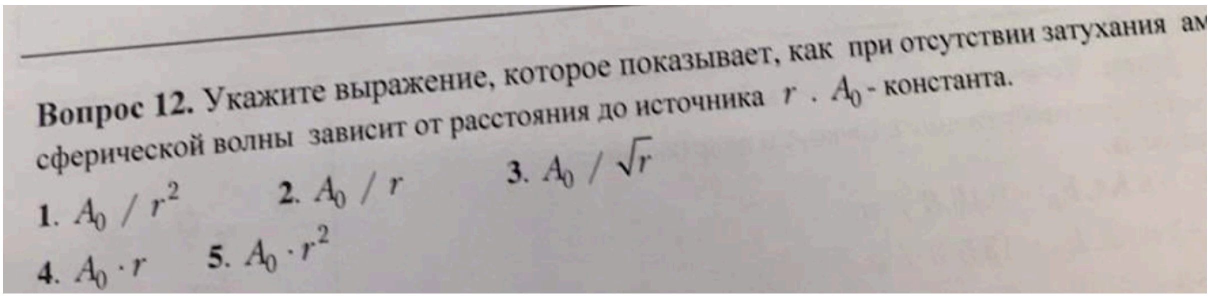
Вопрос 9. Изображенный на рисунке контур с током в неоднородном магнитном поле


Вопрос 9. Изображённый на рисунке контур с током в неоднородном магнитном поле.

1. Останется неподвижным.
2. Развернётся на 180 градусов и будет втягиваться в область сильного поля.
3. Будет выталкиваться в область слабого поля.
4. Будет втягиваться в область сильного поля.
5. Развернётся на 180 градусов и будет выталкиваться в область слабого поля.

Ответ: 4

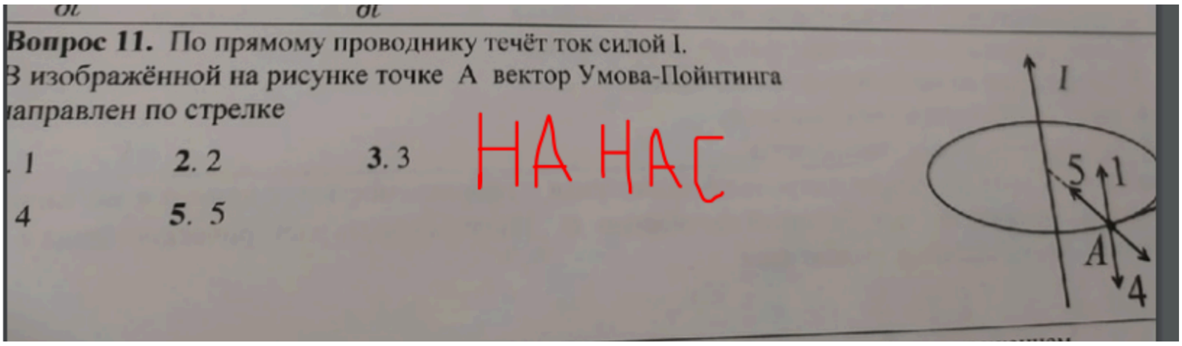
Вопрос 12. Укажите уравнение, которое показывает, как при отсутствии затухания амплитуда сферической волны зависит от расстояния до источника r. A0 - константа


Вопрос 12. Укажите выражение, которое показывает, как при отсутствии затухания ам сферической волны зависит от расстояния до источника r. A_0 - константа.

1. A_0 / r^2 2. A_0 / r 3. $A_0 / \sqrt{r}$
4. $A_0 \cdot r$ 5. $A_0 \cdot r^2$

Ответ: 2

Вопрос 11. По прямому проводнику течет ток силой I. В изображенной на рисунке точке А вектор Умова-Пойнтинга направлен по стрелке



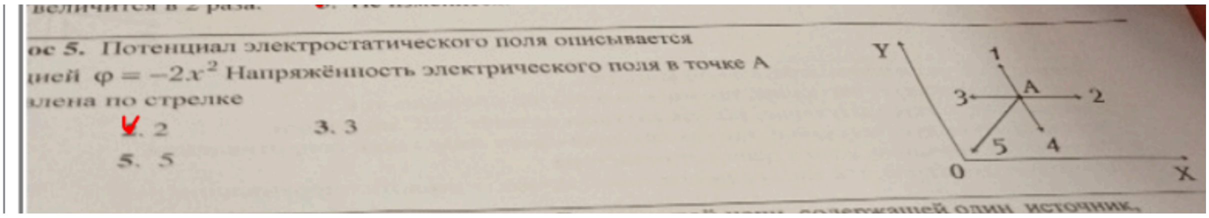
Вопрос 11. По прямому проводнику течёт ток силой I.
В изображённой на рисунке точке A вектор Умова-Пойнтинга
направлен по стрелке

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. 5

НА НАС

Ответ: 1 (5? E вверх, B вправо)

Вопрос 5. Потенциал электростатического поля описывается функцией phi=-2x^2. Напряженность электростатического поля в точке А направлена по стрелке

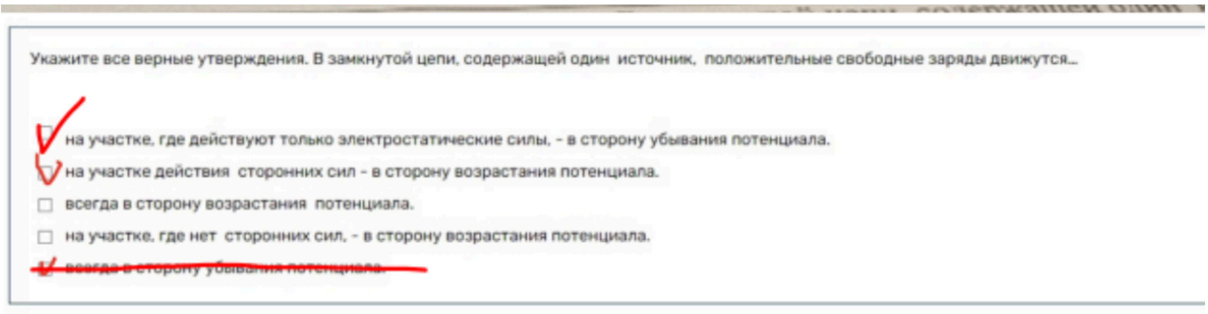


...ос 5. Потенциал электростатического поля описывается
...цией $\varphi = -2x^2$ Напряжённость электрического поля в точке A
...лена по стрелке

2. 2
3. 3
5. 5

Ответ: 2

Вопрос 6. Укажите все верные утверждения. В замкнутой цепи, содержащей один источник, положительные свободные заряды движутся

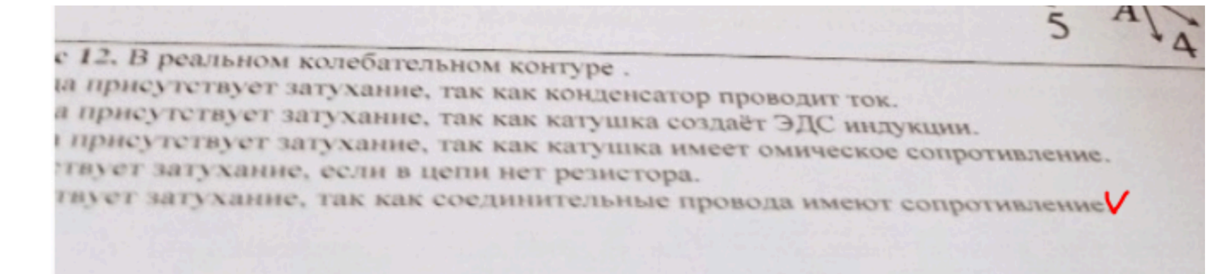


Укажите все верные утверждения. В замкнутой цепи, содержащей один источник, положительные свободные заряды движутся...

- на участке, где действуют только электростатические силы, - в сторону убывания потенциала.
- на участке действия сторонних сил - в сторону возрастания потенциала.
- всегда в сторону возрастания потенциала.
- на участке, где нет сторонних сил, - в сторону возрастания потенциала.
- ~~всегда в сторону убывания потенциала.~~

Ответ: 12

Вопрос 12. В реальном колебательном контуре



...с 12. В реальном колебательном контуре .
...а присутствует затухание, так как конденсатор проводит ток.
...присутствует затухание, так как катушка создаёт ЭДС индукции.
...присутствует затухание, так как катушка имеет омическое сопротивление.
...твует затухание, если в цепи нет резистора.
...твует затухание, так как соединительные провода имеют сопротивление

Ответ: 5

Вопрос 3. Даны две бесконечные параллельные плоскости с поверхностной плотностью зарядов +sigma и -sigma. Первоначально зазор между ними…

Вопрос 3. Даны две бесконечные параллельные плоскости с поверхностной плотностью зарядов $+\sigma$ и $-\sigma$. Первоначально зазор между ними заполнен однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon = 2$. Как изменится величина электрического смещения (индукции) D и напряженности электрического поля E в зазоре, если диэлектрик удалить?

1. Величины D и E не изменятся.
2. Величина D увеличится в 2 раза, величина E не изменится.
3. Величины D и E увеличатся в два раза.
4. Величина D не изменится, величина E - увеличится в 2 раза.
5. Величина D увеличится в 2 раза, величина E-уменьшится в 2 раза.

Ответ: 4

Вопрос 12. В колебательном контуре возбуждают слабо затухающие колебания. Сопротивление контура немного увеличили на 3 процента. Укажите верные утверждения.

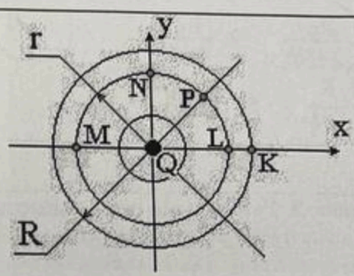
Вопрос 12. В колебательном контуре возбуждают слабо затухающие колебания. Сопротивление контура немного увеличили на 3 процента. Укажите верные утверждения.

1. Критическое сопротивление контура не изменилось.
2. Частота колебаний в контуре немного увеличилась.
3. Частота колебаний в контуре немного уменьшилась.
4. Коэффициент затухания увеличился на 3 процента.
5. Коэффициент затухания увеличился менее, чем на 3 процента.

Ответ: 134

Вопрос 2. Электростатическое поле создается точечным зарядом Q, расположенным в начале координат. Заряд q может быть перемещен из точки K в точки M, N и L. В каком случае работа сторонних сил против сил поля будет максимальной?

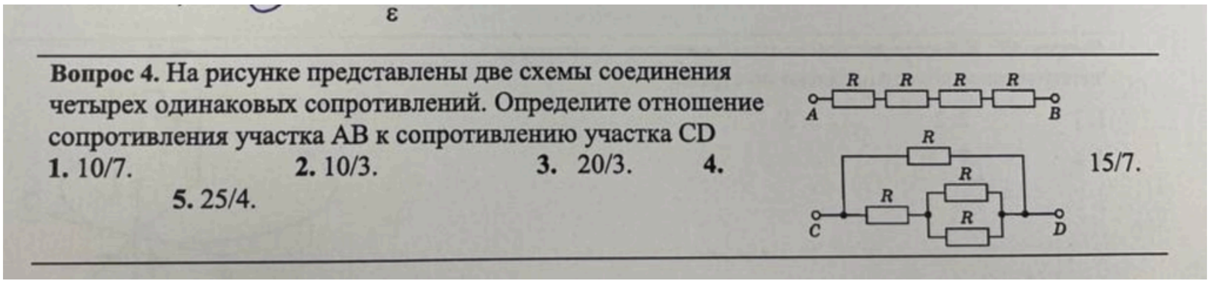
Вопрос 2. Электростатическое поле создается точечным зарядом Q, расположенным в начале координат. Заряд q может быть перемещен из точки K в точки M, N и L . В каком случае работа сторонних сил против сил поля будет максимальной?



1. KL.
2. KN.
3 KM.
4. Ответ зависит от знака зарядов q и Q.
5. Работа во всех случаях одинакова.

Ответ: 5

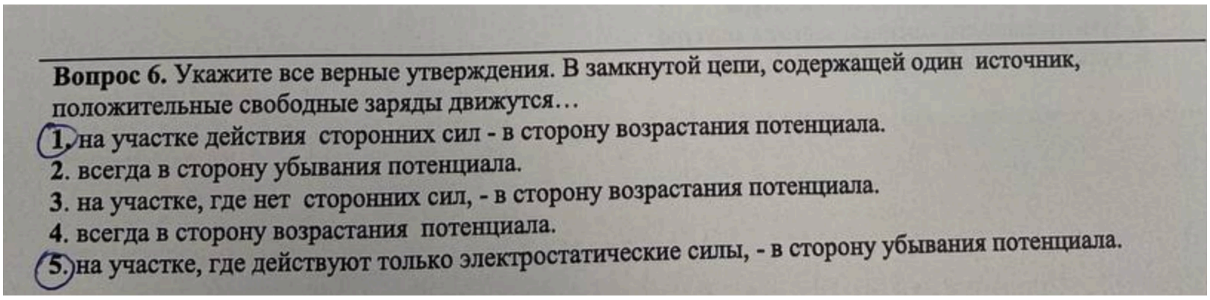
Вопрос 4. На рисунке представлены две схемы соединения четырех одинаковых сопротивлений. Определите отношение сопротивления участка AB к сопротивлению участка CD



Вопрос 4. На рисунке представлены две схемы соединения четырех одинаковых сопротивлений. Определите отношение сопротивления участка AB к сопротивлению участка CD
1. 10/7. **2.** 10/3. **3.** 20/3. **4.** 15/7. **5.** 25/4.

Ответ: 3

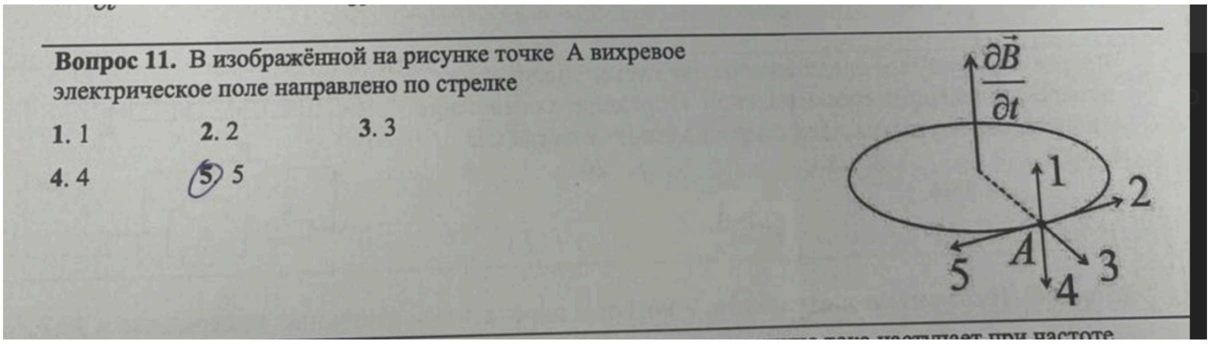
Вопрос 6. Укажите все верные утверждения. В замкнутой цепи, содержащей один источник, положительные свободные заряды движутся



Вопрос 6. Укажите все верные утверждения. В замкнутой цепи, содержащей один источник, положительные свободные заряды движутся…
1. на участке действия сторонних сил - в сторону возрастания потенциала.
2. всегда в сторону убывания потенциала.
3. на участке, где нет сторонних сил, - в сторону возрастания потенциала.
4. всегда в сторону возрастания потенциала.
5. на участке, где действуют только электростатические силы, - в сторону убывания потенциала.

Ответ: 15

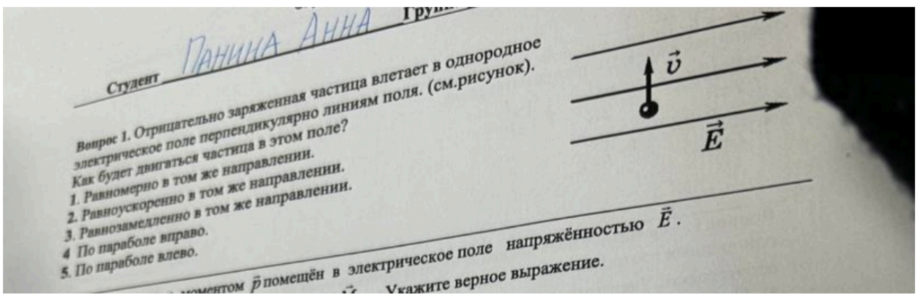
Вопрос 11. В изображенной на рисунке точке А вихревое электрическое поле направлено по стрелке



Вопрос 11. В изображённой на рисунке точке A вихревое электрическое поле направлено по стрелке
1. 1 2. 2 3. 3
4. 4 5. 5

Ответ: 5

Вопрос 1. Отрицательно заряженная частица влетает в однородное электрическое поле перпендикулярно линиям поля. Как будет двигаться частица в этом поле?



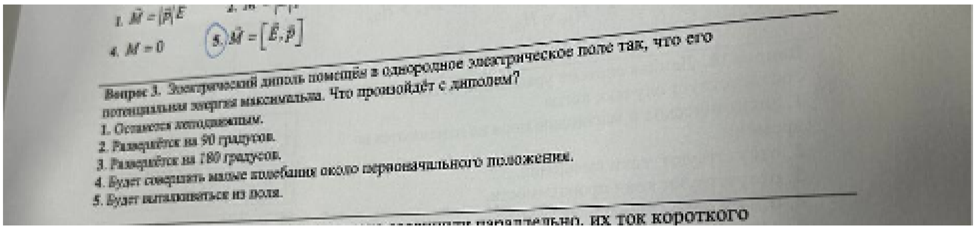
Студент Панина Анна Груп…

Вопрос 1. Отрицательно заряженная частица влетает в однородное электрическое поле перпендикулярно линиям поля. (см.рисунок).
Как будет двигаться частица в этом поле?
1. Равномерно в том же направлении.
2. Равноускоренно в том же направлении.
3. Равнозамедленно в том же направлении.
4. По параболе вправо.
5. По параболе влево.

…моментом $\vec{p}$ помещён в электрическое поле напряжённостью $\vec{E}$.
… Укажите верное выражение.

Ответ: 5

Вопрос 3. Электрический диполь помещен в однородное электрическое поле так, что его потенциальная энергия максимальна. Что произойдет с диполем?

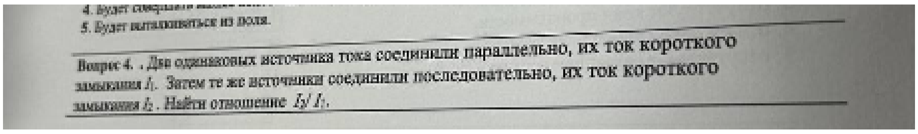


1. $\vec{M} = |\vec{p}|E$
4. $M = 0$
5. $\vec{M} = [\vec{E}, \vec{p}]$

Вопрос 3. Электрический диполь помещён в однородное электрическое поле так, что его потенциальная энергия максимальна. Что произойдёт с диполем?
1. Останется неподвижным.
2. Развернётся на 90 градусов.
3. Развернётся на 180 градусов.
4. Будет совершать малые колебания около первоначального положения.
5. Будет выталкиваться из поля.

Ответ: 3 (???)

Вопрос 4. Два одинаковых источника тока соединили параллельно, их ток короткого замыкания I1. Затем те же источники соединили….

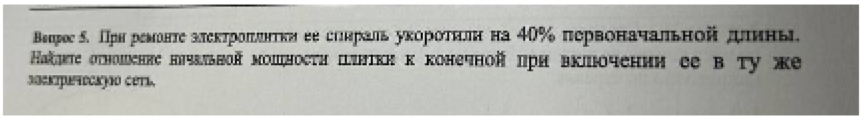


4. Будет совершать малые колебания...
5. Будет выталкиваться из поля.

Вопрос 4. . Два одинаковых источника тока соединили параллельно, их ток короткого замыкания I_1. Затем те же источники соединили последовательно, их ток короткого замыкания I_2. Найти отношение I_2/I_1.

Ответ: 1/2 (I = ЭДС / r, считайте)

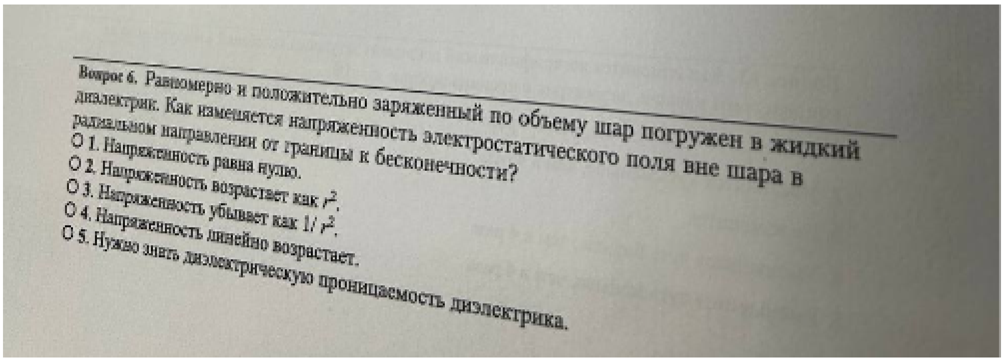
Вопрос 5. При ремонте электроплитки ее спирали урокротили на 40% первоначальной длины. Найдите отношение начальной мощности к конечной при включении ее в ту же электрическую сеть



Вопрос 5. При ремонте электроплитки ее спираль укоротили на 40% первоначальной длины. Найдите отношение начальной мощности плитки к конечной при включении ее в ту же электрическую сеть.

Ответ: 1/0.6=1.67 (P2/P1=R1/R2=I1/I2)

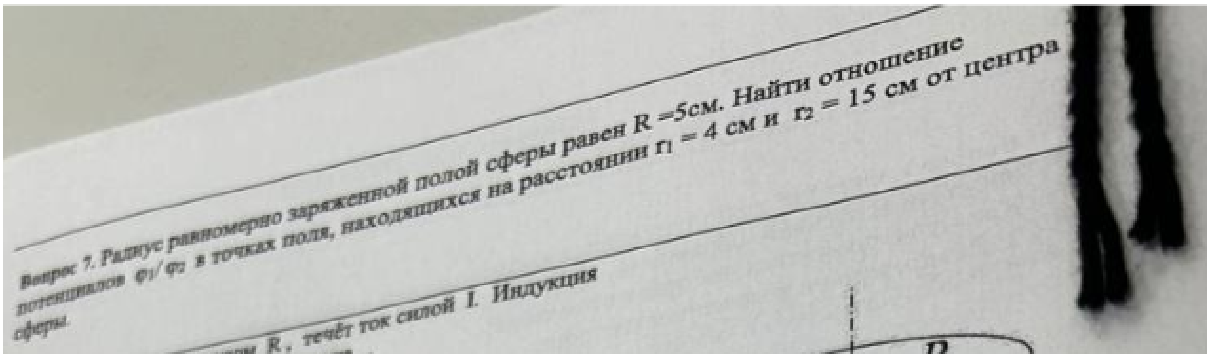
Вопрос 6. Равномерно и положительно заряженный по объему шар погружен в жидкий диэлектрик.



Вопрос 6. Равномерно и положительно заряженный по объему шар погружен в жидкий диэлектрик. Как изменяется напряженность электростатического поля вне шара в радиальном направлении от границы к бесконечности?
1. Напряженность равна нулю.
2. Напряженность возрастает как r^2.
3. Напряженность убывает как $1/r^2$.
4. Напряженность линейно возрастает.
5. Нужно знать диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

Ответ: 3

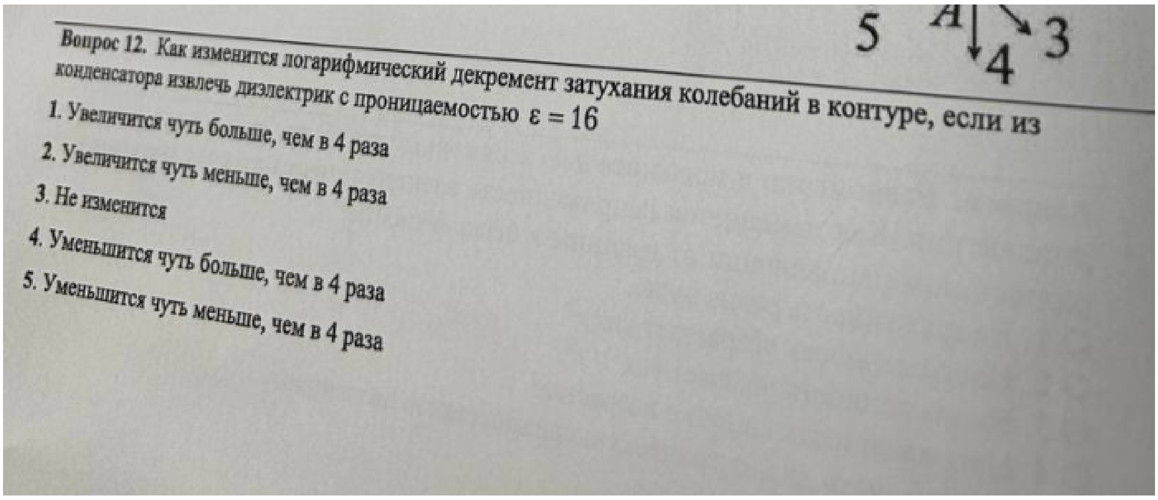
Вопрос 7. Радиус равномерно заряженной полой сферы равен R = 5 см. Найти отношение потенциалов…


Вопрос 7. Радиус равномерно заряженной полой сферы равен R =5см. Найти отношение потенциалов φ_1/φ_2 в точках поля, находящихся на расстоянии $r_1 = 4$ см и $r_2 = 15$ см от центра сферы.

R, течёт ток силой I. Индукция

Ответ: 3.75 (внутри сферы считаем потенциал таким же, как на поверхности)

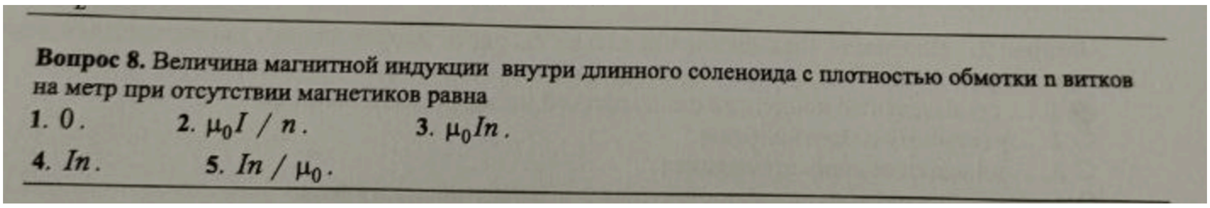
Вопрос 12. Как изменится логарифмический декремент затухания колебаний в контуре, если из конденсатора извлечь диэлектрик с проницаемостью epsilon = 16


Вопрос 12. Как изменится логарифмический декремент затухания колебаний в контуре, если из конденсатора извлечь диэлектрик с проницаемостью $\varepsilon = 16$

1. Увеличится чуть больше, чем в 4 раза
2. Увеличится чуть меньше, чем в 4 раза
3. Не изменится
4. Уменьшится чуть больше, чем в 4 раза
5. Уменьшится чуть меньше, чем в 4 раза

Ответ: 4 (формула есть, считайте)

Вопрос 8. Величина магнитной индукции внутри длинного соленоида с плотностью обмотки n витков на метр при отсутствии магнетиков равна


Вопрос 8. Величина магнитной индукции внутри длинного соленоида с плотностью обмотки n витков на метр при отсутствии магнетиков равна

1. 0. **2.** $\mu_0 I / n$. **3.** $\mu_0 I n$.

4. In. **5.** In / μ_0.

Ответ: 3

Вопрос 9. Магнитная энергия двух контуров с токами, показанных на рисунке, равна

Вопрос 9. Магнитная энергия двух контуров с токами, показанных на рисунке, равна

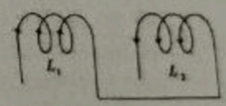


рис 2.

1. $\frac{L_1I_1^2}{2}+\frac{L_2I_2^2}{2}+L_{12}I_1I_2$ 2. $\frac{L_1I_1^2}{2}+\frac{L_2I_2^2}{2}-2L_{12}I_1I_2$ 3. $\frac{L_1I_1^2}{2}+\frac{L_2I_2^2}{2}-L_{12}I_1I_2$

4. $\frac{L_1I_1^2}{2}+\frac{L_2I_2^2}{2}+2L_{12}I_1I_2$ 5. $\frac{L_1I_1^2}{2}+\frac{L_2I_2^2}{2}$

Ответ: 3

Вопрос 10. Укажите волновое уравнение

Вопрос 10. Укажите волновое уравнение

1. $\Delta\vec{H}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}$. 2.. $\nabla\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$ 3.. $\nabla\vec{H}=-\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}$

4. $\Delta\vec{E}=\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$. 5.. $\Delta\vec{E}=\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$

Ответ: 5

Вопрос 11. В длинном соленоиде поддерживают постоянную силу тока, как изменится напряженность магнитного поля внутри соленоида, если внутрь него внесут сердечник с проницаемостью mu?

Вопрос 11. В длинном соленоиде поддерживают постоянную силу тока, как изменится напряжённость магнитного поля внутри соленоида, если внутрь него внесут сердечник с проницаемостью μ?

1. Увеличится в μ раз. 2. . Уменьшится в μ раз.
3. Увеличится в $\sqrt{\mu}$ раз. 4. Уменьшится в $\sqrt{\mu}$ раз. 5. Не изменится

Ответ: 5

Вопрос 12. Логарифмический декремент затухания можно вычислить по формуле

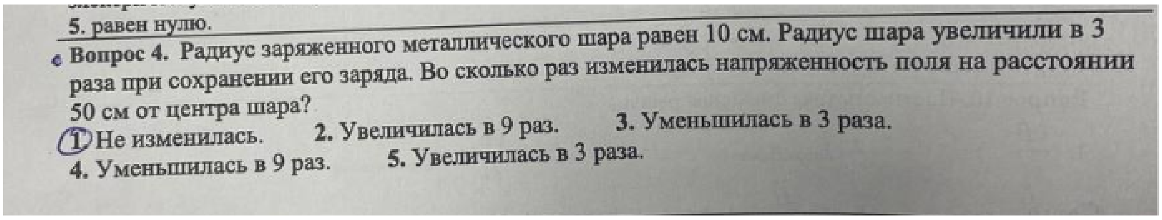
Вопрос 12. Логарифмический декремент затухания можно вычислить по формуле.

1. $\lambda=\ln\left(\frac{x(t+T)}{x(t)}\right)$ 2. $\lambda=\frac{\ln x(t+T)}{\ln x(t)}$ 3. $\lambda=\ln\left(\frac{x(t)}{x(t+T)}\right)$ 4. $\lambda=\frac{\ln x(t)}{\ln x(t+T)}$

5. $\lambda=\frac{\ln t}{\ln(t+T)}$

Ответ: 4

Вопрос 4. Радиус заряженного металлического шара равен 10 см. Радиус шара увеличили в 3 раза при сохранении его заряда. Во сколько раз изменилась напряженность поля на расстоянии 50 см от центра шара?



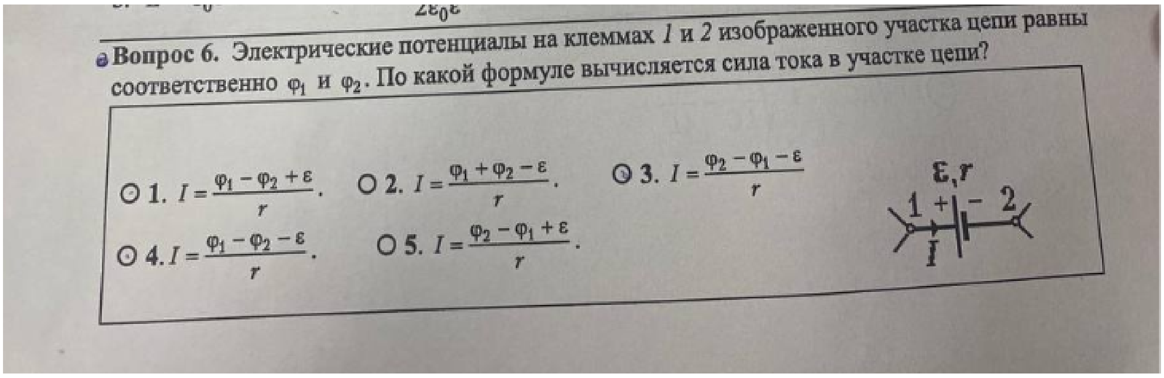
5. равен нулю.

Вопрос 4. Радиус заряженного металлического шара равен 10 см. Радиус шара увеличили в 3 раза при сохранении его заряда. Во сколько раз изменилась напряженность поля на расстоянии 50 см от центра шара?

1. Не изменилась. 2. Увеличилась в 9 раз. 3. Уменьшилась в 3 раза.
4. Уменьшилась в 9 раз. 5. Увеличилась в 3 раза.

Ответ: 1

Вопрос 6. Электрические потенциалы на клеммах 1 и 2 изображенного участка цепи равны соответственно φ_1 и φ_2. По какой формуле вычисляется сила тока в участке цепи?



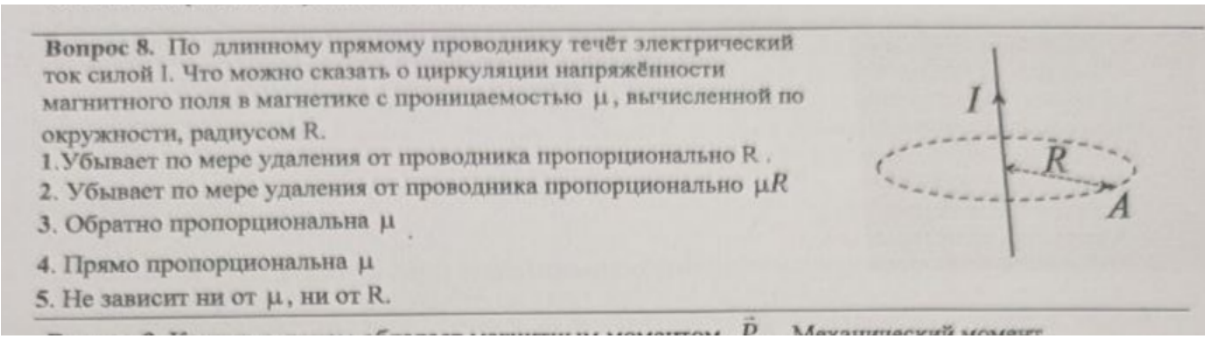
Вопрос 6. Электрические потенциалы на клеммах *1* и *2* изображенного участка цепи равны соответственно φ_1 и φ_2. По какой формуле вычисляется сила тока в участке цепи?

1. $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{r}$. 2. $I = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 - \varepsilon}{r}$. 3. $I = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 - \varepsilon}{r}$

4. $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - \varepsilon}{r}$. 5. $I = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + \varepsilon}{r}$.

Ответ: 4

Вопрос 8. По длинному прямому проводнику течет электрический ток силой I. Что можно сказать о циркуляции магнитного поля в магнетике с проницаемостью mu, вычисленной по окружности радиусом R



Вопрос 8. По длинному прямому проводнику течёт электрический ток силой I. Что можно сказать о циркуляции напряжённости магнитного поля в магнетике с проницаемостью μ, вычисленной по окружности, радиусом R.

1. Убывает по мере удаления от проводника пропорционально R.
2. Убывает по мере удаления от проводника пропорционально μR
3. Обратно пропорциональна μ
4. Прямо пропорциональна μ
5. Не зависит ни от μ, ни от R.

Ответ: 5

Вопрос 12. При затухающих гармонических колебаниях в контуре коэффициент затухания колебаний

Вопрос 12. При **затухающих гармонических** колебаниях в контуре **коэффициент затухания** колебаний...
1. прямо пропорционален сопротивлению контура.
2. прямо пропорционален сопротивлению резистора в контуре.
3. прямо пропорционален критическому сопротивлению контура.
4. обратно пропорционален индуктивности контура.
5. обратно пропорционален корню квадратному из ёмкости контура.

Ответ: 4

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Физико-технический мегафакультет

Физический факультет

Теоретический минимум курса физики для технических направлений подготовки

Электромагнетизм

Содержание

1. Электростатика

1.1 Электрический заряд. Закон Кулона

Электрический заряд — физическая скалярная величина, показывающая способность тел быть источником электромагнитных полей и принимать участие в электромагнитном взаимодействии. Минимальная величина электрического заряда e (т.н. *элементарный* заряд) приблизительно равна $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл* (Кл — **кулон**). Такими зарядами обладают, например, электрон и протон $-e$ и $+e$. Заряд любого тела можно представить в виде: $q = \pm Ze$, где Z — целое число.

Закон взаимодействия неподвижных точечных зарядов был установлен экспериментально Шарлем Огюстеном де Кулоном в 1785 году. Этот закон может быть записан в виде формулы:

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{12}|^3}\vec{r}_{12},$$

где $\vec{F}_{12}$ — сила, действующая со стороны первого заряда на второй; $\vec{r}_{12}$ — вектор, направленный по прямой, соединяющей заряды в направлении от первого ко второму; q_1, q_2 — величины взаимодействующих зарядов с учетом знаков; k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбранной системы единиц.

В системе SI: $k = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9$ *м/Ф* (Ф — **фарад**). Величина $\varepsilon_0 \approx 0{,}885 \cdot 10^{-11}$ *Ф/м* называется электрической постоянной.

1.2 Электрическое поле. Напряженность поля $\vec{E}$

Силовой характеристикой электрического поля является напряженность $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$. Для определения напряженности в некоторой области пространства следует поместить в каждую точку этой области с радиус-вектором $\vec{r}$ пробный заряд q'. Тогда $\vec{E}(\vec{r})$ определится по формуле

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q'}$$

где $\vec{F}(\vec{r})$ - сила, действующая на пробный заряд. Она зависит от q'. Если q' велико, то при внесении заряда q' будут соответственно изменяться положения зарядов, создающих поле $\vec{E}$. Но если q' достаточно мало, то искажение поля будет незначительным и $\vec{E}(\vec{r})$, определяемое по написанной выше формуле, перестает зависеть от q' - становится характеристикой невозмущенного поля.

По размерности $[E] = В/м$ (**вольт/метр**), но его можно измерять и в единицах $Н/Кл$ (**ньютон/кулон**).

Из определения напряженности электрического поля можно получить выражение для поля точечного заряда (для напряженности в произвольной точке). Для этого заменяем в законе Кулона: $q_1 = q, q_2 = q'$ и получим:

$$\vec{E} = k\frac{q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}.$$

Из свойства электрического поля (независимость взаимодействий зарядов) следует принцип суперпозиции (наложения) электрических полей: $\vec{E}(\vec{r}) = \sum \vec{E}_i(\vec{r})$, где $\vec{E}_i(\vec{r})$ - напряженность в точке $\vec{r}$, создаваемая i-й частью системы зарядов независимо от наличия других частей. Для системы точечных зарядов формула выше переходит в

$$\vec{E} = k \sum \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \frac{\vec{r}_i}{r_i}$$

где $\vec{r}_i$ - радиус-вектор, проведенный из точки нахождения заряда в интересующую нас точку.

1.3 Теорема Гаусса для поля $\vec{E}$ (интегральная форма)

Поток вектора $\vec{E}$. Для удобства представим, что густота силовых линий равна E. Тогда число линий, пронизывающих площадку $\mathrm{d}S$ (см.рис.) с нормалью $\vec{n}$ равна $E\mathrm{d}S\cos\alpha$. Это число равно потоку $\mathrm{d}\Phi$ вектора $\vec{E}$ сквозь площадку $\mathrm{d}S$.

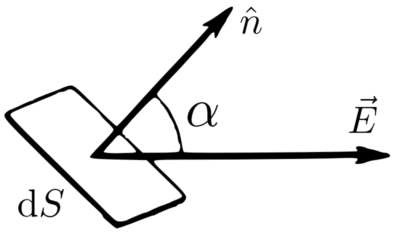


Рис. 1: Линии вектора $\vec{E}$, пронизывающие площадку $\mathrm{d}S$

Если ввести вектор элементарной площадки $\mathrm{d}\vec{S} = \hat{n}\mathrm{d}S$, то поток можно представить в форме: $\mathrm{d}\Phi = \vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = E_n\mathrm{d}S$, где E_n - проекция вектора $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$. Для отдельной площадки $\vec{n}$ определено неоднозначно (2 варианта), но если $\mathrm{d}S$ принадлежит замкнутой поверхности, то, как правило, вектор нормали $\vec{n}$ направляют наружу объема, охватываемого поверхностью. Полный поток, по его смыслу, равен

$$\Phi = \int_S \vec{E}\mathrm{d}\vec{S}.$$

Теорема Гаусса:

$$\oiint_S \vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = \frac{q_{\text{внутр}}}{\varepsilon_0}$$

Поток вектора $\vec{E}$ сквозь замкнутую поверхность равен, с точностью до множителя $\frac{1}{\varepsilon_0}$, алгебраической сумме зарядов $q_{\text{внутр}}$, находящихся внутри этой поверхности.

Если заряд распределен непрерывно, то при вычислении $q_{\text{внутр}}$ сумма заменяется интегралом по объему, поверхности или линии, которые попали внутрь поверхности, соответственно: $\int \rho \mathrm{d}V, \int \sigma \mathrm{d}S, \int \lambda \mathrm{d}\ell$.

1.4 Теорема Гаусса для поля $\vec{E}$ (дифференциальная форма)

Пренебрежем дискретностью заряда, считая его распределенным в пространстве с плотностью $\rho = \rho(\vec{r})$. В этом случае теорема Гаусса имеет следующий вид:

$$\oiint\limits_S \vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int\limits_V \rho \mathrm{d}V.$$

Интеграл по поверхности, можно с помощью математической теоремы Остроградского-Гаусса преобразовать к форме

$$\oint\limits_S \vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = \int\limits_V \operatorname{div}\vec{E}\mathrm{d}V.$$

Так как это справедливо для любых по форме и величине объемов, то из сравнения интегралов, представленных выше, следует

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

Дивергенция $\operatorname{div}\vec{E}$ является скалярной величиной. Формула вычисления $\operatorname{div}\vec{E}$ в разных системах координат выглядит по-разному. В произвольной системе координат $\operatorname{div}\vec{E}$ (это справедливо для любого векторного поля) определяется как

$$\operatorname{div}\vec{E} = \lim_{V\to 0}\frac{1}{V}\oiint\limits_S \vec{E}\mathrm{d}\vec{S}$$

В декартовых координатах:

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

Если использовать векторный дифференциальный оператор $\vec{\nabla}$ («набла»), который имеет вид $\nabla = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$, то $\operatorname{div}\vec{E}$ можно представить в виде скалярного «произведения»: $\operatorname{div}\vec{E} = \vec{\nabla}\cdot\vec{E}$.

1.5 Работа кулоновских сил. Теорема о циркуляции вектора $\vec{E}$

Из механики известно, что любое стационарное поле центральных сил является консервативным, т.е. работа сил этого поля не зависит от формы пути, а зависит только от положения его начальной и конечной точки. Именно таким свойством обладает электростатическое поле - поле, образованное системой неподвижных зарядов. Если в качестве пробного заряда, переносимого из точки 1 заданного поля $\vec{E}$ в точку 2, взять единичный положительный заряд, то элементарная работа сил поля на перемещении $\mathrm{d}\vec{\ell}$ равна $\vec{E}\mathrm{d}\vec{\ell}$, а вся работа сил поля на этом пути: $\int\limits_1^2 \vec{E}\mathrm{d}\vec{\ell}$.

Этот интеграл берется по некоторой линии (пути), поэтому его называют линейным. Интеграл по замкнутому пути называют циркуляцией вектора $\vec{E}$ и обозначают $\oint$. Циркуляция вектора $\vec{E}$ в любом электростатическом поле равна нулю, т.е.

$$\oint \vec{E}\mathrm{d}\vec{\ell} = 0$$

Это утверждение и называют теоремой о циркуляции вектора $\vec{E}$.

Поле, обладающее этим свойством, называют потенциальным. Значит, любое электростатическое поле является потенциальным.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{E}$ позволяет сделать ряд важных выводов, практически не прибегая к расчетам.

Пример 1. Линии электростатического поля $\vec{E}$ не могут быть замкнутыми.

Если это не так и какая-то линия вектора $\vec{E}$ замкнута, то, взяв циркуляцию вектора $\vec{E}$ вдоль этой линии, мы сразу же придем к противоречию с теоремой, т.к. вдоль силовой линии $\vec{E}\mathrm{d}\vec{r} > 0$. Значит, действительно, в электростатическом поле замкнутых линий вектора $\vec{E}$ не существует: линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных (или уходят в бесконечность).

Пример 2. Возможна ли конфигурация электростатического поля, как на рис.2?

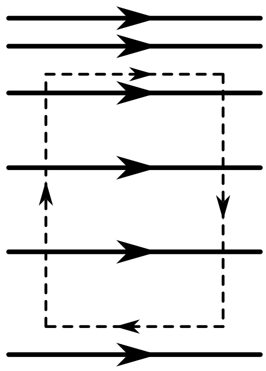


Рис. 2: Различная густота линий $\vec{E}$

Нет, не возможна. Это сразу станет ясно, если мы применим теорему о циркуляции вектора $\vec{E}$ к замкнутому контуру, показанному на рисунке 2 пунктиром. Стрелки на контуре показывают направление обхода. При таком специальном выборе контура вклад в циркуляцию на вертикальных участках его равен нулю: здесь $\vec{E} \perp \mathrm{d}\vec{\ell}$ и $\vec{E}\mathrm{d}\vec{\ell} = 0$; остаются два одинаковых по длине горизонтальных участка. Из рисунка сразу видно что вклады в циркуляцию на этих участках противоположны по знаку, но не одинаковы по модулю (на верхнем участке больше, ибо линии гуще, а значит E больше). Поэтому циркуляция оказывается отличной от нуля, что противоречит теореме.

1.6 Энергия и потенциал электростатического поля

Электростатическое поле является потенциальным, т.е. работа его сил по перемещению заряда не зависит от формы пути. Работа сил поля при перемещении точечного заряда q из точки 1 в точку 2 равна убыли его потенциальной энергии:

$$A = W_1 - W_2.$$

Потенциальная энергия заряда q в системе зарядов q_i :

$$W = k\sum_i \frac{q \cdot q_i}{r_i}$$

где r_i - расстояние между q и q_i.

Полная потенциальная энергия системы точечных зарядов:

$$W = \frac{k}{2}\sum_i \sum_{j\neq i} \frac{q_i \cdot q_j}{r_{ij}},$$

где r_{ij} - расстояние между зарядами q_i и q_j.

Энергетическая характеристика электростатического поля - потенциал:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{W(\vec{r})}{q}.$$

По физическому смыслу потенциал численно равен энергии единичного положительного заряда в данной точке. Единицей потенциала является **вольт** (B).

Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Потенциал на бесконечности ($r \to \infty$) условно полагают равным нулю.

Потенциал системы неподвижных точечных зарядов:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

где r_i - расстояние от точечного заряда q_i до интересующей нас точки поля.

Если заряды, образующие систему, распределены непрерывно, то формула для потенциала примет вид:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho \mathrm{d}V}{r},$$

где ρ - объемная плотность заряда в месте нахождения объема $\mathrm{d}V$. Интегрирование проводится или по всему пространству, или по той его части, которая содержит заряды.

Если заряды расположены только на поверхности S, то

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\sigma \mathrm{d}S}{r}$$

где σ - поверхностная плотность заряда, $\mathrm{d}S$ - элемент поверхности S. Аналогичное выражение будет и в том случае, когда заряды распределены линейно.

Потенциал поля можно также определить следующим образом:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int\limits_1^2 \vec{E}\mathrm{d}\vec{\ell},$$

где φ_1, φ_2 - значения потенциала в точках 1 и 2.

Работа сил поля при перемещении точечного заряда из точки 1 в точку 2:

$$A_{1-2} = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right)$$

1.7 Связь между напряженностью электростатического поля и потенциалом

Теорема о циркуляции поля $\vec{E}$ в дифференциальном виде:

$$\operatorname{rot}\vec{E} = 0$$

Вид ротора $\vec{E}$ зависит от выбранной системы координат. В декартовых координатах:

$$\operatorname{rot}\vec{E} = [\nabla, \vec{E}] = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$

$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi$ — с помощью этой формулы устанавливается взаимно однозначная связь между силовым полем $\vec{E}(\vec{r})$ и энергетическим потенциалом $\varphi(\vec{r})$ - по одному из них можно найти другое.

Оператор градиента $\operatorname{grad}\varphi$ по величине равен производной φ по перемещению в направлении наибольшего роста функции.

Явное выражение $\operatorname{grad}\varphi$ зависит от выбранной системы координат. В декартовой системе координат:

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi = -\vec{\nabla}\varphi = -\left(\hat{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)$$

Пример. Надо найти $\vec{E}(\vec{r})$ поля, потенциал которого равен:

1. $\varphi(x, y) = -axy$, где a некоторая скалярная константа;
2. $\varphi(\vec{r}) = -\vec{a}\vec{r}$, где $\vec{a}$ некоторый постоянный постоянный вектор.

Решение:

1. $\vec{E} = a(\hat{i}y + \hat{j}x)$.

2. $\vec{E} = \nabla(\vec{a}\vec{r}) = \nabla\left(a_x x + a_y y + a_z z\right) = \hat{i}a_x + \hat{j}a_y + \hat{k}a_z = \vec{a}$.

Электрическое поле можно наглядно представить не только с помощью силовых линий, но и эквипотенциальных поверхностей $\varphi(\vec{r}) = Const$. Качественно легко по одной картине построить другую. Силовые линии перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Если проводить эквипотенциальные поверхности так, чтобы разность потенциалов для двух соседних поверхностей была одинаковой, то расстояние между ними будут обратно пропорционально величине напряженности. На рис.3 представлена примерная двумерная картина электрического поля: пунктиром обозначены сечения эквипотенциальных поверхностей, сплошными линиями - силовые линии.

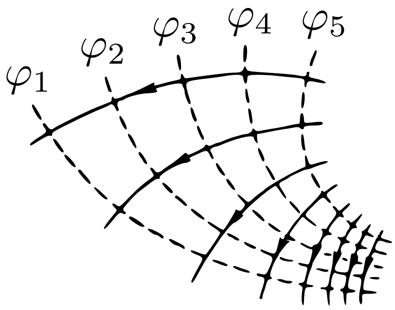


Рис. 3: Эквипотенциальные поверхности φ_i, перпендикулярные силовым линиям напряженности $\vec{E}$

1.8 Электрический диполь

Система из двух точечных зарядов равных по модулю и противоположных по знаку $(-q, +q)$, расстояние между которыми ℓ называется **электрическим диполем** и характеризуется **электрическим дипольным моментом**:

$$\vec{p} = q\vec{\ell},$$

где вектор $\vec{\ell}$ проводится от $-q$ до $+q$.

Потенциал диполя в точке, расположенной на большом расстоянии от него $(r \gg \ell)$, имеет вид:

$$\varphi(r, \theta) = k\frac{p\cos\theta}{r^2} = k\frac{\vec{p}\vec{r}}{r^3}.$$

В полярных координатах (см.рис.4б) (r, θ) компоненты вектора напряженности электрического поля диполя записываются следующим образом:

$$E_r = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = k\frac{2p\cos\theta}{r^3}$$
$$E_\theta = -\frac{\partial\varphi}{r\partial\theta} = k\frac{p\sin\theta}{r^3}$$
$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = k\frac{p}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$$

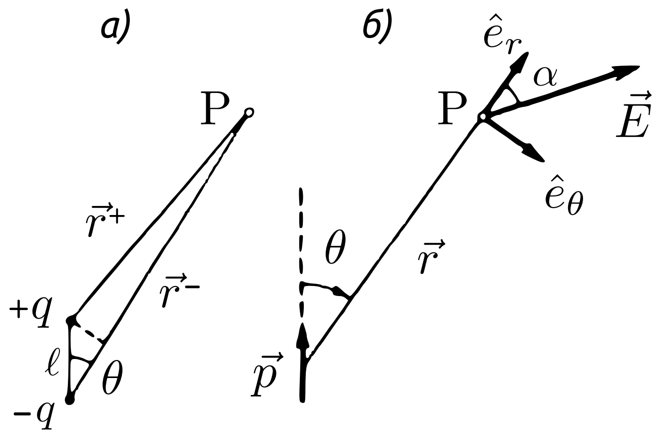


Рис. 4: Поле диполя на большом расстоянии от него

Потенциальная энергия диполя в электрическом поле:

$$W = -\vec{p}\cdot\vec{E} = -pE(r)\cos\alpha,$$

где α - угол между $\vec{E}(\vec{r})$ и $\vec{p}$.

В однородном электрическом поле энергия W изменяется за счет изменения угла α, при этом элементарная работа сил поля при повороте диполя равна: $\mathrm{d}A = M_\alpha \mathrm{d}\alpha = -\mathrm{d}W$, где $\vec{M}_\alpha = [\vec{p}\times\vec{E}]$ - момент сил, действующий на диполь:

$$M_\alpha = -\frac{\partial W}{\partial\alpha} = -pE\sin\alpha$$

Электрическое поле стремится развернуть диполь по полю ($\vec{p}\uparrow\uparrow\vec{E}$). В общем случае $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$ на диполь будет действовать сила, проекция которой на произвольное направление Ox будет равна

$$F_x = p_x\frac{\partial E_x}{\partial x} + p_y\frac{\partial E_y}{\partial x} + p_z\frac{\partial E_z}{\partial x}.$$

Если диполь развернется по полю ($\cos\alpha = 1$), то в неоднородном поле он будет втягиваться в область более сильного поля.

1.9 Поле и вещество. Поляризация диэлектрика

Диэлектрики (изоляторы) - это вещества, которые практически не проводят электрический ток. В них отсутствуют свободные заряды, которые могли бы перемещаться на макроскопические расстояния.

Диэлектрики состоят либо из нейтральных молекул, либо из заряженных ионов, которые находятся в узлах кристаллических решеток (ионные кристаллы). Положительно или отрицательно заряженные ионы образуют свои одинаковые решетки, смещенные друг относительно друга. Сами молекулы могут быть полярными и неполярными. Полярные молекулы обладают собственными дипольными моментами $\vec{p}$, т.к. у них смещены центры «тяжести» положительного и отрицательного зарядов. У неполярных молекул эти центры «тяжести» совпадают. Положение центров «тяжести» в системе точечных зарядов q_i можно следующим образом:

$$\vec{r}_+ = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} q_i^+ \vec{r}_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} q_i^+} \qquad \vec{r}_- = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} q_i^- \vec{r}_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} q_i^-}$$

Поляризация. Под воздействием внешнего электрического поля диэлектрик поляризуется. Если диэлектрик состоит из неполярных молекул, то в каждой молекуле положительный заряд смещается по полю, отрицательный - против поля и молекула приобретает дипольный момент, ориентированный по полю. В диэлектрике, состоящем из полярных молекул, дипольные моменты из-за теплового движения без внешнего поля ориентированы хаотически. Под действием внешнего поля они приобретают выделенное направление по полю - средний дипольный момент будет теперь отличен от нуля и ориентирован по полю. В случае ионных кристаллов смещаются подрешетки, что приводит тоже к появлению внутри диэлектрика отличного от нуля среднего дипольного момента. Несмотря на различную природу диэлектрика в значительной степени они ведут себя одинаково - под действием внешнего поля внутри диэлектрика каждая «средняя молекула» приобретает дипольный момент, ориентированный по полю. Поэтому, рассматривая общие проявления поляризации, можно не конкретизировать вид диэлектрика и даже, для удобства представления предполагать, что мы имеем дело с диэлектриком, состоящим из неполярных молекул.

Поляризация диэлектрика сопровождается появлением нескомпенсированных зарядов (**связанных**). Они могут появляться как на поверхности, так и внутри диэлектрика. Их чаще всего отмечают штрихом (q', ρ', σ').

Заряды, которые не входят в состав молекул диэлектрика называют **сторонними** (иногда их называют свободными).

Поле в диэлектрике. Под полем в диэлектрике $\vec{E}$ понимают суперпозицию поля сторонних зарядов $\vec{E}_0$ и усредненного поля связанных зарядов $\vec{E}' : \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$.

1.10 Поляризованность $\vec{P}$ и связанные заряды

Величиной, характеризующей степень поляризации диэлектрика, называют дипольный момент, усредненный по физически бесконечно малому объему ΔV, т.е. такому объему, который на макроуровне стремится к нулю, но фактически содержит еще достаточно много молекул. Эта величина является функцией точки внутри ΔV (а $\Delta V \to 0$) и называется **поляризованностью** $\vec{P}$. По определению

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_i,$$

где суммируются дипольные моменты всех молекул, находящихся в объеме ΔV. Данную формулу можно представить в виде

$$\vec{P} = n\langle\vec{p}\rangle$$

где $n = \Delta N/\Delta V$ - концентрация молекул с дипольным моментом. Средний дипольный момент одной молекулы

$$\langle\vec{p}\rangle = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta N}.$$

Единицы измерения поляризованности в SI: Кл/м^2.

Связь между $\vec{P}$ и $\vec{E}$. Для широкого класса диэлектриков и не слишком сильных полей $\vec{P}$ зависит линейно от $\vec{E}$: $\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E}$, где χ - безразмерная величина, которая называется **диэлектрической восприимчивостью** вещества.

В общем случае χ является тензором, а для изотропного однородного вещества χ постоянная величина и, как видно из вывода, $\chi > 0$.

1.11 Вектор электрического смещения $\vec{D}$

Источником поля $\vec{E}$ являются все заряды - сторонние и связанные, поэтому при наличии диэлектриков теорема Гаусса будет иметь вид

$$\oiint_S \varepsilon_0\vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = (q+q')_{\text{внутр}} \ ,$$

где q и q' - сторонние и связанные заряды, находящиеся внутри поверхности интегрирования S.

Если сторонние q заданы, то связанные q' определяются неизвестным полем $\vec{E}$. Формулу выше можно сделать более полезной для применения, если подставить заряд q', выраженный через $\vec{P}$

$$\oint \vec{P}\ \mathrm{d}\vec{S} = -q'.$$

Получим:

$$\oiint_S \left(\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}\right)\mathrm{d}\vec{S} = q_{\text{внутр}}$$

Введем вспомогательный вектор $\vec{D}$, который называют электрической индукцией (или электрическим смещением):

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}.$$

Вектор $\vec{D}$ удовлетворяет теореме Гаусса для вектора $\vec{D}$:

$$\oiint_S \vec{D}\mathrm{d}\vec{S} = q_{\text{внутр}},$$

то есть поток вектора $\vec{D}$ определяется только сторонними зарядами. Это существенно упрощает задачу определения поля - можно сначала найти $\vec{D}$, а потом уж $\vec{E}$ и $\vec{P}$.

Следует подчеркнуть, что $\vec{D}$ объединяет существенно различные величины $\varepsilon_0\vec{E}$ и $\vec{P}$, поэтому он не имеет глубокого физического смысла, но очень полезен для исследования электрических полей при наличии диэлектриков: тем более что соотношения выше самые общие - применимы к любым диэлектрикам.

Единицы измерения у $\vec{D}$ такие же, как у $\vec{P}$ — Кл/м^2.

В дифференциальном виде теорема Гаусса для вектора $\vec{D}$ представляется дифференциальным уравнением

$$\operatorname{div} D = \rho,$$

т.е. дивергенция поля вектора $\vec{D}$ равна объемной плотности сторонних зарядов в той же точке.

Связь между векторами $\vec{D}$ и $\vec{E}$. В изотропных диэлектриках в не слишком сильных полях связь между $\vec{P}$ и $\vec{E}$ линейна:

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E}$$

где $\chi > 0$ - постоянная величина, называемая диэлектрической восприимчивостью, при этом векторы $\vec{E}, \vec{P}$ и $\vec{D}$ коллинеарны. В анизотропных диэлектриках χ является тензорной величиной и в общем случае условие коллинеарности нарушается. Для изотропных диэлектриков $\vec{D} = \varepsilon_0(1+\chi)\vec{E}$ или $\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$, где ε - диэлектрическая проницаемость вещества, $\varepsilon = 1+\chi, \varepsilon > 1$.

Поле вектора $\vec{D}$ (так же как и вектора $\vec{E}$) можно изображать с помощью линий вектора $\vec{D}$. Отличие же состоит в том, что линии $\vec{E}$ начинаются и оканчиваются как на сторонних, так и на связанных зарядах, а линии вектора $\vec{D}$ начинаются и заканчиваются только на сторонних зарядах.

1.12 Поле внутри и снаружи проводника

Внутри проводника напряженность электрического поля в отсутствии перемещения зарядов равна нулю. Поместим металлический проводник во внешнее электростатическое поле или сообщим ему какой-нибудь заряд. В обоих случаях на все заряды проводника будет действовать электрическое поле, в результате чего все отрицательные заряды (электроны) сместятся против поля. Такое перемещение зарядов (ток) будет продолжаться до тех пор (практически это происходит в течении малой доли секунды), пока не установится определенное распределение зарядов, при котором электрическое поле во всех точках внутри проводника обратится в ноль. Таким образом, в статическом случае электрическое поле внутри проводника отсутствует: $\vec{E} = 0$.

Далее, поскольку в проводнике всюду $\vec{E} = 0$, то плотность избыточных (нескомпенсированных) зарядов внутри проводника также всюду равна нулю ($\rho = 0$). Это легко понять с помощью теоремы Гаусса. Действительно, так как внутри проводника $\vec{E} = 0$, то поток вектора $\vec{E}$ сквозь любую замкнутую поверхность внутри проводника также равен нулю. Это означает, что внутри проводника избыточных зарядов нет.

Избыточные заряды появляются лишь на поверхности проводника с некоторой плотностью σ, вообще говоря, различной в разных точках его поверхности. Заметим, что избыточный поверхностный заряд находится в очень тонком поверхностном слое (его толщина около одного-двух межатомных расстояний).

Отсутствие поля внутри проводника означает, что потенциал φ в проводнике одинаков во всех его точках, т.е. любой проводник в электростатическом поле представляет собой эквипотенциальную область и его поверхность является эквипотенциальной.

Из того факта, что поверхность проводника эквипотенциальна, следует, что непосредственно у этой поверхности поле $\vec{E}$ направлено по нормали к ней в каждой точке. Если бы это было не так, то под действием касательной составляющей $\vec{E}$ заряды пришли бы в движение по поверхности проводника, т.е. равновесие зарядов было бы невозможным.

Пример. Каков потенциал незаряженного проводящего шара, на расстоянии r от центра которого расположен точечный заряд q (см.рис.)?

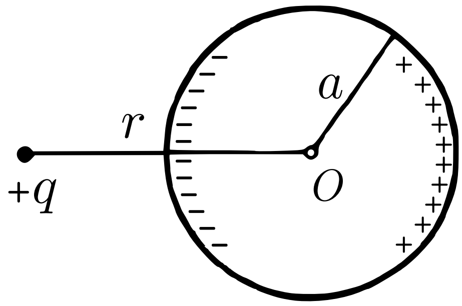


Рис. 5: Потенциал незаряженного проводящего шара

Потенциал φ всех точек шара одинаков. Вычислим его в центре шара О, так как для этой точки расчет оказывается наиболее простым:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \varphi'$$

где первое слагаемое - это потенциал от заряда q, а второе - потенциал от зарядов, индуцированных на поверхности шара. Но так как все индуцированные заряды находятся на одном и том же расстоянии a от точки О и суммарный индуцированный заряд равен нулю, то $\varphi' = 0$. Таким образом, в данном случае потенциал шара будет определяться только первым слагаемым.

На следующем рисунке изображено поле и распределение зарядов для системы, состоящей из двух проводящих шаров, один из которых (левый) заряжен. Вследствие электрической индукции на поверхности правого незаряженного шара появились заряды противоположного знака. Поле этих зарядов в свою очередь вызовет некоторое перераспределение зарядов на поверхности левого шара - их распределение по поверхности станет неравномерным. Сплошными линиями на рисунке показаны линии вектора $\vec{E}$, пунктирными - пересечения эквипотенциальных поверхностей с плоскостью рисунка.

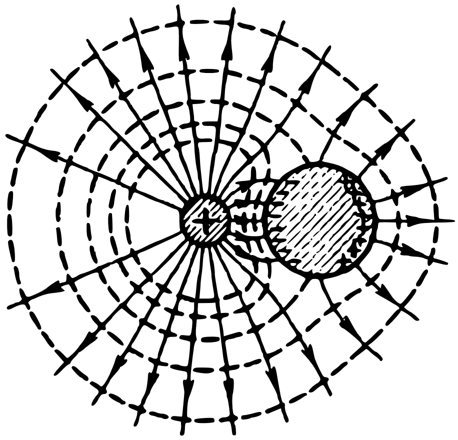


Рис. 6: Два проводящих шара

По мере удаления от этой системы эквипотенциальные поверхности становятся все более близкими к сферическим, а линии вектора $\vec{E}$ приближаются к радиальным, и само поле становится все более близким к полю точечного заряда q - полному заряду данной системы.

Поле у поверхности проводника. Рассмотрим участок поверхности проводника граничащий с вакуумом. Линии вектора $\vec{E}$ перпендикулярны поверхности проводника, поэтому в качестве замкнутой поверхности возьмем небольшой цилиндр, расположив его так, как показано на рисунке. Тогда поток вектора $\vec{E}$ через эту поверхность будет равен только потоку через «наружный» торец цилиндра (потоки через боковую поверхность и внутренний торец равны нулю), и мы имеем $E_n \Delta S = \sigma \Delta S / \varepsilon_0$, где E_n - проекция вектора $\vec{E}$ на внешнюю нормаль n (по отношению к проводнику), ΔS - площадь сечения цилиндра, σ - локальная поверхностная плотность заряда на проводнике. Сократив, обе части равенства на ΔS, получим

$$E_n = \sigma / \varepsilon_0$$

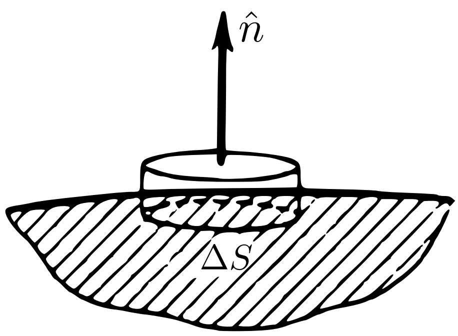


Рис. 7: Проводящая поверхность

Если $\sigma > 0$, то и $E_n > 0$, т.е. вектор $\vec{E}$ направлен от поверхности проводника - совпадает по направлению с нормалью n; если же $\sigma < 0$, то $E_n < 0$ - вектор $\vec{E}$ направлен к поверхности проводника.

Следует отметить что, напряженность $\vec{E}$ определяется всеми зарядами рассматриваемой системы, как и само значение σ.

1.13 Электроемкость. Емкость системы проводников

Величина $C = \dfrac{q}{\varphi}$ называется электроемкостью (сокращенно емкостью) уединенного проводника (т.е. проводника, удаленного от других проводников, тел и зарядов), где q заряд проводника, φ - его потенциал. Единицей измерения электрической емкости является **фарад** ($Ф = Кл/В$).

Уединенные проводники обладают малой емкостью - на них невозможно накопить большой заряд и связанную с ним энергию. Кроме того их емкость будет изменяться при изменении окружающей среды, т.к. при приближении других проводников с индуцированными зарядами изменятся окружающее поле и потенциал первоначально уединенного проводника, а следовательно и емкость проводника.

Стабилизировать емкость и существенно повысить возможность накапливания заряда и энергии позволяет такая система проводящих тел, которая замыкает внутри себя почти все электрическое поле, создаваемое зарядами, находящимися на них. Такие системы называются конденсаторами. Простейший конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), расположенных на малом расстоянии друг от друга.

Под емкостью конденсатора понимают отношение заряда конденсатора к разности потенциалов между обкладками (напряжению):

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

где φ_1 - потенциал обкладки, на которой находится заряд $q > 0$. При любом знаке заряда в этом случае мы получим значение $C > 0$. Емкость конденсатора определяется геометрией обкладок и свойствами среды, заполняющей конденсатор.

Для получения нужного значения емкости отдельные конденсаторы соединяют в батареи. При этом можно выделить два варианта соединений: параллельное и последовательное. При параллельном соединении соединяют проводниками обкладки, заряженные зарядом одинакового знака. Емкость такой батареи равна

$$C_{\text{паралл.}} = \sum_i C_i.$$

При последовательной схеме соединения соединяются попарно обкладки, на которых находятся заряды противоположного знака:

$$\frac{1}{C_{\text{послед.}}} = \sum_i \frac{1}{C_i}.$$

1.14 Энергия электрического поля

Энергия электрического поля в объеме V может быть найдена по формуле

$$W = \int_V \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \mathrm{d}V = \int \frac{\vec{E}\vec{D}}{2} \mathrm{d}V$$

где величина

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2},$$

называется плотностью энергии.

Данные соотношения справедливы для однородного изотропного диэлектрика, для которого выполняется равенство $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$.

Работа, затраченная на поляризацию единицы объема диэлектрика, может быть найдена по формуле

$$A = \frac{\vec{E}\vec{P}}{2}$$

Отсюда следует, что объемная плотность энергии $w = \vec{E}\vec{D}/2$ содержит в себе как собственную энергию электрического поля $\varepsilon_0 E^2/2$, так и энергию поляризации диэлектрика $\vec{E}\vec{P}/2$.

Примеры тестовых вопросов по разделу «Электростатика»

1. Что такое электрический заряд?
2. Сформулируйте закон Кулона.
3. Дайте определение напряженности электрического поля.
4. По какой формуле вычисляется напряженность электрического поля точечного заряда?
5. Сформулируйте принцип суперпозиции для вектора $\vec{E}$.
6. Дайте определение потока вектора $\vec{E}$.
7. Сформулируйте теорему Гаусса в интегральной форме.
8. Сформулируйте теорему Гаусса в дифференциальной форме.
9. В чем заключается физический смысл $\operatorname{div}\vec{E}$?
10. Дайте определение циркуляции вектора $\vec{E}$.
11. Сформулируйте теорему о циркуляции вектора $\vec{E}$.
12. Дайте определение потенциального поля.
13. Докажите, что линии электростатического поля $\vec{E}$ не могут быть замкнутыми.
14. По какой формуле можно определить потенциальную энергию системы точечных зарядов?
15. Дайте определение потенциала.
16. Чему равен потенциал системы точечных зарядов?
17. Чему равен потенциал в случае непрерывного распределения заряда с плотностью ρ?
18. Сформулировать теорему о циркуляции поля $\vec{E}$ в дифференциальной форме.
19. Как связаны между собой напряженность электростатического поля $\vec{E}$ и его потенциал?
20. Что такое эквипотенциальная поверхность?
21. Как расположены друг относительно друга эквипотенциальные поверхности и силовые линии поля $\vec{E}$?
22. Дайте определение электрического диполя.
23. Что такое электрический дипольный момент?
24. Как найти момент сил, действующих на диполь?
25. Какие молекулы называют полярными? Неполярными?
26. Опишите процесс поляризации диэлектрика.
27. Какие заряды называют связанными? Сторонними?

28. Дайте определение поляризованности $\vec{P}$.
29. Что такое диэлектрическая восприимчивость вещества?
30. Дайте определение вектора $\vec{D}$.
31. Интегральная форма теоремы Гаусса для вектора $\vec{D}$.
32. Дифференциальная форма теоремы Гаусса для вектора $\vec{D}$.
33. Какие диэлектрики называют изотропными?
34. Как связаны между собой $\vec{P}$ и $\vec{E}$ в изотропных диэлектриках?
35. Как связаны между собой $\vec{D}$ и $\vec{E}$ в изотропных диэлектриках?
36. Докажите, что внутри проводника, внесенного во внешнее электрическое поле, отсутствуют избыточные заряды.
37. Чему равна напряженность электрического поля у поверхности проводника?
38. Дайте определение емкости уединенного проводника.
39. Что такое конденсатор?
40. Дайте определение емкости конденсатора.
41. Как вычислить емкость батареи конденсаторов при последовательном соединении? При параллельном?
42. По каким формулам вычисляется энергия электрического поля?
43. Как вычислить работу при поляризации диэлектрика?

2. Постоянный электрический ток

2.1 Постоянный ток. Уравнение непрерывности

Электрический ток - это упорядоченное движение электрических зарядов. Носителями тока в проводящей среде являются либо электроны (в металлах), либо ионы (в электролитах), либо другие заряженные частицы и их комбинации.

Количественной характеристикой тока является основная единица электромагнетизма сила тока I, которая имеет смысл величины заряда, переносимого в единицу времени через рассматриваемую поверхность $S : I = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$, где $\mathrm{d}q$ - заряд, переносимый через поверхность S за время $\mathrm{d}t$. Единицей силы тока является **ампер** (A).

Плотность тока. Более детальной характеристикой тока является плотность тока $\vec{j}$, которая определяет распределение тока по поверхности S. Численно j определяется соотношением $j = \mathrm{d}I/\mathrm{d}S_\perp$, где $\mathrm{d}S_\perp$ - площадка, перпендикулярная к направлению средней дрейфовой скорости носителей тока, на которую приходится ток силой $\mathrm{d}I$. За направление вектора $\vec{j}$ принимается направление средней скорости $\vec{u}$ положительных зарядов. Величина скорости упорядоченного движения на много порядков меньше скорости теплового движения, но хаотическое движение не дает вклада в ток. Ток определяется малой скоростью упорядоченного движения, но за счет большой концентрации носителей заряда может достигать больших значений. Направление тока отрицательных носителей противоположно их скорости, поэтому в общем случае плотность определяется формулой: $\vec{j} = \rho_+\vec{u}_+ + \rho_-\vec{u}_-$, где ρ_+и ρ_-- объемная плотности положительного и отрицательного зарядов носителей тока, а $\vec{u}_+$и $\vec{u}_-$- средние скорости их упорядоченного движения.

Поле вектора $\vec{j}$ изображается графически с помощью линий тока (линий вектора $\vec{j}$), также как и поле $\vec{E}$. Зная $\vec{j}$ можно определить силу полного тока через рассматриваемую поверхность:

$$I = \iint\limits_S \vec{j}\mathrm{d}\vec{S}$$

. **Уравнение непрерывности.** Соотношение

$$\oiint\limits_S \vec{j}\ \mathrm{d}\vec{S} = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

называют уравнением непрерывности, где q - заряд внутри объема V через поверхность которого и вычисляется ток, а $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ - убыль этого заряда в единицу времени.

Для стационарных (постоянных) токов $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = 0$, поэтому

$$\oiint\limits_S \vec{j}\mathrm{d}\vec{S} = 0,$$

т.е. в этом случае линии $\vec{j}$ непрерывны внутри V.

Дифференциальная форма уравнений непрерывности. Для фиксированного в среде объема V

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int \rho \mathrm{d}V = -\int \frac{\partial \rho}{\partial t}\mathrm{d}V$$

поэтому

$$\oiint \vec{j}\mathrm{d}\vec{S} = -\int \frac{\partial \rho}{\partial t}\ \mathrm{d}V$$

откуда, повторяя выкладки, проведенные при представлении теоремы Гаусса для вектора $\vec{E}$ в дифференциальной форме, получим $\vec{\nabla}\cdot\vec{j} = -\partial\rho/\partial t$. Для стационарного случая: $\vec{\nabla}\cdot\vec{j} = 0$.

2.2 Закон Ома для участка цепи

Закон Ома для однородного проводника.

Сила тока, протекающего по однородному проводнику, пропорциональна разности потенциалов на его концах (напряжению U):

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

где R - электрическое сопротивление проводника. Единицами измерения электрического сопротивления являются **омы** (*Ом*).

В общем случае R зависит от размеров и формы проводника, его материала и температуры, а также от распределения тока $\vec{j}(\vec{r})$ в проводнике.

В простейшем случае, если ток течет вдоль оси однородного цилиндрического проводника сопротивление:

$$R = \rho\frac{\ell}{S},$$

где ℓ - длина проводника, S - площадь его поперечного сечения, ρ - удельное электрическое сопротивление, которое зависит от материала проводника и его температуры. Единицы измерения ρ: *Ом·м*.

Закон Ома в локальном виде имеет вид

$$\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho} = \sigma\vec{E},$$

где $\sigma = \rho^{-1}$ - удельная электропроводность среды. Единицу, обратную Ому, называют **сименсом** (*См*), поэтому единицей σ является сименс, деленный на метр (*См/м*).

О распределении заряда проводника с током. Для постоянного тока имеем для произвольного объема, ограниченного поверхностью S, внутри проводника:

$$\oiint_S \sigma\vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = 0$$

Если при этом проводник однородный, то $\sigma\oint\vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = 0$, т.к. $\sigma \neq 0$, то $\oiint\vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = 0$, а по теореме Гаусса это значит, что в объеме внутри поверхности S избыточный заряд отсутствует. Он появляется на поверхности однородного проводника и прочих границах перехода между проводниками и различных неоднородностях. В статическом случае также как и в случае стационарного тока, заряды расположены на поверхности. Но в первом случае внутри проводника $E = 0$, поэтому у поверхности проводника $\vec{E}$ перпендикулярно поверхности. Во втором случае внутри $\vec{E} \neq 0$ и направлено вдоль проводника. В силу непрерывности тангенциальной составляющей $\vec{E}$ значения тангенциальной составляющей вблизи поверхности проводника будет равно значению E внутри проводника. Значит, при появлении тока в проводнике распределение зарядов на поверхности изменяется. Но при стационарном токе распределение зарядов остается постоянным и образованное ими поле $\vec{E}$ остается потенциальным. Отличие же кулоновских полей неподвижных зарядов и участвующих в стационарном движении проявляется в последнем случае в наличии поля $\vec{E}$ внутри проводника.

2.3 Стороннее поле. Электродвижущая сила и напряжение

Сторонние силы. Если бы все действующие на насители тока силы сводились к силам электростатического поля, то под действием этих сил положительные носители перемещались бы из мест с большим потенциалом к местам с меньшим потенциалом, а отрицательные носители двигались бы в обратном направлении. Это вело бы к выравниванию потенциалов, и в результате все соединенные между собой проводники приобрели бы одинаковый потенциал, и ток бы прекратился. Иными словами, при наличии лишь кулоновских сил в системе связанных проводников не мог бы существовать постоянный ток.

Поэтому в цепи постоянного тока наряду с участками, где положительные носители тока движутся в сторону уменьшения потенциала φ, должны быть участки, на которых перенос положительных носителей происходит в сторону возрастания φ, т.е. против сил электрического поля. Перенос носителей на этих участках возможен лишь с помощью сил не электростатического происхождения. Это так называемые **сторонние силы**.

Таким образом, для поддержания постоянного тока необходимы сторонние силы, действующие либо на отдельных участках цепи, либо во всей цепи. Физическая природа сторонних сил может быть весьма различной. Они могут быть обусловлены, например химической и физической неоднородностью проводника - таковы силы, возникающие при соприкосновении разнородных проводников (гальванические элементы, аккумуляторы) или проводников различной температуры (термоэлементы) и др.

Обобщенный закон Ома.
Для количественной характеристики сторонних сил, как и кулоновских, вводят напряженность $\vec{E}'$, как стороннюю силу действующую на единицу заряда. При наличии сторонних сил, закон Ома в локальном виде должен замениться соотношением

$$\vec{j} = \sigma \left(\vec{E} + \vec{E}' \right),$$

которое выражает **обобщенный закон Ома** в локальной форме.

Закон Ома для неоднородного участка цепи (в интегральном виде) имеет вид

$$I \cdot R = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathscr{E}_{1-2},$$

где $\mathscr{E}_{1-2} = \int\limits_1^2 \vec{E}' \mathrm{d}\vec{\ell}$ - электродвижущая сила (ЭДС), действующая на участке цепи, $(\varphi_1 - \varphi_2)$ - разность потенциалов.

Если ток идет от 1 к 2, то $I > 0$, если направление вектора напряженности сторонних сил совпадает с положительным направлением (от 1 к 2), то $\mathscr{E} > 0$, в противном случае значение ЭДС будет отрицательным.

2.4 Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца

Прохождение тока в проводнике, обладающем сопротивлением, сопровождается выделением тепла. Ограничимся ситуациями, когда других превращений энергий нет (проводник неподвижный, химические реакции не протекают). Тогда для однородного участка цепи закон Джоуля-Ленца имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = I^2 R,$$

где $\dfrac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$ - теплота, выделяемая в единицу времени (тепловая мощность).

Закон Джоуля-Ленца в локальной форме:

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = j^2 \rho,$$

где $q = \dfrac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}V}$ - удельная тепловая мощность (мощность в расчете на единицу объема). Удельная тепловая мощность пропорциональна квадрату плотности электрического тока и удельному сопротивлению среды в данной точке.

Если на носителей тока действуют только кулоновские силы, то $\vec{j} = \vec{E}/\rho$:

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \vec{j}\vec{E} = \sigma E^2.$$

Для **неоднородного участка цепи** из закона Ома можно записать

$$I^2 R = (\varphi_1 - \varphi_2)\, I + \mathscr{E} I,$$

где правая часть - мощность тока на рассматриваемом участке цепи. Для простой (неразветвленной) замкнутой цепи $(\varphi_1 = \varphi_2)$: $\dfrac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \mathscr{E} I$, т.е. общее количество выделяемой за единицу времени во всей цепи джоулевой теплоты равно мощности только сторонних сил. В локальной форме для неоднородного участка цепи выражение удельной тепловой мощности имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = j^2 \rho = \vec{j}\left(\vec{E} + \vec{E}'\right).$$

Примеры тестовых вопросов по разделу «Постоянный электрический ток»

1. Что такое электрический ток?
2. Дайте определение плотности тока.
3. Сформулируйте уравнение непрерывности (в интегральной форме).
4. Сформулируйте уравнение непрерывности (в дифференциальной форме).
5. Сформулируйте закон Ома для однородного проводника.
6. Сформулируйте закон Ома в локальном виде.
7. Что такое сторонние силы?
8. Сформулируйте обобщенный закон Ома в локальной форме.
9. Сформулируете закон Ома для неоднородного участка цепи.
10. Сформулируйте закон Джоуля-Ленца (для однородного участка цепи).
11. Сформулируйте закон Джоуля-Ленца в локальной форме для однородного участка цепи).
12. Сформулируйте закон Джоуля-Ленца для неоднородного участка цепи.

3. Магнитное поле. Электромагнитная индукция

3.1 Сила Лоренца. Поле $\vec{B}$

Сила Лоренца. Из опыта известно, что сила $\vec{F}$, действующая на точечный заряд q, зависит как от его положения, так и от его скорости $\vec{v}$. Поэтому эту силу можно разделить на две составляющие - электрическую $\vec{F}_E$ (она не зависит от движения заряда) и магнитную $\vec{F}_M$ (зависит от скорости заряда).

Магнитную силу, также как и электрическую, можно определить, введя понятие магнитного поля. Оно характеризуется вектором $\vec{B}$ (магнитной индукцией). Единицей $\vec{B}$ является **тесла** (*Тл*). В каждой точке пространства $\vec{F}_M$ определяется формулой

$$\vec{F}_M = q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Полная электромагнитная сила (сила Лоренца), действующая на заряд q, равна

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Данное соотношение имеет **универсальный характер**: оно справедливо для любых (постоянных и переменных) полей и любых скоростей $\vec{v}$. С его помощью можно определить $\vec{E}$ и $\vec{B}$, как это уже делалось для электрического поля. Существуют и другие методы определения $\vec{B}$.

Следует отметить, что **магнитная сила** всегда перпендикулярна скорости частицы, поэтому **работу над зарядом не совершает**. В постоянном магнитном поле энергия движущейся заряженной частицы не изменяется (если можно пренебречь потерями на излучение).

В нерелятивистском приближении сила Лоренца, как и любая другая сила, не изменяется при переходе от одной инерциальной системы к другой. Но скорость $\vec{v}$ при этом изменяется, значит, изменяется $\vec{F}_M$, поэтому изменится $\vec{F}_E = q\vec{E}$. Это говорит о том, что **разделение** сил и полей **на электрические и магнитные зависит от выбора системы отсчета**.

3.2 Магнитное поле тока. Закон Био-Савара-Лапласа

Принцип суперпозиции. Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив принцип суперпозиции: магнитное поле, создаваемое несколькими движущимися зарядами или токами, равно векторной сумме магнитных полей, создаваемых каждым зарядом или током в отдельности (без учета наличия других зарядов или токов): $\vec{B}(\vec{r}) = \sum \vec{B}_i(\vec{r})$.

Закон Био-Савара-Лапласа позволяет определить вклад в магнитное поле от элементарного объема $\mathrm{d}V$ проводника с током. Он имеет вид

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{[\vec{j}, \vec{r}]}{r^3}\mathrm{d}V,$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м* — магнитная постоянная, $\vec{r}$ — вектор, проведенный от объема $\mathrm{d}V$ к точке, в которой наблюдается магнитное поле.

Если ток I течет по элементарному отрезку проводника $\mathrm{d}\vec{\ell}$, то можно записать

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I[\mathrm{d}\vec{\ell}, \vec{r}]}{r^3}$$

Проинтегрировав по всем токам, с учетом принципа суперпозиции, полное поле $\vec{B}$ получим:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{[\vec{j}, \vec{r}]}{r^3}\,\mathrm{d}V$$
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I[\mathrm{d}\vec{\ell}, \vec{r}]}{r^3}$$

Пример: магнитное поле прямого тока, т.е. тока, текущего по тонкому прямому проводу бесконечной длины. По свойству векторного произведения следует, что в произвольной точке А векторы $\mathrm{d}\vec{B}$ от всех элементов токов имеют одно направление - за плоскость рисунка.

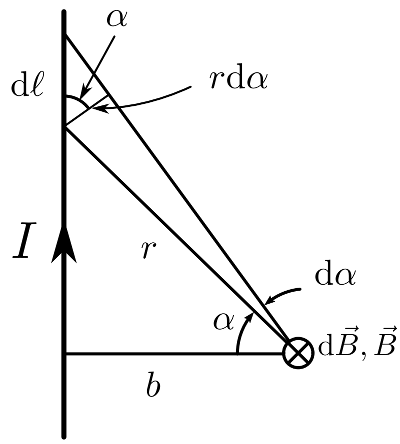


Рис. 8: Магнитное поле провода с током

Поэтому можно складывать просто модули $\mathrm{d}\vec{B}$. В нашем случае $\mathrm{d}\vec{B}$ удобней выразить не через угол между $\mathrm{d}\vec{\ell}$ и $\vec{r}$, а через α, тогда

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\ell\cos\alpha}{r^3}.$$

Как видно из рисунка $\mathrm{d}\ell\cos\alpha = r\mathrm{d}\alpha$ и $r = b/\cos\alpha$. Значит $\mathrm{d}B = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\cdot\dfrac{I\cos\alpha\mathrm{d}\alpha}{b}$. Интегрируя последнее выражение по углу, получим

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}\left(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1\right).$$

Это выражение позволяет находить магнитную индукцию от конечного проводника. В случае бесконечного проводника $(\alpha_2 = \pi/2, \alpha_1 = -\pi/2)$:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I}{b}$$

3.3 Сила Ампера. Закон Ампера

Силы, действующие на токи в магнитном поле, называют **силами Ампера**. Сила, действующая на элементарный объем dV проводника с плотностью тока $\vec{j}$ равна

$$\mathrm{d}\vec{F} = [\vec{j}, \vec{B}]\mathrm{d}V.$$

Если проводник достаточно тонкий, то

$$\mathrm{d}\vec{F} = I[\mathrm{d}\vec{\ell}, \vec{B}].$$

Для отрезка проводника в однородном поле $\vec{F} = I\left[\vec{\ell},\vec{B}\right]$, где $\vec{\ell}$ — вектор, проведенный из начала в конец отрезка в направлении тока. Если поле $\vec{B}$ однородно, то для замкнутого контура $\vec{F} = 0$.

В неоднородном поле в общем случае $\vec{F} \neq 0$ и расчет довольно сложен. Он упрощается в случае маленького плоского контура, который называют элементарным и характеризуют магнитным моментом p_m (см.рис):

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где I - ток, S - площадь, ограниченная контуром, $\vec{n}$ - нормаль к контуру, направление которой согласуется с направлением тока правилом правого винта.

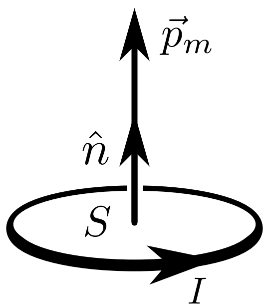


Рис. 9: Плоский контур с током

Сила, действующая на элементарный контур, может быть найдена по формуле

$$\vec{F} = p_m\frac{\partial\vec{B}}{\partial n},$$

где p_m - модуль магнитного момента, а $\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial n}$ - производная вектора $\vec{B}$ по перемещению в направлении $\vec{n}$ (т.е. в направлении магнитного момента $\vec{p}_m$).

Из данной формулы видно, что:

1. В однородном магнитном поле $\vec{F} = 0$, т.к. $\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial n} = 0$.

2. Направление вектора $\vec{F}$ в общем случае не совпадает ни с вектором $\vec{B}$, ни с вектором $\vec{p}_m$; вектор $\vec{F}$ совпадает с направлением приращения вектора $\vec{B}$, взятого в направлении вектора $\vec{p}_m$ в месте расположения контура.

3.4 Движение заряженных частиц в магнитном поле

Выражение для силы Лоренца $F_{Л} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$ позволяет найти ряд закономерностей движения заряженных частиц в магнитном поле. Направление силы Лоренца и направление вызываемого ею отклонения заряженной частицы в магнитном поле зависят от знака заряда q частицы. На этом основано определение знака заряда частиц, движущихся в магнитных полях.

Для вывода общих закономерностей будем считать, что магнитное поле однородно и на частицы электрические поля не действуют. Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью $\vec{v}$ вдоль линий магнитной индукции, то угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$ равен 0 или π. Тогда сила Лоренца равна нулю, т.е. магнитное поле на частицу не действует и она движется равномерно и прямолинейно.

Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью $\vec{v}$, перпендикулярной вектору $\vec{B}$, то сила Лоренца постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Согласно второму закону Ньютона, эта сила создает центростремительное ускорение. Следовательно, частица будет двигаться по окружности, радиус R_L которой, называемый *ларморовским*, определяется из условия $\dfrac{mv^2}{R_L} = qvB$ откуда

$$R_L = \frac{mv}{qB}.$$

Период вращения частицы, т.е. время, за которое она совершает один полный оборот будет равен $T = \dfrac{2\pi R_L}{v} = \dfrac{2\pi m}{qB}$. Обратная к нему величина, называемая *циклотронной* частотой:

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} = \frac{qB}{m}$$

не будет зависеть от скорости движения частицы (при $v \ll c$), а определяется только ее удельным зарядом q/m и величиной индукции магнитного поля B. На этом основано действие циклических ускорителей заряженных частиц.

Если скорость $\vec{v}$ заряженной частицы направлена под некоторым углом α к вектору $\vec{B}$, то ее движение можно представить в виде суперпозиции: 1) равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью $v_{\parallel} = v\cos\alpha$; 2) равномерного движения со скоростью $v_{\perp} = v\sin\alpha$ по окружности в плоскости, перпендикулярной полю. Радиус окружности R_L определяется вышеприведенной формулой в которой надо заменить v на $v\sin\alpha$. В результате сложения обоих движений возникает движение по спирали, ось которой параллельна магнитному полю. Шаг винтовой линии

$$h = v_{\parallel}T = vT\cos\alpha = \frac{2\pi mv\cos\alpha}{qB}.$$

Направление, в котором закручивается спираль, зависит от знака заряда частицы.

Если скорость заряженной частицы составляет угол $0 < \alpha < \pi/2$ с направлением вектора $\vec{B}$ *неоднородного* магнитного поля, индукция которого возрастает в направлении движения частицы, то R_L и h уменьшаются с ростом B. На этом основана фокусировка заряженных частиц в магнитном поле.

3.5 Намагничивание вещества. Намагниченность $\vec{J}$

Поле в магнетике. Всякое вещество является магнетиком, под действием магнитного поля оно намагничивается, т.е. его физически бесконечно малые объемы приобретают магнитный момент. Намагниченное вещество создает свое магнитное поле $\vec{B}'$. Оно вместе с полем $\vec{B}_0$, созданным токами проводимости образует результирующее поле $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$.

Поля $\vec{B}_0$ и $\vec{B}'$ являются усредненными по физически бесконечно малым объемам величинами. Также, как и $\vec{B}_0$ поле $\vec{B}'$ порождается токами (их называют микротоками или молекулярными токами), поэтому для $\vec{B}$ и при наличии магнетика справедлива **теорема Гаусса**:

$$\oiint \vec{B} \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

Механизм намагничивания. Молекулы вещества из-за внутреннего движения заряда могут иметь собственный магнитный момент. Вообще-то, элементарные частицы (в том числе электроны) могут обладать магнитными моментами, не связанными с их перемещением в пространстве, но и в этом случае можно представлять поле $\vec{B}'$ как как результат действия некоторых микротоков. При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты молекул ориентированы беспорядочно и их вклад в результирующее магнитное поле равен нулю. Также равен нулю и суммарный магнитный момент вещества.

При внесении вещества во внешнее магнитное поле магнитные моменты молекул, если они были в отсутствие поля, приобретают преимущественную ориентацию по полю. Суммарный магнитный момент вещества становится отличным от нуля и возникает $\vec{B'} \neq 0$.

Появление суммарного магнитного момента и B' под действием внешнего поля наблюдается и у вещества, молекулы которого изначально не имеют собственного магнитного момента. В этом случае магнитные моменты молекул индуцируются внешним магнитным полем, причем индуцированный магнитный момент оказывается направлен противоположно внешнему полю.

Намагниченность. Состояние вещества при изучении магнитных явлений характеризуется величиной, которая называется намагниченность и обозначается символом $\vec{J}$. По определению

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V},$$

где ΔV - физически бесконечно малый объем, содержащий точку с радиус-вектором $\vec{r}$, поэтому $\vec{J} = \vec{J}(\vec{r})$; $\vec{p}_m$ - магнитный момент одной молекулы. Суммирование производится по всем магнитным моментам $\vec{p}_m$ находящихся в объеме ΔV.

Таким образом, $\vec{J}$ - магнитный момент единицы объема. Если ввести концентрацию молекул в пространстве $n = \Delta N/\Delta V$ и среднее значение магнитного дипольного момента $\langle\vec{p}_m\rangle$, то формулу выше можно представить в более удобном для понимания физических процессов виде:

$$\vec{J} = n\langle\vec{p}_m\rangle.$$

3.6 Токи намагничивания I'

С молекулярным магнитным моментом каждой молекулы можно связать элементарный круговой ток. Их называют молекулярными токами. При намагничивании вещества молекулярные токи упорядочиваются и их действие оказывается эквивалентно действию некоторых макроскопических токов. Эти макроскопические токи, магнитное поле которых совпадает с суммарным полем молекулярных токов называются токами намагничивания и обычно обозначаются I'. Токи, создаваемые при макроскопическом движении носителей заряда в веществе, называют токами проводимости I.

Понять возникновение токов намагничивания можно на примере однородного цилиндрического магнетика с намагниченностью $\vec{J}$, направленной вдоль оси цилиндра. Молекулярные токи в намагниченном магнетике ориентированы, как показано на следующем рисунке.

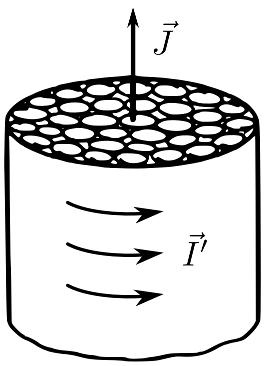


Рис. 10: Молекулярные токи в намагниченном магнетике

Как видно в объеме они компенсируют друг друга, а нескомпенсированными остаются только токи, выходящие на боковую поверхность цилиндра. Они образуют макроскопический **поверхностный** ток намагничивания I'. Ток I' возбуждает такое же макроскопическое магнитное поле, что и молекулярные токи вместе взятые.

Теперь рассмотрим случай, когда намагниченный магнетик является неоднородным. Пусть, например, молекулярные токи расположены так, как на рисунке ниже, где толщина линий соответствует силе молекулярных токов.

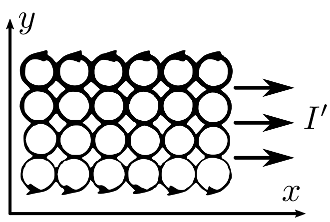


Рис. 11: Молекулярные токи в неоднородном магнетике

Вектор $\vec{J}$ направлен из плоскости рисунка и растет по модулю с ростом координаты y. В этом случае компенсации молекулярных токов внутри магнетика нет, и возникает **объемный** ток намагничивания, текущий в положительном направлении оси Ox.

Соответственно токам вводят линейную $\vec{i}$ ($A/м$) и объемную плотность токов $\vec{j}$ ($A/м^2$). Если бы удалось установить распределение токов $\vec{i}'$ и $\vec{j}'$, то в принципе можно было бы по закону Био-Савара-Лапласа найти $\vec{B}'$, а, следовательно, и $\vec{B}$. Но в общем случае это сделать невозможно, так как $\vec{i}'$ и $\vec{j}'$ зависят от результирующего поля $\vec{B}$.

3.7 Вектор $\vec{H}$

Для исследования магнитных полей в магнетиках вводят вспомогательный вектор $\vec{H}$ (вектор напряженности магнитного поля):

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$$

для которого теорема о циркуляции имеет вид

$$\oint \vec{H} \mathrm{d}\vec{\ell} = I$$

Циркуляция вектора $\vec{H}$ по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме **токов проводимости**, охватываемых этим контуром.

Единицей величины $\vec{H}$ является **ампер на метр** ($A/м$). Дифференциальная форма теоремы о циркуляции вектора $\vec{H}$:

$$[\nabla, \vec{H}] = \vec{j},$$

т.е. ротор вектора $\vec{H}$ равен плотности тока проводимости в той же точке вещества.

Для магнетиков, в которых выполняется линейная зависимость между напряженностью магнитного поля и намагниченностью:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}$$

между $\vec{B}$ и $\vec{H}$ также существует линейная связь:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

где χ - магнитная восприимчивость, $\mu = 1 + \chi$ - магнитная проницаемость среды.

3.8 Закон индукции Фарадея и правило Ленца

В 1831 году Фарадеем было открыто явление **электромагнитной индукции**. Оно заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока вектора $\vec{B}$, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, который называется индукционным.

Индукционный ток в контуре возникает, потому что в нем появляется ЭДС индукции $\mathscr{E}_i$. Существенно, что $\mathscr{E}_i$ определяется лишь скоростью изменения магнитного потока Φ_B, т.е. $\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$ и не зависит от способа изменения Φ_B.

Фарадей выяснил, что индукционный ток можно вызвать двумя способами.

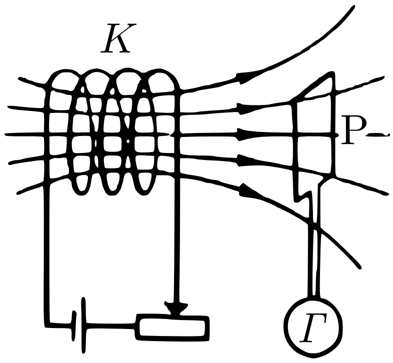


Рис. 12: Катушка с током и рамкой

На рисунке изображены катушка K с током I (она создает магнитное поле) и рамка P с гальванометром Г - индикатором индукционного тока.

1-й способ - перемещение рамки Р (или ее частей) в поле неподвижной катушки.

2-й способ - рамка Р неподвижна, но изменяется магнитное поле - или из-за перемещения катушки, или из-за изменения тока в ней, или из-за того и другого вместе. В любом случае гальванометр Г показывает наличие индукционного тока в рамке Р.

Направление индукционного тока (а также и знак ЭДС индукции) определяется правилом Ленца: **индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей**. Другими словами, магнитный поток, создаваемый индукционным током, направлен так, чтобы уменьшить изменение магнитного потока, создающего ЭДС индукции.

Если, например, рамку Р приближать к магниту, то поток через рамку будет возрастать и в рамке возникает индукционный ток, направленный по часовой стрелке (если на рамку смотреть справа).

Если рамку Р удалять, то направление индукционного тока в ней изменится на противоположное. В тех случаях, когда в массивных сплошных проводниках возникает по какой-либо причине изменение магнитного потока через возможные замкнутые контуры в проводниках, то в этих контурах появятся индукционные токи (так называемые токи Фуко). Этот эффект используют в некоторых тормозных системах.

Но часто появление токов Фуко проявляется негативно - они приводят к потерям энергии и нежелательным нагреванию проводников, например, трансформаторах. Для борьбы с ними сердечники трансформаторов собирают из тонких, изолированных друг от друга пластин, таким образом, чтобы исключить возможность появления больших контуров, пронизываемых магнитным потоком.

Закон электромагнитной индукции. По этому закону, при любом изменении магнитного потока через замкнутый контур, в нем возникает ЭДС индукции, которая определяется по формуле

$$\mathscr{E}_i = \frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}.$$

Если контур проводящий, то в нем возникнет индукционный ток, величина которого будет определяться $\mathscr{E}_i$ и характеристиками контура. Знак минус в формуле выше отражает правило Ленца и связан с согласованием направления обхода контура и направления нормали к поверхности, опирающейся на контур (см.рис.)

Направление нормали определяет знак магнитного потока (и его изменения), а направление обхода определяет знак э.д.с. Правилом согласования является правило винта - положительный обход, при наблюдении «с конца вектора $\vec{n}$, тот, который совершается против часовой стрелки.

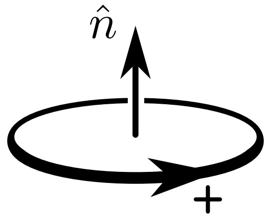


Рис. 13: Направление нормали к поверхности, опирающейся на контур

Предположим, что для контура, представленного на рисунке выше, изменение магнитного потока в направлении нормали $\mathrm{d}\Phi > 0$, тогда будет $\mathscr{E}_i < 0$, т.е. если смотреть на контур в направлении нормали, индукционный ток будет течь в направлении против часовой стрелки.

В случае, когда замкнутый контур является конструкцией типа катушки с N витками, то полный магнитный поток, пронизывающий такой сложный контур, складывается из потоков, пронизывающих отдельные витки, если все они равны Φ_1, то полный магнитный поток равен $\Phi = N\Phi_1$ и, соответственно, ЭДС индукции в контуре будет равна

$$\mathscr{E}_i = -N\frac{\mathrm{d}\Phi_1}{\mathrm{d}t}.$$

Примеры тестовых вопросов по разделу «Магнитное поле. Электромагнитная индукция»

1. Дайте определение силы Лоренца.
2. Что такое вектор $\vec{B}$?
3. Сформулируйте принцип суперпозиции для вектора $\vec{B}$.
4. Сформулируйте закон Био-Савара-Лапласа.
5. Найдите поле $\vec{B}$ прямого тока.
6. Какую силу называют силой Ампера?
7. Дайте определение магнитного момента.
8. Сформулируйте теорему Гаусса для вектора $\vec{B}$.
9. В чем заключается механизм намагничения?
10. Дайте определение намагниченности $\vec{J}$.
11. Какие токи называют молекулярными?
12. Какие токи называют поверхностными токами намагничивания?
13. Какие токи называют объемными токами намагничивания?
14. Дайте определение вектора $\vec{H}$.
15. Сформулируйте теорему о циркуляции вектора $\vec{H}$ (в интегральной и дифференциальной форме).
16. Связь между $\vec{J}$ и $\vec{H}$? Между $\vec{B}$ и $\vec{H}$?
17. В чем заключается явление электромагнитной индукции?
18. Дайте определение ЭДС индукции.
19. Сформулируйте правило Ленца.
20. Какие токи называют токам Фуко?
21. Сформулируйте закон электромагнитной индукции.

4. Уравнения Максвелла

4.1 Ток смещения

Открытие Максвелла. Теория электромагнитного поля, начала которой заложил Фарадей, математически была завершена Максвеллом. При этом одной из важнейших новых идей, выдвинутых Максвеллом, была мысль о симметрии в действии электрического и магнитного полей. А именно, поскольку меняющееся во времени магнитное поле $\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$ создает электрическое поле, следует ожидать, что меняющееся по времени электрическое поле $\left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$ создает магнитное поле.

Меняющееся со временем электрическое поле характеризуется плотностью тока смещения:

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Сумму тока проводимости и тока смещения называют полным током:

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

С учетом этого соотношения, теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$ принимает вид

$$\oint \vec{H} \mathrm{d}\vec{\ell} = \iint \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \mathrm{d}\vec{S}$$

а ее дифференциальная форма:

$$[\vec{\nabla}, \vec{H}] = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

4.2 Система интегральных уравнений Максвелла

Уравнения Максвелла в интегральной форме.
С введением тока смещения макроскопическая теория электромагнитного поля была блестяще завершена. Открытие тока смещения $\left(\frac{\partial D}{\partial t}\right)$ позволило Максвеллу создать единую теорию электрических и магнитных явлений. Теория Максвелла не только объяснила все разрозненные явления электричества и магнетизма с единой точки зрения, но и предсказала ряд новых явлений, существование которых подтвердилось впоследствии.

Система фундаментальных уравнений электродинамики, называемых уравнениями Максвелла в неподвижных средах. В интегральной форме система имеет вид:

$$\begin{cases} \oint \vec{E}\mathrm{d}\vec{\ell} = -\int \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}\mathrm{d}\vec{S} \\ \oiint \vec{D}\mathrm{d}\vec{S} = \int \rho \mathrm{dV} \\ \oint \vec{H}\mathrm{d}\vec{\ell} = \int \left(\vec{j} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\mathrm{d}\vec{S} \\ \oiint \vec{B}\mathrm{d}\vec{S} = 0 \end{cases}$$

где ρ - объемная плотность сторонних зарядов, $\vec{j}$ - плотность тока проводимости.

Эти уравнения в сжатой форме выражают всю совокупность наших сведений об электромагнитном поле. Содержание этих уравнений заключается в следующем:

1. Циркуляция вектора $\vec{E}$ по любому замкнутому контуру равна со знаком минус производной по времени от магнитного потока через любую поверхность, ограниченную данным контуром. При этом под $\vec{E}$ понимается не только вихревое электрическое поле, но и электростатическое (циркуляция последнего, как известно, равна нулю).

2. Поток вектора $\vec{D}$ сквозь любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме сторонних зарядов, охватываемых этой поверхностью.

3. Циркуляция вектора $\vec{H}$ по любому замкнутому контуру равна полному току (току проводимости и току смещения) через произвольную поверхность, ограниченную данным контуром.

4. Поток вектора $\vec{B}$ сквозь произвольную замкнутую поверхность всегда равен нулю.

Из уравнений Максвелла для циркуляции векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ следует, что электрическое и магнитное поля нельзя рассматривать как независимые: изменение по времени одного из этих полей приводит к появлению другого. Поэтому имеет смысл лишь совокупность этих полей, описывающая единое электромагнитное поле.

Если же поля стационарны: $\vec{E} = Const$ и $\vec{B} = Const$, то уравнения Максвелла распадаются на две группы независимых уравнений:

$$\oint \vec{E}\mathrm{d}\vec{\ell} = 0, \ \oiint \vec{D}\mathrm{d}\vec{S} = q;$$
$$\oint \vec{H}\mathrm{d}\vec{\ell} = I, \ \oiint \vec{B}\mathrm{d}\vec{S} = 0.$$

В этом случае электрическое и магнитное поля независимы друг от друга, что и позволило нам изучить сначала постоянное электрическое поле, а затем независимо от него и постоянное магнитное поле.

Необходимо подчеркнуть, что рассуждения, с помощью которых мы пришли к уравнениям Максвелла, ни в коей мере не могут претендовать на их доказательство.

Эти уравнения нельзя «вывести», они являются основными аксиомами, постулатами электродинамики, полученными путем обобщения опытных фактов. Эти постулаты играют в электродинамике такую же роль, как законы Ньютона в классической механике или начала термодинамики.

Примеры тестовых вопросов по разделу «Уравнения Максвелла»

1. Дайте определение тока смещения.
2. Дайте определение полного тока.
3. Сформулируйте теорему о циркуляции вектора $\vec{H}$ в случае произвольных токов (в интегральной и дифференциальной форме).
4. Сформулируйте уравнения Максвелла.
5. В чем заключается содержание этих уравнений?

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Физический факультет

Теоретический минимум курса физики по разделу «Электромагнетизм»

- А.Кудлис
- А.В.Смирнов
- Н.Н.Хвастунов
- В.И.Шоев
- А.А.Зинчик
- М.П.Коробков

ИТМО

28 ноября 2025 г.

Основные величины и единицы СИ

Константы и справочные величины	
Элементарный заряд e (знак пишут явно: $+e$, $-e$)	Кл
Электрическая постоянная ε_0	Ф/м
Магнитная постоянная μ_0	Гн/м
Скорость света в вакууме c	м/с
Коэффициент в законе Кулона $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$	Н·м^2/Кл^2
Заряд и ток	
Электрический заряд q, Q	Кл
Линейная плотность заряда λ	Кл/м
Поверхностная плотность заряда σ	Кл/м^2
Объемная плотность заряда ρ	Кл/м^3
Сила тока I	А
Плотность тока $\vec{j}$	А/м^2
Поверхностная плотность тока $\vec{K}$	А/м
Постоянная Холла R_H	м^3/Кл
Поля и потенциалы	
Электрическое поле $\vec{E}$	В/м (Н/Кл)
Электрическая индукция $\vec{D}$	Кл/м^2
Потенциал электрического поля φ	В
Магнитная индукция $\vec{B}$	Тл
Напряженность магнитного поля $\vec{H}$	А/м
Векторный потенциал $\vec{A}$	Вб/м (Тл·м)
Магнитный поток Φ	Вб
Потокосцепление $\Psi = N\Phi$	Вб
Вектор Пойнтинга $\vec{S}$	Вт/м^2
Плотность энергии ЭМ-поля u (или w)	Дж/м^3
Материальные параметры	
Диэлектрическая проницаемость ε	Ф/м
Относительная диэлектрическая проницаемость ε_r	1
Магнитная проницаемость μ	Гн/м
Относительная магнитная проницаемость μ_r	1
Поляризация $\vec{P}$	Кл/м^2
Намагниченность $\vec{M}$	А/м
Удельное сопротивление $\rho_{\text{уд}}$	Ом·м
Удельная проводимость (проводимость) σ	См/м
Подвижность носителей μ_{mob}	м^2/(В·с)
Элементы и цепи	
Напряжение (разность потенциалов) U (или V)	В
Электродвижущая сила, ЭДС $\mathcal{E}$	В
Активное сопротивление R	Ом

Реактивное сопротивление X	Ом
Импеданс Z	Ом
Проводимость G	См
Емкость C	Ф
Индуктивность L	Гн
Взаимная индуктивность M	Гн
Постоянная времени цепи $\tau = RC$ или L/R	с
Магнитные величины	
Магнитный момент $\vec{p}_m$	А·м^2
Магнитный поток через контур Φ	Вб
Колебания и волны в цепях	
Частота ν	Гц
Циклическая (угловая) частота ω	рад/с
Фаза колебаний φ	рад
Сдвиг фаз $\Delta\varphi$	рад
Добротность контура Q	1
Движение заряженных частиц в полях	
Циклотронная (ларморовская) частота $\omega_c = \dfrac{qB}{m}$	рад/с
Ларморовский радиус $r_L = \dfrac{mv_\perp}{\lvert q\rvert B}$	м
Гиромагнитное отношение $\gamma = \dfrac{\lvert q\rvert}{2m}$ или $\dfrac{\lvert q\rvert}{m}$	рад/(с·Тл), Кл/кг

Список вопросов теоретического минимума

При наличии в ответе формул для физических величин должны быть даны развернутые пояснения для всех входящих в них обозначений и переменных.

1. Электростатика вакуума

NB! 1. ***Дайте определение электрического заряда и сформулируйте его фундаментальные свойства.***

Ответ: Электрический заряд — это физическая скалярная величина, характеризующая способность тел быть источником электромагнитных полей и участвовать в электромагнитном взаимодействии. Его фундаментальные свойства: дискретность ($q = \pm Ze$, где e — элементарный заряд, Z — целое число), существование двух типов (положительный и отрицательный), инвариантность (не зависит от выбора системы отсчета), закон сохранения и аддитивность.

NB! 2. ***Сформулируйте закон Кулона для точечных зарядов в вакууме и поясните все величины, входящие в его математическую запись.***

Ответ: Закон Кулона: $\vec{F}_{12} = k\dfrac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{12}|^3}\vec{r}_{12}$, где $\vec{F}_{12}$ — сила, действующая на заряд q_2 со стороны q_1; q_1, q_2 — величины точечных зарядов; $\vec{r}_{12}$ — радиус-вектор, направленный от q_1 к q_2; k — коэффициент пропорциональности равный в СИ $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$; ε_0 — электрическая постоянная.

NB! 3. ***Что называется напряженностью электростатического поля и как она определяется через силовое взаимодействие?***

Ответ: Напряженность электростатического поля $\vec{E}(\vec{r})$ — это силовая характеристика поля, определяемая как сила, действующая на неподвижный пробный точечный заряд q', помещенный в данную точку поля, отнесенная к величине этого заряда: $\vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{\vec{F}(\vec{r})}{q'}$. Пробный заряд должен быть достаточно мал, чтобы не искажать исследуемое поле.

NB! 4. ***Запишите выражение для напряженности электростатического поля точечного заряда и поясните физический смысл всех величин, входящих в формулу.***

Ответ: Напряженность поля точечного заряда: $\vec{E} = k\dfrac{q}{r^2} \cdot \dfrac{\vec{r}}{r}$, где q — величина точечного заряда, создающего поле; $\vec{r}$ — радиус-вектор, проведенный от заряда в точку наблюдения; r — модуль радиус-вектора; $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ — постоянная.

NB! 5. ***Сформулируйте принцип суперпозиции для электростатических полей и запишите его математическое выражение для системы точечных зарядов.***

Ответ: Принцип суперпозиции: напряженность результирующего электростатического поля, создаваемого системой зарядов, равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E}(\vec{r}) = \sum \vec{E}_i(\vec{r})$. Для системы точечных зарядов: $\vec{E} = k\sum \dfrac{q_i}{r_i^2} \cdot \dfrac{\vec{r}_i}{r_i}$, где $\vec{r}_i$ — радиус-вектор от i-го заряда к точке наблюдения.

NB! 6. ***Дайте определение потока вектора напряженности электростатического поля через элементарную площадку и произвольную поверхность.***

Ответ: Поток $d\Phi$ вектора $\vec{E}$ через элементарную площадку $d\vec{S}$ определяется как скалярное произведение: $d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E_n dS$, где E_n — проекция $\vec{E}$ на нормаль к площадке. Поток через произвольную поверхность S: $\Phi = \int\limits_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$.

NB! 7. ***Сформулируйте теорему Гаусса для электростатического поля в вакууме в интегральной форме и поясните все величины, входящие в ее запись.***

Ответ: Теорема Гаусса: поток вектора напряженности электростатического поля через любую замкнутую поверхность пропорционален алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри этой поверхности: $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \dfrac{q_{\text{внутр}}}{\varepsilon_0}$, где $q_{\text{внутр}} = \sum q_i$ — алгебраическая сумма зарядов внутри S, ε_0 — электрическая постоянная.

NB! 8. ***Запишите теорему Гаусса для электростатического поля в дифференциальной форме и поясните физический смысл этого уравнения.***

Ответ: Теорема Гаусса в дифференциальной форме: $\operatorname{div} \vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$, где ρ — объемная плотность заряда в данной точке. Физический смысл: источники вектора $\vec{E}$ (места, где силовые линии начинаются или заканчиваются) связаны с наличием в пространстве электрических зарядов. В декартовых координатах: $\operatorname{div} \vec{E} = \dfrac{\partial E_x}{\partial x} + \dfrac{\partial E_y}{\partial y} + \dfrac{\partial E_z}{\partial z}$.

NB! 9. ***Сформулируйте теорему о циркуляции вектора напряженности электростатического поля и объясните, какое фундаментальное свойство поля из нее следует.***

Ответ: Теорема о циркуляции: циркуляция вектора $\vec{E}$ по любому замкнутому контуру в электростатическом поле равна нулю: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$. Из этого следует, что электростатическое поле является потенциальным (консервативным) — работа сил поля по перемещению заряда не зависит от формы пути, а зависит только от начального и конечного положения.

NB! 10. ***Дайте определение потенциала электростатического поля и поясните его физический смысл.***

Ответ: Потенциал $\varphi(\vec{r})$ — это энергетическая характеристика поля, численно равная потенциальной энергии W, которой обладал бы единичный положительный точечный заряд, помещенный в данную точку поля: $\varphi(\vec{r}) = \dfrac{W(\vec{r})}{q}$. Физический смысл: работа по перемещению единичного точечного положительного заряда из бесконечности (или из места, где потенциал был положен равным нулю) в данную точку. Измеряется в вольтах (В).

NB! 11. ***Запишите выражение для потенциала поля точечного заряда и системы точечных зарядов.***

Ответ: Потенциал поля точечного заряда: $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r}$. Потенциал системы точечных зарядов: $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \dfrac{q_i}{r_i}$, где r_i — расстояние от заряда q_i до точки наблюдения. Принцип суперпозиции для потенциалов — алгебраический.

NB! 12. ***Как связана работа сил электростатического поля по перемещению заряда с разностью потенциалов?***

Ответ: Работа $A_{1\to2}$ сил поля по перемещению точечного заряда q из точки 1 в точку 2 равна произведению заряда на разность потенциалов между этими точками: $A_{1\to2} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Работа не зависит от формы траектории, что подтверждает потенциальный характер поля.

NB! 13. ***Как связаны между собой напряженность электростатического поля и его потенциал? Запишите соответствующую формулу.***

Ответ: Напряженность поля равна взятой с обратным знаком градиенту потенциала: $\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi = -\nabla\varphi$. В декартовой системе координат: $\vec{E} = -\left(\vec{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)$. Эта связь показывает, что вектор $\vec{E}$ направлен в сторону наибольшего убывания потенциала.

NB! 14. ***Что называется электрическим диполем? Дайте определение дипольного момента.***

Ответ: Электрический диполь — система из двух равных по величине и противоположных по знаку точечных зарядов ($-q$ и $+q$), расстояние ℓ между которыми мало по сравнению с расстоянием до точек наблюдения. Вектор $\vec{p} = q\vec{\ell}$ называется электрическим дипольным моментом, где вектор $\vec{\ell}$ направлен от отрицательного заряда к положительному.

NB! 15. ***Запишите выражение для потенциала поля диполя на большом расстоянии от него и поясните смысл всех величин. Укажите каково его принципиальное отличие от потенциала точечного заряда.***

Ответ: Потенциал поля диполя: $\varphi(r,\theta) = k\frac{p\cos\theta}{r^2} = k\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$, где p — модуль дипольного момента; r — расстояние от центра диполя до точки наблюдения; θ — угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{r}$; $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$. Потенциал убывает с расстоянием как $1/r^2$, в отличие от $1/r$ для точечного заряда.

NB! 16. ***Чему равна потенциальная энергия диполя во внешнем однородном электростатическом поле?***

Ответ: Потенциальная энергия диполя во внешнем однородном поле:

$$W = -\vec{p}\cdot\vec{E} = -pE\cos\alpha,$$

где α — угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{E}$. Энергия минимальна ($W_{min} = -pE$) при $\vec{p} \uparrow\uparrow \vec{E}$ (устойчивое равновесие) и максимальна ($W_{max} = pE$) при $\vec{p} \uparrow\downarrow \vec{E}$ (неустойчивое равновесие).

NB! 17. ***Чему равен момент сил, действующих на диполь в однородном электростатическом поле?***

Ответ: Момент сил, действующих на диполь в однородном поле: $\vec{M} = [\vec{p}\times\vec{E}]$. Модуль момента $M = pE\sin\alpha$, где α — угол между $\vec{p}$ и $\vec{E}$. Момент стремится развернуть диполь по направлению поля ($\vec{p}\uparrow\uparrow\vec{E}$).

2. Проводники в электрическом поле

NB! 18. ***Запишите уравнение Пуассона для электростатического потенциала и поясните физический смысл всех величин, входящих в это уравнение.***

Ответ: Уравнение Пуассона для электростатического потенциала имеет вид:

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0},$$

где:

- Δ — оператор Лапласа ($\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ в декартовых координатах),
- φ — электростатический потенциал,
- ρ — объёмная плотность свободных зарядов в данной точке пространства,
- ε_0 — электрическая постоянная.

Физический смысл уравнения: оно связывает пространственное распределение потенциала электростатического поля с распределением зарядов, являющихся его источниками.

19. ***Сформулируйте уравнение Лапласа и укажите, в каких областях пространства оно справедливо.***

Ответ: Уравнение Лапласа имеет вид $\Delta\varphi = 0$. Оно справедливо в областях пространства, где объемная плотность заряда ρ равна нулю, то есть в отсутствие свободных электрических зарядов.

NB! 20. ***Чему равна напряженность электростатического поля вблизи поверхности заряженного проводника и как она направлена?***

Ответ: Напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводника равна $E_n = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ и направлена перпендикулярно поверхности проводника, где $\sigma = \dfrac{dq}{dS}$ - поверхностная плотность заряда (количество заряда на единицу площади). Тангенциальная составляющая поля равна нулю.

NB! 21. ***Почему электростатическое поле внутри проводника в состоянии равновесия равно нулю?***

Ответ: В проводнике есть свободные заряды. Под действием внешнего поля они перемещаются до тех пор, пока создаваемое ими индуцированное поле $\vec{E}_{\text{инд}}$ не скомпенсирует внешнее поле $\vec{E}_{\text{вн}}$ внутри проводника. В состоянии равновесия $\vec{E}_{\text{вн}} + \vec{E}_{\text{инд}} = 0$, поэтому результирующее поле внутри проводника равно нулю.

NB! 22. ***В чём состоит идея метода изображений для расчёта электростатических полей?***

Ответ: Если есть некоторая проводящая поверхность (плоскость, сфера, цилиндр), то вместо решения уравнения Лапласа с граничными условиями можно, убрав проводник, разместить в пространстве фиктивные «заряды-изображения», подобрав их величину и положение так, чтобы поверхность проводника оставалась эквипотенциальной и решать задачу о нахождении суперпозиции полей реальных и фиктивных зарядов.

3. Электрическое поле в диэлектриках

23. ***Что такое диэлектрики?***

Ответ: Диэлектрики (изоляторы) — это вещества, которые практически не проводят электрический ток, так как в них отсутствуют свободные заряды, способные перемещаться на макроскопические расстояния.

24. ***Каковы основные механизмы поляризации диэлектриков?***

Ответ: Основные механизмы поляризации диэлектриков:

- **Электронная поляризация** — в неполярных молекулах под действием поля происходит смещение положительных и отрицательных зарядов, что приводит к появлению индуцированного дипольного момента.
- **Ориентационная поляризация** — в полярных молекулах, обладающих собственным дипольным моментом, внешнее поле вызывает преимущественную ориентацию диполей по полю.
- **Ионная поляризация** — в ионных кристаллах внешнее поле вызывает смещение подрешеток положительных и отрицательных ионов.

NB!

25. ***Дайте определение вектора поляризованности $\vec{P}$ и поясните его физический смысл.***

Ответ: Вектор поляризованности $\vec{P}$ определяется как дипольный момент единицы объема диэлектрика: $\vec{P} = \dfrac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_i$, где ΔV — физически бесконечно малый объем, $\vec{p}_i$ — дипольные моменты отдельных молекул.

Физический смысл: $\vec{P}$ характеризует степень и направление упорядоченности дипольных моментов в данной точке диэлектрика. Единица измерения в СИ: Кл/м².

26. ***Запишите линейную связь между вектором поляризованности $\vec{P}$ и напряженностью электрического поля $\vec{E}$ для изотропного диэлектрика и поясните все величины.***

Ответ: Для изотропного диэлектрика в не слишком сильных полях выполняется линейная связь: $\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E}$, где:

- χ — диэлектрическая восприимчивость (безразмерная величина, $\chi > 0$)
- ε_0 — электрическая постоянная
- $\vec{E}$ — напряженность электрического поля

27. ***Чему равна поверхностная плотность поляризационных зарядов на границе диэлектрика и как она связана с вектором поляризованности?***

Ответ: Поверхностная плотность поляризационных зарядов на границе диэлектрика равна проекции вектора поляризованности на нормаль к поверхности: $\sigma_{\text{pol}} = P_n = (\vec{P}, \vec{n})$, где $\vec{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности, направленный наружу.

28. ***Сформулируйте теорему Гаусса для вектора поляризованности $\vec{P}$ в интегральной и дифференциальной формах.***

Ответ: Теорема Гаусса для $\vec{P}$:

- **Интегральная форма:** $\oint_S \vec{P} d\vec{S} = -q'$, где q' — суммарный связанный заряд внутри поверхности S
- **Дифференциальная форма:** $\operatorname{div} \vec{P} = -\rho'$, где ρ' — объемная плотность связанных зарядов

NB! 29. ***Что такое вектор электрического смещения $\vec{D}$ и как он определяется через напряженность поля и поляризованность?***

Ответ: Вектор электрического смещения (электрической индукции) определяется как: $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$. Это вспомогательный вектор, который объединяет влияние свободных и связанных зарядов. Единица измерения в СИ: Кл/м².

NB! 30. ***Сформулируйте теорему Гаусса для вектора $\vec{D}$ и поясните ее преимущество при расчете полей в диэлектриках.***

Ответ: Теорема Гаусса для $\vec{D}$:

- **Интегральная форма:** $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_{\text{внутр}}$, где $q_{\text{внутр}}$ — суммарный сторонний заряд внутри поверхности S
- **Дифференциальная форма:** $\operatorname{div} \vec{D} = \rho$, где ρ — объемная плотность свободных зарядов

Преимущество: поток $\vec{D}$ определяется только сторонними зарядами, что упрощает расчет полей в диэлектриках.

NB! 31. ***Как связаны между собой векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$ в однородном изотропном диэлектрике?***

Ответ: В однородном изотропном диэлектрике векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$ связаны соотношением: $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$, где ε — диэлектрическая проницаемость среды ($\varepsilon = 1 + \alpha$, $\varepsilon > 1$).

NB! 32. ***Каковы граничные условия для тангенциальной составляющей вектора $\vec{E}$ на поверхности раздела двух диэлектриков?***

Ответ: Тангенциальная составляющая вектора $\vec{E}$ непрерывна на границе раздела двух диэлектриков: $E_{1\tau} = E_{2\tau}$.

NB! 33. ***Каковы граничные условия для нормальной составляющей вектора $\vec{D}$ на поверхности раздела двух диэлектриков при отсутствии свободных зарядов?***

Ответ: При отсутствии свободных зарядов на границе раздела ($\sigma = 0$) нормальная составляющая вектора $\vec{D}$ непрерывна: $D_{1n} = D_{2n}$.

NB! 34. ***Как связаны тангенциальные составляющие вектора $\vec{D}$ на границе раздела двух диэлектриков?***

Ответ: Тангенциальные составляющие вектора $\vec{D}$ на границе раздела связаны соотношением: $\dfrac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$, то есть они испытывают скачок, пропорциональный отношению диэлектрических проницаемостей.

NB! 35. ***Как связаны нормальные составляющие вектора $\vec{E}$ на границе раздела двух диэлектриков?***

Ответ: Нормальные составляющие вектора $\vec{E}$ на границе раздела связаны соотношением: $\dfrac{E_{1n}}{E_{2n}} = \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$, то есть они испытывают скачок, обратно пропорциональный отношению диэлектрических проницаемостей, что напрямую связано с непрерывностью нормальной составляющей вектора электрического смещения.

4. Электроемкость. Энергия и силы в электрическом поле

NB! 36. ***Дайте определение электроёмкости уединённого проводника и укажите единицы её измерения в СИ.***

Ответ: Электроёмкость уединённого проводника определяется как отношение заряда проводника к его потенциалу: $C = \dfrac{q}{\varphi}$, где:

- C — электроёмкость
- q — заряд проводника
- φ — потенциал проводника

Единица измерения в СИ — фарад (Ф), где 1 Ф = 1 Кл/В.

37. ***Что называется конденсатором и как определяется его электроёмкость?***

Ответ: Конденсатор — система из двух проводников (обкладок), расположенных близко друг к другу. Его электроёмкость определяется как отношение заряда на обкладке к разности потенциалов между обкладками: $C = \dfrac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$, где:

- q — заряд на положительной обкладке
- $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между обкладками

38. ***Чему равна электроёмкость батареи конденсаторов при их параллельном соединении?***

Ответ: При параллельном соединении конденсаторов электроёмкость батареи равна сумме ёмкостей отдельных конденсаторов: $C_{\text{пара}} = \sum C_i$, где C_i — ёмкость i-го конденсатора.

39. ***Как вычисляется электроёмкость батареи конденсаторов при их последовательном соединении?***

Ответ: При последовательном соединении конденсаторов величина, обратная ёмкости батареи, равна сумме величин, обратных ёмкостям отдельных конденсаторов: $\dfrac{1}{C_{\text{посл}}} = \sum \dfrac{1}{C_i}$, где C_i — ёмкость i-го конденсатора.

NB! 40. ***Запишите формулу для электроёмкости плоского конденсатора, дав пояснения всем входящим в нее величинам***

Ответ: Ёмкость плоского конденсатора: $C = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$, где:

- ε_0 — электрическая постоянная
- ε — диэлектрическая проницаемость среды между обкладками
- S — площадь одной обкладки
- d — расстояние между обкладками

41. ***Чему равна энергия взаимодействия двух точечных зарядов в вакууме?***

Ответ: Энергия взаимодействия двух точечных зарядов: в вакууме $W = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}$, где:

- q_1, q_2 — величины точечных зарядов
- r_{12} — расстояние между зарядами
- ε_0 — электрическая постоянная

NB! 42. ***Запишите выражение для энергии системы из n точечных зарядов.***

Ответ: Энергия системы точечных зарядов:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} q_k\varphi_k = \frac{1}{2}\sum_{i=1,k\neq i}^{n} \frac{q_k q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_{ki}},$$

где:

- q_k — заряд k-го точечного заряда
- φ_k — потенциал в точке расположения k-го заряда, создаваемый всеми остальными зарядами системы
- q_k, q_i — величины точечных зарядов
- r_{ki} — расстояние между k-м и i-м зарядами
- ε_0 — электрическая постоянная

NB! 43. ***Что называется плотностью энергии электрического поля и как она выражается через напряжённость поля и величину электрического смещения?***

Ответ: Плотность энергии электрического поля — это энергия, заключённая в единице объема поля: $w = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} = \dfrac{\vec{E}\cdot\vec{D}}{2}$, где:

- $\vec{E}$ — вектор напряжённости электрического поля
- $\vec{D}$ — вектор электрического смещения
- ε_0 — электрическая постоянная
- ε — диэлектрическая проницаемость среды

44. ***Что такое собственная энергия зарядов и как она вычисляется?***

Ответ: Собственная энергия заряда — это энергия поля, создаваемого этим зарядом: $W_{\text{соб}} = \int \dfrac{\varepsilon_0 E^2}{2} dV$, где E — напряжённость поля, создаваемого данным зарядом, dV - элементарный объем. Собственная энергия всегда положительна.

45. ***Что такое взаимная энергия системы зарядов и как она связана с энергией взаимодействия?***

Ответ: Взаимная энергия системы зарядов — это энергия взаимодействия между зарядами: $W_{\text{вз}} = \int \varepsilon_0 \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 dV$, где $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ — поля, создаваемые разными зарядами. Она может быть как положительной, так и отрицательной.

NB! 46. ***Чему равна энергия заряженного конденсатора?***

Ответ: Энергия заряженного конденсатора: $W = \dfrac{q^2}{2C} = \dfrac{CU^2}{2} = \dfrac{qU}{2}$, где:

- q — заряд конденсатора
- C — ёмкость конденсатора
- U — напряжение между обкладками

5. Постоянный электрический ток

NB! 47. ***Дайте определение силы электрического тока и укажите единицу её измерения в СИ.***

Ответ: Сила электрического тока I определяется как величина заряда, переносимого через рассматриваемую поверхность в единицу времени: $I = \dfrac{dq}{dt}$, где:

- dq — заряд, переносимый через поверхность за время dt

Единица измерения в СИ — ампер (А), где 1 А = 1 Кл/с.

NB! 48. ***Что называется плотностью электрического тока и как она связана с силой тока?***

Ответ: Плотность электрического тока $\vec{j}$ — это векторная величина, численно равная силе тока через единичную площадку, перпендикулярную направлению движения носителей: $\vec{j} = \dfrac{dI}{dS_\perp}\hat{n}$, где $\hat{n}$ - вектор единичной нормали к площадке $dS_\perp$.

Связь с силой тока: $I = \iint\limits_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$, где интегрирование ведётся по всей поверхности S.

49. ***Запишите уравнение непрерывности для электрического тока в интегральной форме и поясните его физический смысл.***

Ответ: Уравнение непрерывности в интегральной форме: $\iint\limits_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\dfrac{dq}{dt}$, где:

- $\vec{j}$ — вектор плотности тока
- q — заряд внутри объёма, ограниченного поверхностью S

Физический смысл: убыль заряда в объёме за единицу времени равна потоку вектора плотности тока через поверхность, ограничивающую этот объём.

NB! 50. ***Запишите уравнение непрерывности для электрического тока в дифференциальной форме и поясните его физический смысл.***

Ответ: Уравнение непрерывности в дифференциальной форме имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\vec{j} = 0,$$

где

- $\vec{j}$ — вектор плотности тока
- ρ — объемная плотность свободных зарядов

Физический смысл: уравнение непрерывности является локальной формулировкой закона сохранения электрического заряда.

NB! 51. ***Сформулируйте закон Ома для однородного участка цепи и укажите единицы измерения всех величин.***

Ответ: Закон Ома для однородного участка цепи: $I = \dfrac{U}{R}$, где:

- I — сила тока (А)
- $U = \varphi_1 - \varphi_2$ — напряжение на участке (В)
- R — электрическое сопротивление (Ом)

52. ***Запишите формулу для сопротивления однородного цилиндрического проводника и поясните все входящие в неё величины.***

Ответ: Сопротивление однородного цилиндрического проводника: $R = \rho \dfrac{\ell}{S}$, где:

- ρ — удельное сопротивление материала (Ом·м)
- ℓ — длина проводника (м)
- S — площадь поперечного сечения (м²)

NB! 53. ***Как записывается закон Ома в локальной (дифференциальной) форме для однородной линейной изотропной среды?***

Ответ: Закон Ома в локальной форме: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, где:

- $\vec{j}$ — вектор плотности тока
- $\sigma = \dfrac{1}{\rho}$ — удельная электропроводность среды (См/м)
- $\vec{E}$ — вектор напряжённости электрического поля

NB! 54. ***Что такое сторонние силы и какова их роль в поддержании постоянного тока?***

Ответ: Сторонние силы — это силы не электростатического происхождения, которые обеспечивают движение зарядов против сил электрического поля. Они необходимы для поддержания постоянного тока, так как только кулоновские силы привели бы к выравниванию потенциалов и прекращению тока.

NB! 55. ***Каков физический смысл электродвижущей силы (ЭДС)?***

Ответ: Электродвижущая сила (ЭДС) — это работа сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда: $\mathscr{E} = \int \vec{E}' \cdot d\vec{\ell}$, где $\vec{E}'$ — напряжённость поля сторонних сил. ЭДС характеризует способность источника тока создавать и поддерживать разность потенциалов.

56. ***Запишите обобщённый закон Ома для неоднородного (содержащего источники ЭДС) участка цепи в интегральной форме.***

Ответ: Обобщённый закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$I \cdot R = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathscr{E}_{1-2},$$

где:

- I — сила тока
- R — суммарное электрическое сопротивление участка
- $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов (падение напряжения) на рассматриваемом участке
- $\mathscr{E}_{1-2}$ — алгебраическая сумма ЭДС всех источников на участке

ЭДС считается положительной, если она повышает потенциал в направлении обхода, т.е. внутри источника направление от «-» к «+» совпадает с направлением тока. В обратном случае ЭДС считается отрицательной.

NB! 57. ***Сформулируйте закон Джоуля-Ленца для однородного участка цепи и укажите единицы измерения всех величин.***

Ответ: Закон Джоуля-Ленца: $\frac{dW}{dt} = I^2 R$, где:

- $\frac{dW}{dt}$ — тепловая мощность (Вт)
- I — сила тока (А)
- R — сопротивление (Ом)

NB! 58. ***Как записывается закон Джоуля-Ленца в локальной (дифференциальной) форме?***

Ответ: Закон Джоуля-Ленца в локальной форме: $\frac{dw}{dt} = j^2 \rho$, где:

- $\frac{dw}{dt}$ — удельная тепловая мощность (Вт/м^3)
- j — плотность тока (А/м^2)
- ρ — удельное сопротивление (Ом·м)

59. ***Сформулируйте первое правило Кирхгофа и поясните его физический смысл.***

Ответ: Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю: $\sum I_i = 0$. Физический смысл: правило выражает закон сохранения заряда — в узле не может происходить накопление заряда, поэтому сумма втекающих токов равна сумме вытекающих.

60. ***Сформулируйте второе правило Кирхгофа и поясните его физический смысл.***

Ответ: Второе правило Кирхгофа: в произвольном замкнутом контуре алгебраическая сумма ЭДС равна алгебраической сумме падений напряжений: $\sum \mathscr{E}_i = \sum I_k R_k$. При применении второго правила Кирхгофа:

- Токи, направление которых совпадает с выбранным направлением обхода контура, берутся со знаком «+», противоположные — со знаком «-»
- ЭДС, которые при обходе контура проходятся от «-» к «+», берутся со знаком «+», в противоположном случае — со знаком «-»

Физический смысл: правило выражает закон сохранения энергии — работа сторонних сил равна сумме работ электрического поля на всех участках контура.

6. Магнитостатика вакуума

61. ***Что такое принцип суперпозиции для магнитного поля? Как он записывается математически? При каких условиях выполняется принцип суперпозиции?***

Ответ: Принцип суперпозиции для магнитного поля утверждает, что магнитное поле, создаваемое несколькими движущимися зарядами или токами, равно векторной сумме магнитных полей, создаваемых каждым зарядом или током в отдельности:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_i \vec{B}_i(\vec{r})$$

- $\vec{B}(\vec{r})$ — результирующий вектор магнитной индукции в точке $\vec{r}$,
- $\vec{B}_i(\vec{r})$ — вектор магнитной индукции в точке $\vec{r}$, создаваемый i-м источником (током или зарядом).

Этот принцип позволяет рассчитывать поле сложных систем источников в вакууме или линейных средах, в которых величина магнитной индукции прямо пропорциональна силе тока. В нелинейных средах (нпр. ферромагнетиках) принцип суперпозиции не выполняется.

NB! 62. ***Дайте определение силы Лоренца и запишите её полную формулу. Поясните физический смысл всех входящих в неё величин.***

Ответ: Сила Лоренца — это полная электромагнитная сила, действующая на точечную заряженную частицу. Её формула имеет вид: $\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]$

- $\vec{F}$ — сила Лоренца,
- q — величина электрического заряда частицы,
- $\vec{E}$ — вектор напряжённости электрического поля,
- $\vec{v}$ — вектор скорости заряженной частицы,
- $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции.

NB! 63. ***Сформулируйте закон Био-Савара-Лапласа для элемента тока $Id\vec{\ell}$ и поясните смысл всех физических величин, входящих в формулу.***

Ответ: Закон Био-Савара-Лапласа определяет магнитную индукцию $d\vec{B}$, создаваемую элементом тока $Id\vec{\ell}$: $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \cdot \dfrac{I[d\vec{\ell}, \vec{r}]}{r^3}$

- $d\vec{B}$ — вектор элементарной магнитной индукции,
- μ_0 — магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м),
- I — сила тока в проводнике,
- $d\vec{\ell}$ — вектор элемента длины проводника, направленный по току,
- $\vec{r}$ — радиус-вектор, проведённый от элемента тока к точке наблюдения,
- r — модуль радиус-вектора $\vec{r}$.

64. ***Чему равен и как направлен вектор магнитной индукции поля бесконечно длинного прямого проводника с током в вакууме на расстоянии R от него? Запишите формулу и поясните величины.***

Ответ: Модуль вектора магнитной индукции поля бесконечно длинного прямого проводника с током I на расстоянии R от него определяется формулой: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$

- B — величина магнитной индукции,
- μ_0 — магнитная постоянная,
- I — сила тока в проводнике,
- R — расстояние от точки наблюдения до оси проводника.

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ направлен по касательной к окружности в плоскости, перпендикулярной проводнику, с центром на оси провода. Если мысленно ввинчивать правый винт вдоль направления тока, то направление вращения винта укажет направление вектора $\vec{B}$.

NB! 65. ***Сформулируйте теорему Гаусса для магнитного поля в интегральной форме и запишите соответствующее математическое выражение.***

Ответ: Теорема Гаусса для магнитного поля утверждает, что поток вектора магнитной индукции $\vec{B}$ через любую замкнутую поверхность S равен нулю: $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

- $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции,
- $d\vec{S}$ — вектор элемента площади замкнутой поверхности, направленный по внешней нормали.

Это следствие того, что линии магнитной индукции замкнуты и не имеют ни начала, ни конца.

NB! 66. ***Запишите теорему Гаусса для магнитного поля в дифференциальной форме и поясните физический смысл этого уравнения.***

Ответ: Теорема Гаусса для магнитного поля в дифференциальной форме имеет вид: $\operatorname{div} \vec{B} = 0$

- $\operatorname{div} \vec{B}$ — дивергенция вектора магнитной индукции, которая в декартовых координатах записывается как $\dfrac{\partial B_x}{\partial x} + \dfrac{\partial B_y}{\partial y} + \dfrac{\partial B_z}{\partial z}$.

Это уравнение означает, что в природе отсутствуют магнитные заряды (источники или стоки силовых линий), и линии магнитной индукции всегда замкнуты.

NB! 67. ***Сформулируйте теорему о циркуляции для магнитной индукции в вакууме и запишите её математическое выражение для контура, охватывающего несколько токов.***

Ответ: Теорема о циркуляции для магнитной индукции гласит: циркуляция вектора $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру Г равна алгебраической сумме сил токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную μ_0:

$$\oint\limits_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_k I_k$$

- $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции,
- $d\vec{\ell}$ — элемент длины контура,
- μ_0 — магнитная постоянная,
- $\sum\limits_k I_k$ — алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром. Токи считаются положительными, если их направление образует с направлением обхода контура правовинтовую систему.

7. Силы Ампера и Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном поле

NB! 68. ***Запишите её формулу для элементарной работы по перемещению проводника с током в магнитном поле. Поясните смысл всех используемых обозначений.***

Ответ: Элементарная работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на изменение магнитного потока, заметаемого проводником: $dA = Id\Phi$

- dA — элементарная работа,
- I — сила тока в проводнике,
- $d\Phi$ — изменение магнитного потока через контур (или для одиночного движущегося проводника — через площадку, заметаемую им при движении).

69. ***Запишите выражение для момента сил Ампера, действующего на плоский контур с током в однородном магнитном поле. Поясните смысл всех величин.***

Ответ: Момент сил Ампера, действующий на плоский контур с током в однородном магнитном поле, равен: $\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$

- $\vec{M}$ — вектор момента сил,
- $\vec{p}_m$ — вектор магнитного момента контура ($\vec{p}_m = I\vec{S}$),
- $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции,
- I — сила тока в контуре,
- $\vec{S}$ — вектор площади контура, направленный по правилу правого винта относительно направления тока.

NB! 70. ***Дайте определение магнитного момента контура с током. Запишите его формулу для плоского контура и поясните все обозначения.***

Ответ: Магнитный момент контура с током — это векторная физическая величина, характеризующая магнитные свойства контура. Для плоского контура: $\vec{p}_m = I\vec{S}$

- $\vec{p}_m$ — вектор магнитного момента,
- I — сила тока в контуре,
- $\vec{S}$ — вектор площади контура, направленный по правилу правого винта относительно направления тока.

Для не плоского контура магнитный момент вычисляется как $\vec{p}_m = I\int d\vec{S}$.

71. ***Чему равна потенциальная энергия магнитного диполя в однородном магнитном поле? Запишите формулу и поясните все обозначения.***

Ответ: Потенциальная энергия магнитного диполя в однородном магнитном поле равна: $W = -(\vec{p}_m \cdot \vec{B})$

- W — потенциальная энергия магнитного диполя,

- $\vec{p}_m$ — вектор магнитного момента диполя,
- $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции.

Знак «минус» показывает, что энергия минимальна, когда магнитный момент параллелен вектору магнитной индукции.

NB! 72. ***Запишите формулу для ларморовского радиуса движения заряженной частицы в однородном магнитном поле и поясните все обозначения.***

Ответ: Ларморовский радиус движения заряженной частицы в однородном магнитном поле вычисляется по формуле: $R_L = \dfrac{mv}{qB}$

- R_L — ларморовский радиус (радиус окружности),
- m — масса частицы,
- v — скорость частицы (перпендикулярная $\vec{B}$),
- q — заряд частицы,
- B — модуль вектора магнитной индукции.

NB! 73. ***Чему равен период обращения заряженной частицы в однородном магнитном поле? Запишите формулу и поясните все обозначения.***

Ответ: Период обращения заряженной частицы в однородном магнитном поле равен: $T = \dfrac{2\pi m}{qB}$

- T — период обращения,
- m — масса частицы,
- q — заряд частицы,
- B — модуль вектора магнитной индукции.

Период не зависит от скорости частицы (при $v \ll c$).

NB! 74. ***Дайте определение циклотронной частоты. Запишите её формулу и поясните физический смысл.***

Ответ: Циклотронная частота — это частота обращения заряженной частицы в однородном магнитном поле: $\omega_c = \dfrac{qB}{m}$

- ω_c — циклотронная частота,
- q — заряд частицы,
- B — модуль вектора магнитной индукции,
- m — масса частицы.

Циклотронная частота не зависит от скорости частицы (при $v \ll c$) и определяется только её удельным зарядом и величиной магнитного поля.

8. Магнитное поле в веществе

NB! 75. ***Дайте определение магнетика и перечислите три основных типа магнетиков по характеру их взаимодействия с магнитным полем.***

Ответ: Магнетики — это вещества, которые тем или иным образом взаимодействуют с магнитным полем, ослабляя или усиливая его. Существует три основных типа магнетиков:

- Парамагнетики — слабо втягиваются в область более сильного поля (алюминий, платина, жидкий кислород).
- Диамагнетики — слабо выталкиваются из области сильного поля (медь, висмут, вода).
- Ферромагнетики — сильно втягиваются в область сильного поля, эффект в тысячи раз сильнее, чем у парамагнетиков (железо, кобальт, никель).

76. ***В чём состоит гипотеза молекулярных токов Ампера? Из каких составляющих складывается полный магнитный момент атома?***

Ответ: Согласно гипотезе Ампера, магнитные свойства вещества обусловлены микроскопическими круговыми токами (молекулярными токами), циркулирующими внутри атомов или молекул. Полный магнитный момент атома складывается из:

- Орбитальных магнитных моментов электронов, обусловленных их движением вокруг ядра.
- Собственных (спиновых) магнитных моментов электронов.
- Магнитного момента ядра, которым обычно пренебрегают из-за его малости.

77. ***Дайте определение намагниченности вещества.***

Ответ: Намагниченность $\vec{M}$ — это векторная величина, равная магнитному моменту единицы объема вещества: $\vec{M} = \dfrac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V} = n\langle\vec{p}_m\rangle$

- $\vec{M}$ — вектор намагниченности,
- $\sum \vec{p}_m$ — сумма магнитных моментов молекул в объёме ΔV,
- ΔV — физически бесконечно малый объём,
- n — концентрация молекул,
- $\langle\vec{p}_m\rangle$ — среднее значение магнитного момента одной молекулы.

78. ***Что такое токи намагничивания? Как они возникают в однородном и неоднородном магнетиках?***

Ответ: Токи намагничивания I' — это макроскопические токи, эквивалентные по своему действию сумме упорядоченных молекулярных токов в намагниченном веществе.

- В однородном магнетике молекулярные токи компенсируются в объёме, и остаётся только поверхностный ток намагничивания.
- В неоднородном магнетике компенсации молекулярных токов в объёме не происходит, и возникает объёмный ток намагничивания.

NB! 79. ***Сформулируйте теорему о циркуляции для вектора намагниченности. Запишите её математическое выражение.***

Ответ: Циркуляция вектора намагниченности $\vec{M}$ по произвольному замкнутому контуру Г равна алгебраической сумме молекулярных токов I', пронизывающих поверхность, ограниченную этим контуром: $\oint\limits_{\Gamma} \vec{M} \cdot d\vec{\ell} = I'$

- $\vec{M}$ - вектор намагниченности
- $d\vec{\ell}$ — элемент длины контура
- I' — суммарный молекулярный ток, охватываемый контуром.

NB! 80. ***Дайте определение напряжённости магнитного поля $\vec{H}$. Запишите формулу, связывающую её с магнитной индукцией $\vec{B}$ и намагниченностью $\vec{M}$.***

Ответ: Напряжённость магнитного поля $\vec{H}$ — это вспомогательный вектор, определяемый соотношением: $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

- $\vec{H}$ — вектор напряжённости магнитного поля,
- $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции,
- μ_0 — магнитная постоянная,
- $\vec{M}$ — вектор намагниченности.

Единица измерения $\vec{H}$ — ампер на метр (А/м).

NB! 81. ***Сформулируйте теорему о циркуляции для вектора $\vec{H}$ и запишите её в интегральной и дифференциальной формах.***

Ответ: Теорема о циркуляции для вектора $\vec{H}$ гласит: циркуляция $\vec{H}$ по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром.

- Интегральная форма: $\oint\limits_{\Gamma} \vec{H} d\vec{\ell} = \sum I$
- Дифференциальная форма: $[\nabla, \vec{H}] = \vec{j}$, где $\vec{j}$ — плотность тока проводимости.

NB! 82. ***Что такое магнитная восприимчивость χ и магнитная проницаемость μ? Как они связаны между собой и с векторами $\vec{M}$, $\vec{H}$ и $\vec{B}$?***

Ответ:

- Магнитная восприимчивость χ — коэффициент пропорциональности между намагниченностью и напряжённостью поля: $\vec{M} = \chi\vec{H}$
- Магнитная проницаемость μ характеризует способность вещества приобретать намагниченность: $\mu = 1 + \chi$
- Связь между $\vec{B}$ и $\vec{H}$: $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$

83. ***Каковы граничные условия для нормальных составляющих векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$ на границе раздела двух магнетиков?***

Ответ: На границе раздела двух магнетиков с проницаемостями μ_1 и μ_2 при отсутствии токов проводимости:

- Нормальная составляющая $\vec{B}$ непрерывна: $B_{1n} = B_{2n}$
- Нормальная составляющая $\vec{H}$ терпит скачок: $\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}$

84. ***Каковы граничные условия для тангенциальных составляющих векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$ на границе раздела двух магнетиков?***

    Ответ: На границе раздела двух магнетиков с проницаемостями μ_1 и μ_2 при отсутствии токов проводимости:

    - Тангенциальная составляющая $\vec{H}$ непрерывна: $H_{1\tau} = H_{2\tau}$
    - Тангенциальная составляющая $\vec{B}$ терпит скачок: $\dfrac{B_{1\tau}}{\mu_1} = \dfrac{B_{2\tau}}{\mu_2}$

9. Электромагнитная индукция

NB! 85. ***Сформулируйте закон электромагнитной индукции Фарадея и запишите его математическое выражение для мгновенного значения ЭДС индукции.***

Ответ: Закон электромагнитной индукции Фарадея: при изменении полного магнитного потока через контур в нём возникает электродвижущая сила индукции. Мгновенное значение ЭДС индукции равно: $\mathscr{E}_i = -\dfrac{d\Phi}{dt}$

- $\mathscr{E}_i$ — электродвижущая сила индукции,
- Φ — полный магнитный поток через контур,
- t — время.

Знак "минус"отражает правило Ленца.

NB! 86. ***Что такое правило Ленца и как оно связано со знаком в законе электромагнитной индукции?***

Ответ: Правило Ленца: индукционный ток всегда направлен так, чтобы препятствовать причине, его вызвавшей. Математически это выражается знаком "минус"в законе Фарадея:

- Если магнитный поток увеличивается ($d\Phi > 0$), то ЭДС индукции отрицательна
- Если магнитный поток уменьшается ($d\Phi < 0$), то ЭДС индукции положительна

NB! 87. ***Дайте определение индуктивности контура. Запишите формулу, связывающую индуктивность с собственным магнитным потоком, и поясните все обозначения.***

Ответ: Индуктивность контура L — это коэффициент пропорциональности между собственным магнитным потоком контура и силой тока в нём: $\Phi_{\text{собств}} = L \cdot I$

- $\Phi_{\text{собств}}$ — собственный магнитный поток контура,
- L — индуктивность контура,
- I — сила тока в контуре.

Единица измерения индуктивности — генри (Гн).

88. ***Запишите формулу для расчёта индуктивности длинного соленоида и поясните все входящие в неё величины.***

Ответ: Индуктивность длинного соленоида вычисляется по формуле: $L = \mu_0 n^2 S\ell = \mu_0 n^2 V$

- L — индуктивность соленоида,
- μ_0 — магнитная постоянная,
- n — линейная плотность намотки витков ($n = N/\ell$),
- S — площадь поперечного сечения соленоида,
- ℓ — длина соленоида,
- V — объём соленоида.

89. ***Запишите дифференциальное уравнение и его решение для тока в цепи с индуктивностью и активным сопротивлением после подключения источника постоянной ЭДС при нулевых начальных условиях.***

Ответ: Уравнение для цепи с индуктивностью L и сопротивлением R после замыкания: $\mathscr{E} = IR + L\dfrac{dI}{dt}$. Решение этого уравнения при начальном условии $I(0) = 0$:

$$I(t) = \frac{\mathscr{E}}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

где $\tau = \frac{L}{R}$ — постоянная времени цепи. Физический смысл: за время τ ток в цепи достигает примерно 63% от своего установившегося значения.

90. ***Чему равна энергия магнитного поля катушки с током? Запишите три эквивалентные формулы для её вычисления.***

Ответ: Энергия магнитного поля катушки с током:

- $W_M = \dfrac{LI^2}{2} = \dfrac{I\Phi}{2} = \dfrac{\Phi^2}{2L}$

где L — индуктивность, I — сила тока, Φ — собственный магнитный поток.

91. ***Запишите формулу для объёмной плотности энергии магнитного поля и поясните все входящие в неё величины.***

Ответ: Объёмная плотность энергии магнитного поля: $w_B = \dfrac{BH}{2} = \dfrac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \dfrac{B^2}{2\mu\mu_0}$

- w_B — объёмная плотность энергии магнитного поля,
- B — магнитная индукция,
- H — напряжённость магнитного поля,
- μ — магнитная проницаемость среды,
- μ_0 — магнитная постоянная.

NB! 92. ***Что такое вихревое электрическое поле? Чем оно принципиально отличается от электростатического поля?***

Ответ: Вихревое электрическое поле — это электрическое поле, возникающее при изменении магнитного поля во времени. Его особенности:

- Силовые линии замкнуты (поле вихревое)
- Источником является переменное магнитное поле, а не электрические заряды
- Работа по замкнутому контуру не равна нулю (не является потенциальным)

93. ***Запишите закон электромагнитной индукции в интегральной форме через циркуляцию вихревого электрического поля.***

Ответ: Закон электромагнитной индукции в интегральной форме: $\oint\limits_{\Gamma} \vec{E}d\vec{\ell} = -\dfrac{d\Phi}{dt}$

- $\vec{E}$ — напряжённость вихревого электрического поля,
- Γ — замкнутый контур,

- Φ — магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром.

NB! 94. ***Запишите закон электромагнитной индукции в дифференциальной форме и поясните его физический смысл.***

Ответ: Закон электромагнитной индукции в дифференциальной форме: $\operatorname{rot}\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

- $\operatorname{rot}\vec{E}$ — ротор напряжённости электрического поля,
- $\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ — производная магнитной индукции по времени.

Физический смысл: переменное магнитное поле создаёт вихревое электрическое поле.

NB! 95. ***Чему равна ЭДС самоиндукции? Запишите формулу и поясните физический смысл.***

Ответ: ЭДС самоиндукции — это ЭДС индукции, возникающая в контуре при изменении собственного магнитного потока: $\mathscr{E}_s = -L\dfrac{dI}{dt}$

- $\mathscr{E}_s$ — ЭДС самоиндукции,
- L — индуктивность контура,
- $\dfrac{dI}{dt}$ — скорость изменения тока в контуре.

Знак «минус» отражает правило Ленца.

10. Электромагнитные колебания

NB! 96. ***Запишите дифференциальное уравнение для свободных колебаний в последовательном RLC-контуре и поясните физический смысл всех входящих в него параметров.***

Ответ: Дифференциальное уравнение для свободных колебаний в последовательном RLC-контуре имеет вид: $\dfrac{d^2q}{dt^2} + 2\gamma\dfrac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$

- q — заряд конденсатора,
- $\gamma = \dfrac{R}{2L}$ — коэффициент затухания,
- $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ — собственная частота контура,
- R — сопротивление,
- L — индуктивность,
- C — ёмкость.

NB! 97. ***Запишите формулу Томсона для периода свободных незатухающих электромагнитных колебаний и поясните все входящие в неё величины.***

Ответ: Формула Томсона для периода свободных незатухающих колебаний: $T = 2\pi\sqrt{LC}$

- T — период колебаний,
- L — индуктивность катушки,
- C — ёмкость конденсатора.

Период зависит только от параметров контура L и C и не зависит от начальных условий.

98. ***Чему равны средние значения электрической и магнитной энергий в колебательном контуре при свободных незатухающих колебаниях?***

Ответ: При свободных незатухающих колебаниях средние значения энергий равны:

$$\langle W_e \rangle = \langle W_m \rangle = \frac{q_m^2}{4C}.$$

- W_e — электрическая энергия в конденсаторе,
- W_m — магнитная энергия в катушке,
- q_m — амплитуда колебаний заряда,
- C — ёмкость конденсатора.

99. ***Дайте определение добротности колебательного LCR-контура и запишите три эквивалентные формулы для её вычисления.***

Ответ: Добротность Q - параметр колебательной системы, характеризующий, во сколько раз запасы энергии в системе больше, чем потери энергии за время изменения фазы на 1 радиан.

- $Q = \dfrac{\omega_0}{2\gamma}$, где ω_0 - собственная частота колебаний контура, γ - коэффициент затухания

- $Q = \pi N$, где N — число колебаний за время затухания
- $Q = \dfrac{\pi}{\lambda}$, где λ — логарифмический декремент затухания

Чем выше добротность, тем медленнее затухают колебания и острее резонанс.

NB! 100. ***Что такое резонанс в колебательном контуре? При какой частоте вынуждающей силы наблюдается резонанс?***

Ответ: Резонанс — явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к собственной частоте контура. Резонансная частота: $\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$ При малом затухании ($\gamma \ll \omega_0$): $\omega_{\text{рез}} \approx \omega_0$

- $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ — собственная частота контура
- $\gamma = \dfrac{R}{2L}$ — коэффициент затухания

101. ***Запишите выражение для амплитуды вынужденных колебаний заряда и поясните зависимость амплитуды от частоты вынуждающей силы.***

Ответ: Амплитуда вынужденных колебаний заряда: $q_m = \dfrac{\mathscr{E}_0/L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}$

- $\mathscr{E}_0$ — амплитуда внешней ЭДС,
- L - индуктивность контура
- ω_0 — собственная частота контура,
- ω — частота вынуждающей силы,
- γ — коэффициент затухания.

Максимальная амплитуда достигается при резонансной частоте $\omega = \omega_{\text{рез}}$.

102. ***Что такое ширина резонансной кривой и как она связана с добротностью контура?***

Ответ: Ширина резонансной кривой $\Delta\omega$ — это разность частот, при которых амплитуда колебаний уменьшается в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с максимальной: $\Delta\omega = 2\gamma = \dfrac{\omega_0}{Q}$

- γ — коэффициент затухания,
- ω_0 — собственная частота контура,
- Q — добротность контура.

Чем выше добротность, тем уже резонансная кривая.

NB! 103. ***Дайте определение импеданса последовательного RLC-контура. Запишите выражение для комплексного импеданса и его модуля.***

Ответ: Импеданс (комплексное сопротивление) последовательного RLC-контура: $Z = R + i\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)$

- R — активное сопротивление,
- ωL — индуктивное сопротивление,

- $\dfrac{1}{\omega C}$ — ёмкостное сопротивление.

Модуль импеданса (полное сопротивление): $|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$

104. ***Сформулируйте правила Кирхгофа для цепей переменного тока в комплексной форме.***

Ответ: Правила Кирхгофа для цепей переменного тока в комплексной форме:

- Первое правило: $\sum I_k = 0$ (алгебраическая сумма комплексных токов в узле равна нулю)
- Второе правило: $\sum I_k Z_k = \sum \mathscr{E}_k$ (сумма падений напряжений на элементах контура равна сумме ЭДС)

где $Z_k = R_k + i\omega L_k - \dfrac{i}{\omega C_k}$ — импеданс k-го элемента.

105. ***Чему равна активная мощность в цепи переменного тока? Запишите формулу через действующие значения тока и напряжения.***

Ответ: Активная мощность в цепи переменного тока: $\langle P \rangle = \mathcal{E}_{\text{эфф}} I_{\text{эфф}} \cos\phi$

- $\mathscr{E}_{\text{эфф}} = \dfrac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}$ — действующее значение ЭДС,
- $I_{\text{эфф}} = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$ — действующее значение тока,
- $\cos\phi$ — коэффициент мощности,
- ϕ — сдвиг фаз между током и напряжением.

Активная мощность определяет среднюю скорость потребления энергии.

106. ***Что такое реактивная мощность и какой физический смысл она имеет?***

Ответ: Реактивная мощность: $Q = \mathscr{E}_{\text{эфф}} I_{\text{эфф}} \sin\phi$

- $\mathscr{E}_{\text{эфф}}$ — действующее значение ЭДС,
- $I_{\text{эфф}}$ — действующее значение тока,
- ϕ — сдвиг фаз между током и напряжением.

Реактивная мощность характеризует энергию, которая периодически перекачивается между источником и реактивными элементами (катушкой и конденсатором) без превращения в другие формы энергии.

107. ***Каковы фазовые соотношения между током и напряжением на резисторе, катушке индуктивности и конденсаторе?***

Ответ: Фазовые соотношения в цепи переменного тока:

- На резисторе: ток и напряжение совпадают по фазе ($\phi = 0$)
- На катушке: ток отстаёт от напряжения на $\pi/2$ ($\phi = \pi/2$)
- На конденсаторе: ток опережает напряжение на $\pi/2$ ($\phi = -\pi/2$)

11. Уравнения Максвелла. Электромагнитные волны

NB! 108. ***Запишите выражение для плотности полного тока и поясните физический смысл всех входящих в него слагаемых.***

Ответ: Плотность полного тока равна сумме плотности тока проводимости и плотности тока смещения: $\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j}_{\text{пров}} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$. Здесь $\vec{j}_{\text{пров}}$ — плотность тока проводимости, обусловленного движением свободных зарядов, а $\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ — плотность тока смещения, связанного с изменением во времени электрического поля.

NB! 109. ***Запишите уравнения Максвелла в интегральной форме для циркуляций полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$. Дайте краткую физическую интерпретацию каждого уравнения.***

Ответ:

- $\oint \vec{E} d\vec{l} = -\int \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$ — закон электромагнитной индукции Фарадея: изменяющееся магнитное поле порождает вихревое электрическое поле.
- $\oint \vec{H} d\vec{l} = \int \left(\vec{j} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$ — обобщённый закон Ампера-Максвелла: циркуляция магнитного поля по контуру равна полному току (току проводимости и току смещения) через поверхность, ограниченную этим контуром.

NB! 110. ***Запишите уравнения Максвелла в интегральной форме для потоков полей $\vec{D}$ и $\vec{B}$. Дайте краткую физическую интерпретацию каждого уравнения.***

Ответ:

- $\oint \vec{D} d\vec{S} = \int \rho dV$ — теорема Гаусса для электрического поля: поток электрической индукции через замкнутую поверхность равен стороннему заряду внутри неё.
- $\oint \vec{B} d\vec{S} = 0$ — теорема Гаусса для магнитного поля: поток магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю (отсутствие магнитных зарядов).

NB! 111. ***Запишите систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме.***

Ответ:

- $\text{rot } \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
- $\text{div } \vec{D} = \rho$
- $\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
- $\text{div } \vec{B} = 0$

где

- $\vec{E}$, $\vec{H}$ - напряженности электрического и магнитного полей, соответственно
- $\vec{D}$, $\vec{B}$ - индукция электрического и магнитного полей, соответственно
- ρ - плотность свободных зарядов
- $\vec{j}$ - плотность тока проводимости

NB! 112. ***Запишите материальные уравнения, связывающие векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$, $\vec{B}$ и $\vec{H}$, $\vec{j}$ и $\vec{E}$ для линейных изотропных сред.***

Ответ:

- $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$, где ε — относительная диэлектрическая проницаемость, ε_0 — электрическая постоянная.
- $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$, где μ — относительная магнитная проницаемость, μ_0 — магнитная постоянная.
- $\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_{\text{стор}})$, где σ — удельная электропроводность, $\vec{E}_{\text{стор}}$ — напряжённость стороннего поля.

NB! 113. ***Запишите волновое уравнение для вектора напряжённости электрического поля $\vec{E}$ в вакууме.***

Ответ:

$$\Delta\vec{E} - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0.$$

- $\vec{E}$ - напряженность электрического поля,
- Δ — оператор Лапласа ($\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ в декартовых координатах),
- ε_0, μ_0 - электрическая и магнитная постоянные, соответственно

NB! 114. ***Чему равна фазовая скорость электромагнитной волны в вакууме и в однородной изотропной среде? Запишите формулы и поясните входящие в неё постоянные.***

Ответ: Фазовая скорость электромагнитной волны в вакууме равна $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$, где ε_0 — электрическая постоянная ($\approx 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м), μ_0 — магнитная постоянная ($\approx 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м). Эта скорость является фундаментальной физической постоянной и равна скорости света. Фазовая скорость электромагнитной волны в среде равна $v = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$, где c — скорость света в вакууме, ε — диэлектрическая проницаемость среды, μ — магнитная проницаемость среды.

NB! 115. ***Дайте определение вектора Пойнтинга. Запишите формулу, связывающую его с векторами $\vec{E}$ и $\vec{H}$.***

Ответ: Вектор Пойнтинга $\vec{S}$ — это вектор плотности потока энергии электромагнитного поля. Он определяется как векторное произведение векторов напряжённости электрического и магнитного полей: $\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}]$. Его направление указывает направление переноса энергии, а модуль равен энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения.

NB! 116. ***Чему равна интенсивность I плоской монохроматической электромагнитной волны, если известна амплитуда E_m напряжённости её электрического поля?***

Ответ: Интенсивность I плоской монохроматической электромагнитной волны равна среднему по времени значению модуля вектора Пойнтинга: $I = \langle S\rangle = \sqrt{\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} \cdot \dfrac{E_m^2}{2}$. Интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды электрического поля волны.

117. ***Чему равен импульс единицы объема электромагнитной волны?***

Ответ: Импульс единицы объема электромагнитной волны равен $\vec{p}_1 = \dfrac{\vec{S}}{c^2} = \dfrac{[\vec{E}, \vec{H}]}{c^2}$, где $\vec{S}$ — вектор Пойнтинга, c — скорость света в вакууме. Этот импульс связан с плотностью энергии $w_{эм}$ соотношением $\vec{p}_1 = \dfrac{w_{эм}\vec{v}_{эм}}{c^2}$, где $\vec{v}_{эм}$ — скорость переноса энергии (фазовая скорость).

118. ***Как зависит мощность излучения заряда, совершающего гармонические колебания, от частоты этих колебаний ω?***

Ответ: Мощность излучения P пропорциональна средней по времени величине вектора Пойнтинга, которая, в свою очередь, пропорциональна ω^4: $P \propto \langle S \rangle \propto \omega^4$. Следовательно, потери на излучение резко возрастают с увеличением частоты колебаний заряда.

119. ***Что такое «волновая зона» при излучении электромагнитных волн ускоренным зарядом?***

Ответ: Волновая зона — это область пространства, удалённая от излучающего заряда на расстояние r, значительно превышающее длину волны излучения λ ($r \gg \lambda$). В этой зоне преобладают составляющие электромагнитного поля, убывающие обратно пропорционально расстоянию ($\sim 1/r$), которые и представляют собой излучаемую электромагнитную волну. Электростатические и магнитостатические поля, убывающие быстрее ($\sim 1/r^2$), становятся пренебрежимо малы.

Теор. Минимум. «Оптика»

1. Уравнения Максвелла в интегральной форме

$$\oint_l \vec{E}^* d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B} d\vec{S}$$

Циркуляция вектора электрического поля E по замкнутому контуру l определяется скоростью изменения магнитного потока через поверхность S ограниченную данным контуром.

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \frac{d}{dt}\iint_S \vec{D} d\vec{S} + \iint_S \vec{j} d\vec{S}$$

Циркуляция вектора магнитного поля H по замкнутому контуру l определяется суммой скорости изменения потока вектора электрического смещения и плотности тока j через поверхность S ограниченную данным контуром.

$$\oiint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Поток вектора индукции магнитного поля B через замкнутую поверхность S равен нулю.

$$\oiint_S \vec{D} d\vec{S} = \iiint_V \rho dV$$

Поток вектора электрического смещения D через замкнутую поверхность S определяется алгебраической суммой зарядов находящихся внутри объема V, ограниченного этой поверхностью.

2. $rot\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}$ Ротор вектора напряженности магнитного поля H определяется суммой скорости изменения вектора электрического смещения D и вектора плотности тока j.

$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ Ротор вектора напряженности электрического поля определяется скоростью изменения магнитного поля B, взятого с обратным знаком.

$div\vec{D} = \rho$ Дивергенция вектора электрического смещения D равна объемной плотности заряда ρ.

$div\vec{B} = 0$ Дивергенция вектора магнитной индукции B равна нулю.

3. Уравнения Максвелла в интегральной форме

$$\oint_l \vec{E}^* d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B} d\vec{S}$$

Циркуляция вектора электрического поля E по замкнутому контуру l определяется скоростью изменения магнитного потока через поверхность S ограниченную данным контуром.

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \frac{d}{dt}\iint_S \vec{D} d\vec{S}$$

Циркуляция вектора магнитного поля H по замкнутому контуру l определяется скоростью изменения потока вектора электрического смещения.

$$\oiint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Поток вектора индукции магнитного поля B через замкнутую поверхность S равен нулю.

$$\oiint_S \vec{D} d\vec{S} = 0$$

Поток вектора электрического смещения D через замкнутую поверхность S равен нулю.

4. $rot\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ Ротор вектора напряженности магнитного поля H определяется скоростью изменения вектора электрического смещения D.

$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ Ротор вектора напряженности электрического поля определяется скоростью изменения магнитного поля В, взятого с обратным знаком.

$div\vec{D} =$ 0 Дивергенция вектора электрического смещения D равна нулю.

$div\vec{B} = 0$ Дивергенция вектора магнитной индукции В равна нулю

5. Волновое уравнение $\Delta E - \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$, где $\Delta \equiv \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, v — фазовая скорость.

6. Самой простой гармонической электромагнитной волной является волна с постоянной амплитудой колебаний в любой точке наблюдения. Такие волны называются плоскими. Для плоской волны, распространяющейся вдоль оси z уравнение будет иметь вид: $E(z,t)=E_0\cos(\omega t-kz+\varphi_0)$, где к – волновое число (модуль волнового вектора), ω – циклическая частота, E_0 – амплитуда.

7. **Волновой вектор** — вектор, направление которого перпендикулярно фазовому фронту бегущей волны, а абсолютное значение равно волновому числу.

$k \equiv \frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{\lambda}$. где к – волновое число (модуль волнового вектора), ω – циклическая частота, V – скорость электромагнитной волны, λ - длина волны.

8. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к данному моменту времени, называется фронтом волны или волновым фронтом.

9. ***Показателем преломления*** среды n называется отношение скорости света в вакууме c к фазовой скорости света v в данной среде $n = \frac{c}{v}$. Также он может быть выражен через диэлектрическую ε и магнитную μ проницаемости среды $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$.

10. **Вектор Пойнтинга** (также *вектор Умова — Пойнтинга*) — вектор плотности потока энергии электромагнитного поля.

$$\vec{S} = w\vec{V} = \left[\vec{E} \times \vec{H}\right]$$

где **E** и **H** — векторы напряжённости электрического и магнитного полей соответственно. w – обьемная плотность энергии, V – скорость электромагнитной волны.

11. Модуль среднего по времени значения плотности потока энергии световой волны носит название интенсивности света в данной точке. Единицы измерения: Вт/м^2.

$$I = E_m H_m \left\langle \cos^2(\omega t - kr + \alpha)\right\rangle = \frac{E_m H_m}{2}.$$

$$I = \frac{1}{2}E_m H_m = \frac{n}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_m^2 = \frac{n}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}A^2$$

12. Двухлучевая интерференция

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta.$$

A_1, A_2, I_1 и I_2 – амплитуды и интенсивности двух интерферирующих волн. δ - разность фаз.

13. Разность фаз $\Delta\varphi$ и разность хода Δ двух волн с одинаковой длиной волны λ связаны соотношением: $\Delta\varphi = 2\pi\, \Delta/\lambda$.

14. Условие максимума интерференции: разность хода Δ интерферирующих волн равна целому числу длин волн ($\Delta = m\lambda$). Разность фаз $\Delta\varphi$ интерферирующих волн равна четному числу π ($\Delta\varphi = m\pi$, m = 0, 2, 4,…).

15. Условие минимума интерференции: разность хода Δ интерферирующих волн равна нечетному числу полуволн ($\Delta = (2m+1)\, \lambda/2$). Разность фаз $\Delta\varphi$ интерферирующих волн равна нечетному числу π ($\Delta\varphi = m\pi$, m = 1, 3, 5,…).

16. Видность интерференционной картины V определяется формулой $V = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$, где I_{max} – интенсивность в максимуме интерференционной картины, I_{min} - интенсивность в минимуме интерференционной картины. Максимальное значение V=1 для максимально контрастной картины, минимальное – 0.

17. Ширина интерференционной полосы Δy на примере схемы Юнга.

$$\Delta y = \frac{L}{d}\lambda.$$

где L – расстояние от щелей до экрана, d – расстояние между щелями, λ - длина волны.

18. Если разность фаз двух колебаний изменяется очень медленно, то говорят, что

колебания остаются когерентными в течение некоторого времени $\tau_{ког}$. Это время называют *временем когерентности*.

Расстояние $l_{ког} = c\, \tau_{ког}$ называется длиной когерентности (с — скорость распространения волны).

19. Разность хода Δ при интерференции в тонких пленках $\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$, где *h* – толщина пленки, *n* – показатель преломления, *a* – угол падения света.

20. Вид интерференционной картины в случае плоскопараллельной пластины зависит от формы падающего излучения. Для плоской волны максимумов и минимумов не будет, поскольку разность хода в каждой точке одинакова. Для расходящегося пучка при нормальном падении будет система темных и светлых колец. При падении плоской волны на клин, интерференционная картина состоит из одинаковых по ширине темных и светлых полос. При падении плоской волны на сферическую линзу, лежащую на пластине интерференционная картина состоит из темных и светлых колец, ширина которых убывает с ростом их радиуса.

21. Принцип Гюйгенса Френеля. Каждый элемент волнового фронта можно рассматривать как центр вторичного возмущения, порождающего вторичные сферические волны, а результирующее световое поле в каждой точке пространства будет определяться интерференцией этих волн.

22. Интеграл Фраунгофера

$$U(x,y,z) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{ik\left(x^2+y^2\right)}{2z}} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} u(x',y',0) \exp\left(\frac{-ik\left[xx'+yy'\right]}{z}\right) dx'dy'$$

Распределение комплексной амплитуды U(x,y,z) в дальней зоне на расстоянии z от отверстия на котором происходит дифракция. к – волновое число, λ - длина волны. u(x’,y’,0) - распределение комплексной амплитуды в плоскости отверстия.

23. Решение для узкой щели $I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2(\pi b \sin\varphi/\lambda)}{(\pi b \sin\varphi/\lambda)^2}$,

24. При дифракции Фраунгофера света с длиной волны λ на узкой щели шириной b положение минимумов дифракции определяется формулой: b sinθ = mλ, где m = 0, ±1, ±2 и т.д. θ – угол дифракции.

25. При дифракции Фраунгофера света с длиной волны λ, на круглом отверстии диаметром D, распределение интенсивности будет зависеть от угла дифракции θ следующим образом:

$$I(\theta) = I_0 \left[\frac{2J_1\left(\frac{kD\sin\theta}{2}\right)}{\frac{kD\sin\theta}{2}} \right]^2 .$$

, где k=2π/λ, I_0 – интенсивность падающего света, J_1 – функция Бесселя первого порядка.

26. При дифракции Фраунгофера света с длиной волны λ на дифракционной решетке с периодом d положение максимумов дифракции определяется формулой: d sinθ = mλ, где m = 0, ±1, ±2 и т.д. θ – угол дифракции.

27. Разрешающая сила R дифракционной решетки определяется минимальной разностью длин волн δλ, при которой две близкие линии в спектре воспринимаются раздельно $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$ λ – средняя длина волны для двух разрешаемых линий.

28. **Линейная поляризация** электромагнитного излучения — разновидность поляризации волн, при которой вектор электрического или магнитного поля совершает колебания в плоскости.

29. Закон Малюса $I = I_0 \cos^2\theta$ определяет соотношение интенсивностей линейно поляризованного света до (I_0) и после (I) поляризатора, если направление поляризации поляризатора составляет угол θ с плоскостью поляризации падающего света

30.Степень поляризации света P определяется формулой $P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$ где I_{max} и I_{min} это максимальная (I_{max}) и минимальная (I_{min}) интенсивности частично поляризованного света, который пропускается анализатором. Максимальное значение P = 1 для полностью поляризованного света, минимальное – 0 для неполяризованного света.

31.Эллиптическая поляризация электромагнитного излучения — это одно из состояний поляризации, при которой направление вектора электрического поля **E** вращается с постоянной скоростью в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, описывая своим концом эллипс. Частным случаем эллиптическая поляризации является циркулярная, когда эллипс превращается в окружность.

32. *Луч обыкновенный* (англ. ordinary ray) - *луч*, показатель преломления которого не зависит от направления распространения в однородной среде. *Луч необыкновенный* (англ.

extraordinary ray) - *луч*, показатель преломления которого меняется в зависимости от направления распространения в среде.

33. Полуволновая пластина обеспечивает разность фаз для двух ортогональных поляризаций равную π. Используется для поворота плоскости поляризации без потерь интенсивности. Четверть волновые пластина обеспечивает разность фаз для двух ортогональных поляризаций равную $\pi/2$. Используется для преобразования линейно поляризованного света в циркулярно-поляризованный и наоборот.
34. Угол падения света, при котором отражённый луч полностью поляризован, называется углом Брюстера. При падении под углом Брюстера отражённый и преломлённый лучи взаимно перпендикулярны.

$tg\ \theta_{бр} = n_2 / n_1$. n1 – показатель преломления среды, из которой падает волна. n2 - показатель преломления среды, в которую волна проходит.

35. Формулы Френеля для s и p поляризации

$$r_s = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t},$$

$$t_s = \frac{2n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t},$$

$$r_p = \frac{n_2 \cos\theta_i - n_1 \cos\theta_t}{n_2 \cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t},$$

$$t_p = \frac{2n_1 \cos\theta_i}{n_2 \cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t}.$$

где
n_1— показатель преломления среды, из которой падает волна,
n_2— показатель преломления среды, в которую волна проходит,
θ_i— угол падения,
θ_t— угол преломления
r_s,t_s,r_p и t_p – амплитудные коэффициенты отражения (r) b пропускания (t) для s и p поляризации.

Угол падения связан с углом преломления законом Снеллиуса:

$n_1\sin(\theta_i) = n_2\sin(\theta_t)$

Вопросы к теорминимуму.

1. Уравнения Максвелла в интегральной форме (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
2. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
3. Уравнения Максвелла в интегральной форме для случая отсутствия токов и зарядов (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
4. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме для случая отсутствия токов и зарядов (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
5. Волновое уравнение (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
6. Уравнение плоской ЭМ волны (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
7. Волновое число и волновой вектор (Определение. Направление. Формула)
8. Волновой фронт (Определение. Примеры (сферический и плоский ВФ))
9. Показатель преломления среды (формула 1 через скорость света и фазовую скорость, формула 2 через проницаемости)
10. Вектор Пойнтинга (формула без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
11. Интенсивность ЭМ излучения (Размерность. Выражение через квадрат амплитуды.)
12. Двухлучевая интерференция (Формула 1 через амплитуды и формула 2 через интенсивности)
13. Связь разности хода и разности фаз (формула, с объяснением физического смысла всех членов)
14. Условие максимума через разность хода и разность фаз (формула, с объяснением физического смысла всех членов)
15. Условие минимума через разность хода и разность фаз (формула, с объяснением физического смысла всех членов)
16. Видность интерференционной картины (формула, с объяснением физического смысла всех членов)
17. Ширина интерференционной полосы на примере схемы Юнга (ШИП выражается через параметры схемы. Без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
18. Время и длина когерентности (Определение. Формула без вывода.)
19. Разность хода при интерференции в тонких пленках (Формула через толщину и показатель преломления пленки. Без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
20. Вид интерференционной картины в случае плоскопараллельной пластины, клина, сферической линзы, лежащей на пластине (Словесное описание или эскиз. Особенности картин.)
21. Принцип Гюйгенса Френеля (Определение, примеры для отверстия, экрана)
22. Интеграл Фраунгофера (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
23. Решение интеграла Фраунгофера для узкой щели (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
24. Условие минимумов при дифракции на щели (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
25. Вид решения для круглого отверстия (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)

26. Условие максимумов при дифракции на решетке (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
27. Разрешающая способность диф. решетки (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
28. Линейная поляризация(определение)
29. Закон Малюса (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
30. Степень поляризации (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
31. Эллиптическая поляризация(определение)
32. Двулучепреломление в кристаллах. Обыкновенный и необыкновенный луч. (Определение, причины нарушения законов геом. оптики.)
33. Полуволновые и четверть волновые пластины (принцип работы с примерами)
34. Формулы Френеля для s и p поляризации (без вывода, но объяснением физического смысла всех членов)
35. Что называется углом Брюстера?
36. Как связан угол Брюстера с показателями преломления среды, из которой падает волна и показателем преломления среды, в которую волна проходит.

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Физический факультет

Теоретический минимум курса физики по разделу «Оптика»

- А.Кудлис
- А.В.Смирнов
- Н.Н.Хвастунов
- В.И.Шоев
- А.А.Зинчик
- М.П.Коробков

ИТМО

28 ноября 2025 г.

Основные величины и единицы СИ (Оптика)

Вектор Пойнтинга ($\vec{S}$)	Вт/м^2
Время (t)	с
Длина волны (λ)	м
Диэлектрическая проницаемость (ε)	1 (безразмерная)
Интенсивность (I)	Вт/м^2
Магнитная индукция ($\vec{B}$)	Тл
Магнитная постоянная (μ_0)	Гн/м
Магнитная проницаемость (μ)	1 (безразмерная)
Напряженность магнитного поля ($\vec{H}$)	А/м
Напряженность электрического поля ($\vec{E}$)	В/м (или Н/Кл)
Плотность тока проводимости ($\vec{j}$)	А/м^2
Показатель преломления (n)	1 (безразмерная)
Поток излучения (Φ_e)	Вт
Скорость света (c)	м/с
Фокусное расстояние (f)	м
Циклическая частота (ω)	рад/с
Электрическая индукция ($\vec{D}$)	Кл/м^2
Электрическая постоянная (ε_0)	Ф/м
Энергетическая освещенность (E_e)	Вт/м^2
Энергетическая светимость (M_e)	Вт/м^2
Энергетическая сила излучения (I_e)	Вт/ср
Энергетическая яркость (L_e)	Вт/м^2·ср

1. Электромагнитные волны

NB! 1. ***Приведите уравнения Максвелла в дифференциальной форме***

Ответ:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \qquad \nabla \cdot \vec{D} = \rho; \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

где $\vec{j}$ – ток проводимости, $\vec{D}$ – вектор электрического смещения, $\vec{E}$ – вектор напряженности электрического поля, $\vec{B}$ – вектор магнитной индукции, ρ – плотность свободного заряда.

NB! 2. ***Приведите материальные уравнения для стационарных электрического и магнитного полей в линейной, однородной изотропной среде без дисперсии и потерь.***

Ответ:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

где $\vec{D}$ – вектор электрического смещения, $\vec{E}$ – вектор напряженности электрического поля, $\vec{B}$ – вектор магнитной индукции, $\vec{H}$ – вектор напряженности магнитного поля, ε, μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости, ε_0, μ_0 – диэлектрическая и магнитная постоянные.

NB! 3. ***Приведите волновое уравнение для вектора напряженности электрического поля в однородной среде при отсутствии источников.***

Ответ: $\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$, где $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$,$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. Уравнение описывает распространение электромагнитных волн со скоростью v в однородной среде с проницаемостями ε и μ при отсутствии источников ($\rho = 0$, $\vec{j} = 0$).

NB! 4. ***Приведите уравнение для вектора напряженности $\vec{E}$ электрического поля плоской бегущей монохроматической электромагнитной волны, распространяющейся в направлении оси z. Запишите связь между векторами напряженности электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{H}$ полей в этой волне.***

Ответ: Для плоской волны, распространяющейся вдоль оси z уравнение будет иметь вид:

$$E(z,t) = E_0 \cos(\omega t - kz + \varphi_0),$$

где E_0 - амплитуда колебаний, ω - угловая частота ($\omega = 2\pi\nu$), k - волновое число ($k = 2\pi/\lambda$), φ_0 - начальная фаза.

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H, \quad \vec{E} \perp \vec{H},$$

где ε, μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости, ε_0, μ_0 – диэлектрическая и магнитная постоянные.

5. ***Дайте определения волновой поверхности и волнового фронта.***

Ответ: **Волновая поверхность** – геометрическое место точек волны, в которых колебания совершаются в одинаковой фазе (синфазно). **Волновой фронт** – граница между возмущенной и не возмущенной областями среды.

6. ***Дайте определение волнового вектора.***

Ответ: Волновой вектор – вектор $\vec{k}$, направление которого перпендикулярно волновому фронту бегущей волны, а абсолютное значение равно волновому числу $|\vec{k}| = k = 2\pi/\lambda = \omega/v$, где ω – циклическая частота, v — скорость волны, λ – длина волны.

NB! 7. ***Дайте определение вектора Пойнтинга.***

Ответ: Вектора Пойнтинга – векторная физическая величина, характеризующая перенос энергии электромагнитной волной и равная плотности потока энергии электромагнитной волны. Вектор Пойнтинга равен векторному произведению напряжённости электрического поля $\vec{E}$ на напряжённость магнитного поля $\vec{H}$ электромагнитной волны $\vec{S} = \left[\vec{E}, \vec{H}\right]$

NB! 8. ***Дайте определение интенсивности электромагнитной волны.***

Ответ: Интенсивность электромагнитной волны – среднее по модулю значение плотности потока энергии за время, во много раз превышающее период колебаний: $I = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}\langle E^2\rangle$. Для монохроматической волны $I = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}\frac{E_0^2}{2}$, где E – напряжённость электрического поля, ε_0 – электрическая постоянная, ε – диэлектрическая проницаемость, μ_0 – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость, E_0 — амплитуда электрического вектора электромагнитной волны.

2. Основные понятия фотометрии

9. ***Дайте определение энергии излучения.***

Ответ: Энергия излучения – энергетическая фотометрическая величина, равная энергии, переносимой излучением.

10. ***Дайте определение потока излучения.***

Ответ: Поток излучения – энергетическая фотометрическая величина, равная отношению средней энергии $\langle Q_e\rangle$, переносимой излучением, ко времени переноса Δt, значительно превышающему период электромагнитных колебаний: $\Phi_e = \dfrac{\langle Q_e\rangle}{\Delta t}$.

11. ***Дайте определение энергетической силы излучения.***

Ответ: Энергетическая сила излучения – энергетическая фотометрическая величина, характеризующая пространственно-угловую плотность потока излучения. Количественно определяется отношением потока излучения $d\Phi_e$, распространяющегося от источника излучения, внутри малого телесного угла $d\Omega$, содержащего рассматриваемое направление, к этому углу: $I_e = \dfrac{d\Phi_e}{d\Omega}$.

12. ***Дайте определение энергетической светимости.***

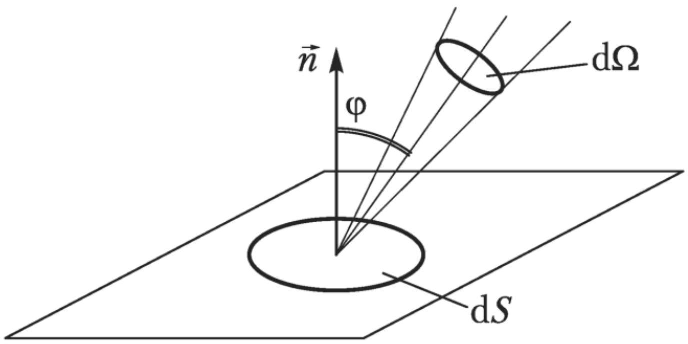
Ответ: Энергетическая светимость – энергетическая фотометрическая величина, характеризующая свечение точки поверхности и равная отношению среднего потока излучения Φ_e, исходящего (излучённого или отражённого) от элемента поверхности, который содержит данную точку, в полусферу (в телесный угол $\Omega = 2\pi$ ср), к площади ΔS этого элемента: $M_e = \dfrac{\langle\Phi_e\rangle}{\Delta S}$ или $M_e = \dfrac{d\Phi_e}{dS}$. Измеряется в Вт/м^2.

13. ***Дайте определение спектральной плотности энергетической светимости.***

Ответ: **Спектральная плотность энергетической светимости** по длине волны – энергетическая фотометрическая величина, равная отношению среднего значения энергетической светимости $\langle M_e \rangle$ в рассматриваемом узком интервале длин волн к ширине $\Delta\lambda$ этого интервала: $M_{e,\lambda} = \dfrac{\langle M_e \rangle}{\Delta\lambda}$ или $M_{e,\lambda} = \dfrac{dM_e}{d\lambda}$.

14. ***Дайте определение энергетической яркости.***

Ответ: **Энергетическая яркость** – энергетическая фотометрическая величина, характеризующая поверхностно-пространственную плотность потока излучения, испускаемого поверхностью: $L_e = \dfrac{d^2\Phi_e}{d\Omega dS \cos\varphi}$, где Φ_e – поток излучения, dS – площадь поверхности, излучающей в заданном направлении, $d\Omega$ – заполненный излучением элементарный телесный угол, φ – угол между перпендикуляром к участку dS и наблюдаемым направлением излучения.



Направление оси телесного угла $d\Omega$, в котором распространяется световой поток, излучаемый точкой на поверхности dS.

15. ***Дайте определение энергетической освещенности.***

Ответ: **Энергетическая освещенность** – энергетическая фотометрическая величина, характеризующая облучение в точке поверхности и равная отношению среднего потока излучения $\langle \Phi_e \rangle$, падающего на малый участок поверхности, который содержит данную точку, к площади ΔS этого участка: $E_e = \dfrac{\langle \Phi_e \rangle}{\Delta S}$ или $E_e = \dfrac{d\Phi_e}{dS}$.

3. Элементы геометрической оптики

NB! 16. ***Сформулируйте принцип Ферма.***

Ответ: **Принцип Ферма**: путь распространения реального луча света между двумя точками A и B есть такой путь, для прохождения которого свету требуется экстремальное время по сравнению с временем прохождения любых других путей между этими точками.

17. ***Дайте определения луча, точки падения и плоскости падения.***

Ответ: **Луч** – прямая, сонаправленная волновому вектору. Луч перпендикулярен волновому фронту. **Точка падения** – точка пересечения падающего луча с поверхностью раздела сред. **Плоскость падения** – плоскость, проходящая через падающий луч и перпендикулярная поверхности раздела сред в точке падения луча.

NB! 18. ***Сформулируйте закон прямолинейного распространения света.***

Ответ: Закон прямолинейного распространения света – в однородной среде свет распространяется вдоль прямой линии, перпендикулярной волновому фронту.

NB! 19. ***Сформулируйте закон отражения.***

Ответ: Закон отражения – падающий и отражённый лучи лежат в одной плоскости с нормалью к отражающей поверхности в точке падения; угол отражения равен углу падения.

NB! 20. ***Сформулируйте закон преломления.***

Ответ: Закон преломления – падающий и преломлённый лучи лежат в одной плоскости с нормалью к преломляющей поверхности в точке падения; закон Снелла: угол преломления α_2 связан с углом падения α_1 следующим соотношением: $n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$, где n_1 — абсолютный показатель преломления той среды, из которой свет падает на преломляющую поверхность; n_2 — абсолютный показатель преломления той среды, в которой свет преломляется. Углы падения и преломления отсчитываются от нормали к границе раздела.

21. ***Сформулируйте закон независимого распространения лучей.***

Ответ: Закон независимого распространения лучей – отдельные лучи не влияют друг на друга и распространяются независимо. Если в какой-либо точке два луча сходятся, то освещённости, создаваемые ими, складываются.

NB! 22. ***Сформулируйте закон полного внутреннего отражения.***

Ответ: Закон полного внутреннего отражения – отражение луча без его преломления при переходе света из оптически более плотной среды с показателем преломления n_1 в оптически менее плотную среду с показателем преломления $n_2 < n_1$. Полное внутреннее отражение наблюдается при углах падения, значения которых превышают предельный угол полного отражения, определяемый выражением: $\sin\alpha = \frac{n_2}{n_1}$.

23. ***Приведите формулы Френеля для амплитудных коэффициентов отражения r и пропускания t при нормальном падении света на границу раздела двух сред.***

Ответ:

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}, \quad t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2},$$

где n_1, n_2 – показатели преломления сред.

24. ***Дайте определение оптической системы.***

Ответ: Оптическая система – совокупность оптических деталей (линз, призм, зеркал и т. п.), скомбинированных между собой определённым образом для получения оптических изображений или для углового преобразования светового потока, идущего от источника света.

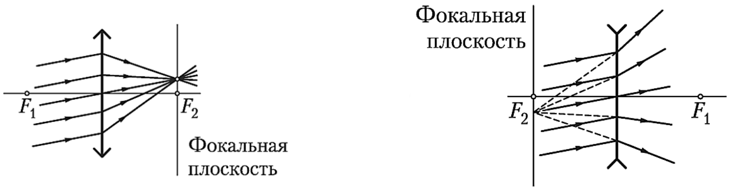
25. ***Дайте определение линзы.***

Ответ: Линза – Прозрачное тело, ограниченное двумя поверхностями, преломляющими световые лучи, способное формировать оптическое изображение предметов. По оптическим свойствам линзы делятся на собирающие и рассеивающие.

26. ***Дайте определения собирающей и рассеивающей линзам.***

Ответ: **Собирающая линза** – линза, которая преобразует параллельный пучок лучей в сходящийся.

Рассеивающая линза – линза, которая преобразует параллельный пучок лучей в расходящийся пучок



Собирающая и рассеивающая линзы.

27. ***Как определяется фокусное расстояние тонкой линзы?***

Ответ: Для тонкой линзы фокусное расстояние равно расстоянию от оптического центра до главного фокуса и, если показатели преломления сред по обе стороны линзы одинаковы, то оно рассчитывается по следующей формуле: $\dfrac{1}{f} = (n-1)\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)$, где n — относительный показатель преломления материала линзы; R_1, R_2 — радиусы кривизны сферических поверхностей линзы (если поверхность линзы выпуклая, то $R_i > 0$, если вогнутая, то $R_i < 0$, а если плоская, то $R = \infty$.

NB! 28. ***Приведите формулу тонкой линзы.***

Ответ: $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}$, где расстояние от предмета до линзы a всегда берётся со знаком “плюс”; расстояние от линзы до изображения b берётся со знаком “плюс” для действительного изображения и со знаком «минус» — для мнимого; фокусное расстояние f берётся со знаком «плюс» для собирающей линзы и со знаком «минус» для рассеивающей линзы.

NB! 29. ***Дайте определение оптической силы линзы.***

Ответ: **Оптическая сила линзы** – скалярная физическая величина, характеризующая преломляющую способность осесимметричных линз и систем таких линз и обратная фокусному расстоянию системы. Оптическая сила тонкой линзы, у которой поверхности одинаковые, равна отношению абсолютного показателя преломления среды n, окружающей линзу, к фокусному расстоянию f линзы: $\Phi = \dfrac{n}{f}$. Оптическая сила измеряется в диоптриях.

30. ***Дайте определение аберрации оптической системы.***

Ответ: **Аберрация оптической системы** – искажение изображения, формируемого оптической системой. Проявляется в том, что оптические изображения не вполне отчётливы, не точно соответствуют геометрии объектов или оказываются окрашенными. Виды аберраций: астигматизм, дисторсия, кома, сферическая аберрация, хроматическая аберрация.

4. Интерференция света

NB! 31. ***Дайте определение интерференции света.***

Ответ: Интерференция света – явление усиления или ослабления амплитуды (интенсивности) результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами складывающихся в пространстве двух (или нескольких) когерентных волн.

NB! 32. ***Чему равна интенсивность результирующей волны в рассматриваемой точке пространства при наложении двух когерентных гармонических волн одинаковой частоты при совпадении направлений поляризации колебаний в волнах?***

Ответ: $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi$, где I_1, I_2 — интенсивности интерферирующих волн; φ — разность фаз между колебаниями в рассматриваемой точке.

NB! 33. ***Дайте определение монохроматической волны.***

Ответ: Монохроматическая волна – гармоническая волна, имеющая строго фиксированную частоту колебаний (длину волны, волновое число).

NB! 34. ***Дайте определение когерентных волн.***

Ответ: Когерентные волны – волны, разность фаз которых постоянна во времени: $(\omega_2 t - k_2 x_2 + \varphi_{02}) - (\omega_1 t - k_1 x_1 + \varphi_{01}) = \text{const}$, где ω_1, ω_2 - частоты колебаний, k_1, k_2 - волновые числа, $\varphi_{01}, \varphi_{02}$ - начальные фазы. Для монохроматических когерентных волн $\omega_1 = \omega_2$.

NB! 35. ***Дайте определение времени когерентности.***

Ответ: Время когерентности – время, за которое изменение разности фаз волн, накладывающихся в данной точке пространства, не превышает π.

36. ***Дайте определение длины когерентности.***

Ответ: Длина когерентности – максимальная оптическая разность хода лучей, при которой ещё возможна интерференция; расстояние, на которое распространяется волна за время когерентности $\ell_{\text{ког}} = v\tau_{\text{ког}}$, , где v — скорость волны.

NB! 37. ***Дайте определение оптической разности хода и запишите связь оптической разности хода с разностью фаз.***

Ответ: Оптическая разность хода – физическая величина, равная разности оптических путей двух лучей. Разность фаз двух волн и оптическая разность хода связаны между собой следующим соотношением: $\varphi_1 - \varphi_2 = \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta$, $\varphi_1 - \varphi_2$ – разность фаз, Δ – оптическая разность хода.

38. ***Дайте определение видности интерференционной картины.***

Ответ: Видность интерференционной картины – количественная характеристика качества интерференционной картины, отражающая степень контрастности чередующихся светлых и тёмных полос (максимумов и минимумов). Видность определяется как отношение разности интенсивностей максимумов и минимумов к сумме этих интенсивностей: $V = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$, где I_{max} – интенсивность в максимуме интерференционной картины, I_{min} – интенсивность в минимуме интерференционной картины.

39. ***Дайте определение ширины интерференционной полосы. Чему равна ширина интерференционной полосы в опыте Юнга?***

Ответ: **Ширина интерференционной полосы** – расстояние между соседними интерференционными минимумами интенсивности. Ширина интерференционной полосы в опыте Юнга $\Delta = \dfrac{\ell}{d}\lambda_0$, где ℓ — расстояние от преграды с двумя отверстиями до экрана; d — расстояние между щелями; λ_0 — длина волны в вакууме. В среде следует брать $\lambda = \lambda_0/n$, где n – показатель преломления среды.

NB! 40. ***Приведите условие максимума интерференции через разность хода и разность фаз.***

Ответ: Разность хода Δ интерферирующих волн равна целому числу длин волн λ: $\Delta = m\lambda$. Разность фаз $\Delta\varphi$ интерферирующих волн равна четному числу π: $\Delta\varphi = 2m\pi$.

NB! 41. ***Приведите условие минимума интерференции через разность хода и разность фаз.***

Ответ: Разность хода Δ интерферирующих волн равна нечетному числу длин полуволн $\lambda/2$: $\Delta = (2m+1)\,\dfrac{\lambda}{2}$. Разность фаз $\Delta\varphi$ интерферирующих волн равна нечетному числу π: $\Delta\varphi = (2m+1)\,\pi$.

42. ***Дайте определение интерференционным полосам равной толщины.***

Ответ: **Интерференционные полосы равной толщины** – интерференционная картина, в которой каждая интерференционная полоса, соответствующая данному порядку интерференции, обусловлена светом, прошедшим через те места плёнки, где её оптическая толщина имеет одно и то же значение.

43. ***Дайте определение интерференционным полосам равного наклона.***

Ответ: **Интерференционные полосы равного наклона** – интерференционная картина, в которой каждая интерференционная полоса, соответствующая данному порядку интерференции, обусловлена светом, падающим на плоскопараллельную пластинку под определённым углом. Лучи, падающие на пластинку под разными углами падения, дают разные интерференционные полосы — каждой полосе соответствует свой угол падения.

44. ***Чему равна оптическая разность хода двух интерферирующих лучей при интерференции в тонких пленках?***

Ответ: $\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2}$, где n - показатель преломления материала пленки, α - угол падения лучей на пленку, h - толщина пленки. Добавка $\lambda/2$ учитывает потерю полуволны при отражении.

45. ***Дайте определение колец Ньютона.***

Ответ: **Кольца Ньютона** – интерференционная картина, которая наблюдается при интерференции лучей, прошедших (или отражённых) через оптическую систему, состоящую из выпуклой линзы, касающейся стеклянной пластины.

46. ***Приведите выражение для определения радиусов светлых колец Ньютона при плотном прилегании линзы к пластине.***

Ответ: $r_m = \sqrt{(2m+1)\dfrac{R\lambda}{2n}}$, где m — номер кольца, $m = 1, 2, 3, \ldots$; R — радиус кривизны линзы; n — показатель преломления среды между линзой и стеклянной пластинкой; λ — длина волны в вакууме.

47. ***Приведите выражение для определения радиусов темных колец Ньютона при плотном прилегании линзы к пластине.***

Ответ: $r_m = \sqrt{\dfrac{mR\lambda}{n}}$, где m — номер кольца, $m = 1, 2, 3, \ldots$; R — радиус кривизны линзы; n — показатель преломления среды между линзой и стеклянной пластинкой; λ — длина волны в вакууме.

5. Дифракция света

NB! 48. ***Дайте определение дифракции света.***

Ответ: **Дифракция света** – совокупность явлений, связанных с поведением волны на неоднородностях среды, в которой волна распространяется. Явление огибания волнами препятствий, встречающихся на их пути, или в более широком смысле — любое отклонение от законов геометрической оптики при распространении волн.

NB! 49. ***Сформулируйте принцип Гюйгенса.***

Ответ: **Принцип Гюйгенса** – каждая точка, до которой дошла волна, является центром вторичных сферических волн; для определения волнового фронта распространяющейся волны в последующие моменты времени достаточно построить огибающую этих вторичных сферических волн.

NB! 50. ***Сформулируйте принцип Гюйгенса-Френеля.***

Ответ: **Принцип Гюйгенса-Френеля** – возмущение в некоторой точке можно рассматривать как результат интерференции элементарных вторичных когерентных волн, излучаемых каждой точкой некоторой волновой поверхности. Интерференция когерентных вторичных волн препятствует возникновению обратных по направлению вторичных волн.

51. ***Дайте определение дифракционной картины.***

Ответ: **Дифракционная картина** – результат интерференции волн, испускаемых бесконечным числом вторичных источников.

NB! 52. ***Что называется дифракцией Френеля?***

Ответ: **Дифракцией Френеля** называют такие дифракционные задачи, в которых нельзя пренебрегать кривизной волновых поверхностей падающей и дифрагировавшей волн (либо только дифрагировавшей волны).

53. ***Дайте определение зоны Френеля.***

Ответ: **Зона Френеля** – область волнового фронта, такая, что разность фаз волн, испускаемых вторичными источниками на границах этой области, равна π (разность хода $\lambda/2$). Излучение от соседних зон Френеля взаимно гасится.

54. ***Приведите выражения для определения радиусов зон Френеля в случае сферической и плоской волн.***

Ответ: Для сферической волны радиус зоны с номером m: $r_m = \sqrt{\dfrac{ab}{a+b} m\lambda}$. Для плоской волны: $r_m = \sqrt{bm\lambda}$, где a — расстояние от источника до волновой поверхности, b — расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения

NB! 55. ***Дайте определение дифракции Фраунгофера.***

Ответ: **Дифракция Фраунгофера** – дифракция плоских волн (кривизной волнового фронта можно пренебречь). Источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, на котором происходит дифракция.

NB! 56. ***Приведите условие минимумов при дифракции света на щели (дифракция Фраунгофера).***

Ответ: $b \sin\varphi = m\lambda$, где φ — угол дифракции, отсчитываемый от внешней нормали к фронту падающей волны, b — ширина щели, m - порядок дифракции.

NB! 57. ***Приведите условие максимумов при дифракции света на щели (дифракция Фраунгофера).***

Ответ: $b \sin\varphi = (2m+1)\dfrac{\lambda}{2}$, где φ — угол дифракции, отсчитываемый от внешней нормали к фронту падающей волны, b — ширина щели, m - порядок дифракции.

58. ***Приведите распределение интенсивностей при дифракции Фраунгофера на узкой длинной щели.***

Ответ: $I(\varphi) = I_0 \dfrac{\sin^2\left(\dfrac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\left(\dfrac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)^2}$, где φ — угол дифракции, отсчитываемый от внешней нормали к фронту падающей волны, b — ширина щели, I_0 — интенсивность в центре дифракционной картины.

NB! 59. ***Что называют дифракционной решеткой?***

Ответ: **Дифракционная решетка** – оптический прибор, представляющий собой систему из большого числа регулярно расположенных параллельных равноотстоящих щелей в преграде или штрихов, нанесённых на оптическую поверхность.

NB! 60. ***Приведите условие главных дифракционных максимумов при нормальном падении лучей на дифракционную решетку.***

Ответ: $d \sin\varphi = m\lambda$, где d — период дифракционной решетки; φ — угол между нормалью к дифракционной решетки и направлением на максимум; m — порядок дифракционного максимума

61. ***Приведите условие побочных дифракционных минимумов при нормальном падении лучей на дифракционную решетку.***

Ответ: $d \sin\varphi = \pm\dfrac{k}{N}\lambda$, где d — период дифракционной решетки; φ — угол между нормалью к дифракционной решетки и направлением на минимум, $k = 1, \ldots, N-1$ - целое число, N — полное число штрихов (периодов) решётки.

62. ***Приведите выражение, описывающее распределение интенсивности света при дифракции Фраунгофера на одномерной дифракционной решетке.***

Ответ: $I = I_0 \dfrac{\sin^2\gamma}{\gamma^2}\dfrac{\sin^2 N\beta}{\sin^2\beta}$, где $\gamma = \dfrac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}$, $\beta = \dfrac{\pi d \sin\varphi}{\lambda}$, I — интенсивность, создаваемая дифракционной решеткой в точке, положение которой определяется значением угла φ; I_0 — интенсивность, создаваемая одной щелью в середине дифракционной картины, φ — угол между нормалью к дифракционной решетке и направлением на точку наблюдения; b — ширина одной щели; d — период дифракционной решетки.

NB! 63. ***Сформулируйте критерий Рэлея.***

Ответ: Критерий Рэлея – изображение двух одинаковых точечных источников света ещё можно видеть раздельно, если центральный максимум дифракционной картины от одного источника совпадает с минимумом первого порядка дифракционной картины от второго источника.

64. ***Приведите критерий Рэлея для оптической системы с круглой диафрагмой в случае когерентного излучения источников.***

Ответ:

$$\frac{d}{\ell} = \frac{1.22\lambda}{D},$$

где d – расстояние между источниками излучения; ℓ – удаление источников от оптической системы; λ – длина волны света; D – диаметр диафрагмы; 1.22 – численный фактор для круглой апертуры.

65. ***Дайте определение разрешающей способности оптического прибора.***

Ответ: Разрешающая способность оптического прибора – способность спектрального прибора раздельно давать изображение двух близких спектральных линий. Количественно оценивается величиной: $R = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}$, где $\Delta\lambda$ — абсолютное значение минимальной разности длин волн двух ближайших спектральных линий, при которой эти линии регистрируются раздельно.

66. ***Дайте определение углового разрешения.***

Ответ: Угловое разрешение – угловое расстояние между двумя точками, при уменьшении которого их изображения сливаются и перестают быть различимыми.

67. ***Дайте определение угловой дисперсии.***

Ответ: Угловая дисперсия – физическая величина, показывающая, на какой угол $d\varphi$ веществом или спектральным оптическим прибором будут разведены две волны с длинами волн, отличающимися на $d\lambda$. Количественная характеристика: $D = \dfrac{d\varphi}{d\lambda}$. Для дифракционной решетки $D = \dfrac{m}{d\cos\varphi}$, где d – период дифракционной решетки, m – порядок спектра, φ – угол дифракции.

68. ***Дайте определение предела разрешения оптического прибора.***

Ответ: Предел разрешения оптического прибора – наибольшее линейное (угловое) расстояние между двумя точками, меньше которого их изображения сливаются и перестают быть различимыми. Угловой предел: $\Delta\varphi = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$, линейный предел: $\delta = 1.22\dfrac{\lambda f}{D}$, где D — диаметр входного зрачка оптической системы, f — фокусное расстояние.

NB! 69. ***Приведите выражение для разрешающей способности дифракционной решётки.***

Ответ: $R = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$, где $\Delta\lambda$ — минимальная разность длин волн линий, видимых раздельно при разложении света в спектр на данной дифракционной решётке; m — порядок спектра; N — число штрихов (щелей) решётки.

6. Поляризация света

NB! 70. ***Дайте определение понятия поляризации света.***

Ответ: **Поляризация света** – это характеристика электромагнитной волны, описывающая ориентацию и закон изменения во времени вектора электрического поля $\vec{E}$ в плоскости, перпендикулярной направлению распространения данной волны.

NB! 71. ***Дайте определение естественного света.***

Ответ: **Естественный свет** – световая волна, у которой электрический и магнитный векторы быстро и беспорядочно изменяют направления колебаний, причём все направления колебаний перпендикулярны световым лучам и равноправны.

72. ***Дайте определение частично поляризованного света.***

Ответ: **Частично поляризованный свет** – световая волна, у которой одно из направлений колебаний электрического вектора оказывается преимущественным, но не исключительным. Частично поляризованный свет можно рассматривать как смесь естественного света и полностью поляризованного света или как свет, у которого две взаимно перпендикулярные компоненты (проекции) электрического вектора совершают колебания с изменяющейся во времени разностью фаз.

73. ***Дайте определение степени поляризации света.***

Ответ: **Степень поляризации света** – скалярная физическая величина, характеризующая меру поляризации частично поляризованного света и равная отношению интенсивности поляризованной составляющей оптического излучения I_P к полной его интенсивности

$$P = \frac{I_P}{I_P + I_E}$$

где I_E – интенсивность естественной составляющей оптического излучения.

NB! 74. ***Дайте определение линейно поляризованного света.***

Ответ: **Линейно поляризованный свет** – световая волна, у которой электрический вектор в произвольной точке луча совершает колебания в определённом направлении, фиксированном в пространстве, а проекция конца электрического вектора на плоскость, перпендикулярную направлению распространения волны, движется по прямой. Линейно поляризованный свет является полностью поляризованным светом.

75. ***Дайте определение эллиптически поляризованного света.***

Ответ: **Эллиптически поляризованный свет** – световая волна, у которой электрический вектор упорядоченно движется в пространстве таким образом, что проекция конца электрического вектора на плоскость, перпендикулярную направлению распространения волны, описывает эллипс. Эллиптически поляризованный свет является полностью поляризованным светом.

76. ***Дайте определение идеального поляризатора.***

Ответ: Идеальный поляризатор – устройство, способное поляризовать или изменять поляризацию волны. Поляризатор свободно пропускает волны, у которых колебания параллельны вполне определённой плоскости. Эту плоскость называют главной плоскостью поляризатора.

NB! 77. ***Сформулируйте закон Малюса.***

Ответ: Закон Малюса: – интенсивность линейно поляризованного света после его прохождения через поляризатор пропорциональна квадрату косинуса угла φ между плоскостями поляризации падающего света и поляризатора: $I = I_0 \cos^2 \varphi$, где I – интенсивность света, прошедшего через поляризатор; I_0 — интенсивность поляризованного света, падающего на поляризатор, φ – угол между плоскостью поляризации падающей волны и главной плоскостью поляризатора.

78. ***Дайте определение оптической анизотропии.***

Ответ: Оптическая анизотропия – различие оптических свойств среды в зависимости от направления распространения в ней оптического излучения (света) и его поляризации. Оптическая анизотропия проявляется в двойном лучепреломлении, изменении эллиптичности поляризации света и во вращении плоскости поляризации, происходящем в оптически активных веществах.

79. ***Дайте определение двойного лучепреломления.***

Ответ: Двойное лучепреломление – разделение одного светового луча на два при прохождении через оптически анизотропную среду. Появляющиеся два луча линейно поляризованы, причём во взаимно перпендикулярных плоскостях. Один из лучей называют обыкновенным, а другой – необыкновенным.

80. ***Дайте определение обыкновенного луча.***

Ответ: Обыкновенный луч – луч, образующийся при двойном лучепреломлении в одноосном кристалле и подчиняющийся обычным законам преломления. Обыкновенный луч лежит в плоскости падения и удовлетворяет закону Снеллиуса. Обыкновенный луч линейно поляризован, электрический вектор обыкновенного луча направлен перпендикулярно главной плоскости кристалла.

81. ***Дайте определение необыкновенного луча.***

Ответ: Необыкновенный луч – луч, образующийся при двойном лучепреломлении в одноосном кристалле и не подчиняющийся обычным законам преломления. Необыкновенный луч не лежит в плоскости падения и не удовлетворяет закону Снеллиуса. Необыкновенный луч линейно поляризован, его электрический вектор лежит в главной плоскости кристалла.

82. ***Дайте определения оптической оси и главной плоскости одноосного кристалла.***

Ответ: Оптическая ось кристалла – направление в кристалле, по которому луч света распространяется, не испытывая двойного лучепреломления. **Главная плоскость одноосного кристалла** – плоскость, проходящая через луч и пересекающую его оптическую ось кристалла.

83. ***Дайте определение фазовой (волновой пластинки).***

Ответ: Фазовая пластинка – это пластинка, вырезанная из двулучепреломляющего материала (анизотропного кристалла) так, что его оптическая ось лежит в плоскости пластины. Свет при этом распространяется перпендикулярно оптической оси. Полуволновые фазовые пластины используются для вращения плоскости поляризации линейно-поляризованного излучения. Четвертьволновые фазовые пластины служат для преобразования линейно-поляризованного излучения в циркулярно-поляризованное или эллиптически-поляризованного в линейное при фиксированной ориентации.

84. ***Дайте определение естественного вращения плоскости поляризации.***

Ответ: Вращение плоскости поляризации – поворот плоскости поляризации вокруг направления луча при прохождении линейно поляризованного света через оптически активное вещество. В оптически активных кристаллах и чистых жидкостях угол поворота плоскости поляризации φ пропорционален толщине ℓ слоя вещества, через который проходит свет: $\varphi = \alpha\ell$, где α – удельное вращение вещества (постоянная вращения вещества).

NB! 85. ***Дайте определение угла Брюстера.***

Ответ: Угол Брюстера – угол падения луча на границу раздела двух изотропных диэлектриков, при котором отражённый луч будет полностью линейно поляризован. Электрический вектор в отражённом луче в случае полной поляризации колеблется перпендикулярно к плоскости падения.

NB! 86. ***Приведите закон Брюстера.***

Ответ: Закон Брюстера – тангенс угла полной поляризации (угла Брюстера) равен относительному показателю преломления двух диэлектриков:

$$\mathrm{tg}\varphi_{\text{Бр}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

87. ***Дайте определение стопы Столетова.***

Ответ: Стопа Столетова – поляризационное устройство, состоящее из нескольких параллельных пластин из прозрачного диэлектрика. Свет падает на стопу под углом Брюстера; на поверхность каждой из пластин стопы он падает также под углом Брюстера и степень поляризации прошедшего света повышается от пластины к пластине.

7. Взаимодействие света с веществом

NB! 88. ***Дайте определение поглощения света.***

Ответ: Поглощение света – уменьшение энергии световой волны при её распространении в веществе. Поглощение света происходит вследствие преобразования энергии световой волны во внутреннюю энергию вещества.

NB! **89.** ***Приведите закон Бугера—Ламберта.***

Ответ: Закон Бугера-Ламберта: при линейном поглощении зависимость интенсивности света I в веществе от пути ℓ, пройденного световой волной в веществе

$$I = I_0 \mathbf{e}^{-\alpha\ell},$$

где I_0 — интенсивность света, падающего на поверхность вещества, α — линейный коэффициент поглощения.

NB! **90.** ***Дайте определение рассеяния света.***

Ответ: Рассеяние света – преобразование света веществом, сопровождающееся изменением направления распространения световой волны и проявляющееся как несобственное свечение вещества. Рассеяние света происходит в оптически неоднородной среде.

91. ***Дайте определение молекулярного рассеяния света.***

Ответ: Молекулярное рассеяние света – рассеяние, обусловлено флуктуациями плотности, возникающими в процессе хаотического теплового движения молекул.

92. ***Дайте определение рэлеевского рассеяния света.***

Ответ: Рэлеевское рассеяние света – рассеяние излучения на частицах или неоднородностях среды, размеры которых меньше длины волны излучения. Интенсивность рассеянного света:

$$I \sim \frac{I_0}{\lambda^4}\left(1+\cos^2\varphi\right),$$

где I_0 - интенсивность падающего света, λ - длина волны, φ - угол рассеяния.

NB! **93.** ***Дайте определение фазовой скорости.***

Ответ: Фазовая скорость – скорость распространения фазы гармонической волны в определённом направлении. У монохроматического излучения фазовая скорость совпадает со скоростью распространения волновой поверхности. $v_{\text{ф}} = \dfrac{\omega}{k}$, где k – волновое число; ω – циклическая частота колебаний.

NB! **94.** ***Дайте определение групповой скорости.***

Ответ: Групповая скорость – скорость распространения характерной точки на огибающей волнового пакета. Она совпадает со скоростью переноса энергии волновым пакетом. $v_{\text{гр}} = \dfrac{d\omega}{dk}$, где k – волновое число; ω – циклическая частота колебаний.

NB! **95.** ***Приведите связь между групповой и фазовой скоростями.***

Ответ:

$$v_{\text{гр}} = v_{\text{ф}} + k\frac{\partial v_{\text{ф}}}{\partial k},$$

где k – волновое число.

NB! **96.** ***Дайте определение нормальной дисперсии.***

Ответ: Нормальная дисперсия – явление, при котором показатель преломления вещества увеличивается с ростом частоты света (уменьшением длины волны): $\dfrac{dn}{d\lambda} < 0$. Нормальная дисперсия наблюдается в прозрачных средах.

97. ***Дайте определение аномальной дисперсии.***

Ответ: Аномальная дисперсия – явление, при котором показатель преломления вещества уменьшается с ростом частоты света (уменьшением длины волны): $\frac{dn}{d\lambda} > 0$. Наблюдается вблизи полос поглощения света.

NB! 98. ***Приведите выражение для давления, оказываемого светом при падении на поверхность.***

Ответ:

$$p = \frac{I}{v}\,(1+\rho)\cos^2\alpha = w\,(1+\rho)\cos^2\alpha,$$

где I – интенсивность волны; v – скорость волны; w – среднее значение объёмной плотности энергии волны; ρ – коэффициент отражения излучения; α – угол падения.