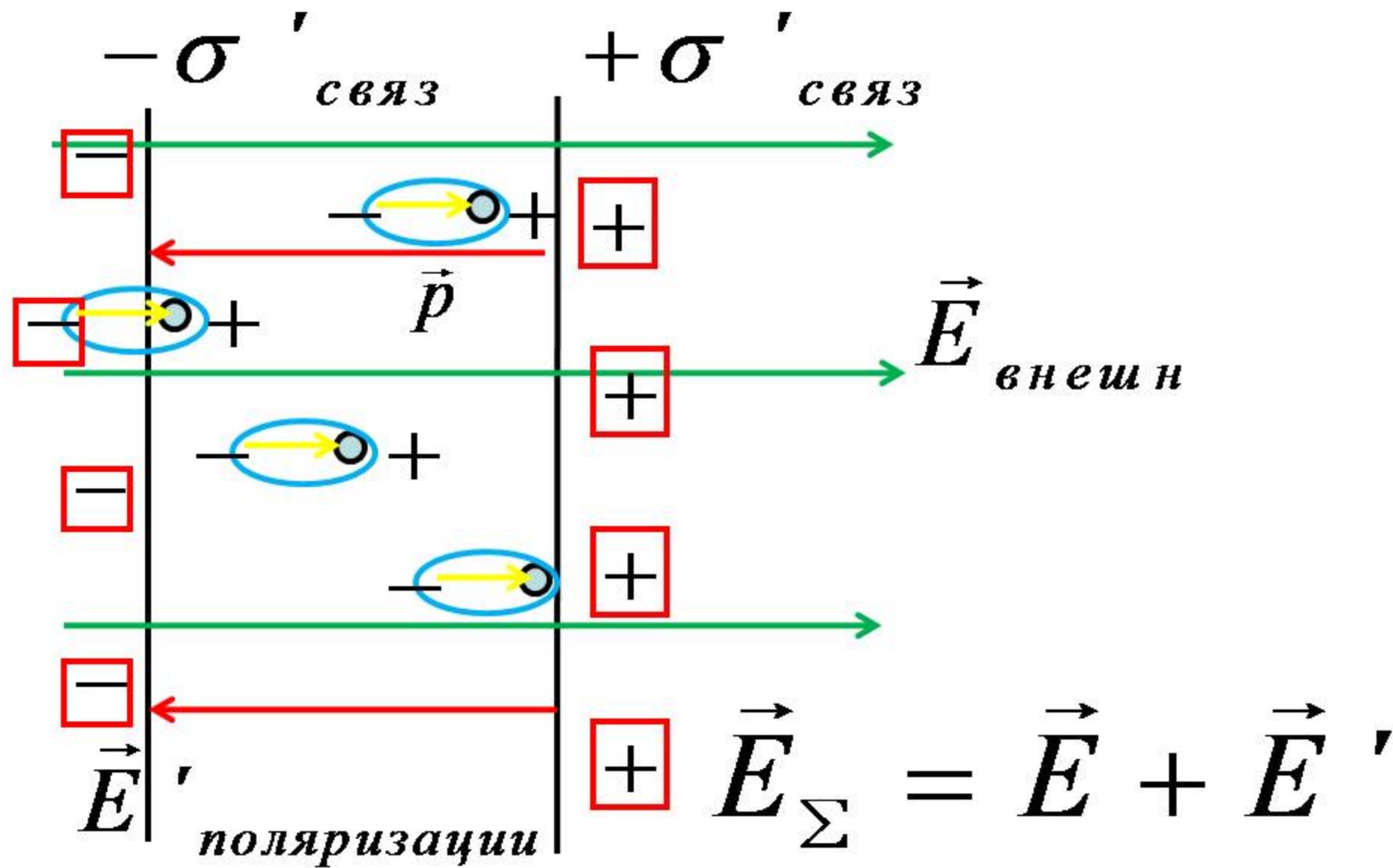


Диэлектрики и проводники в электрическом поле.

Лекция 5.

На прошлой лекции рассмотрели механизм поляризации диэлектрика, ввели физические величины, описывающие этот процесс.



Поле внутри диэлектрика равно сумме внешнего поля и поля поляризации

Вектор поляризации

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_i$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}_\Sigma$$

Теорема Гаусса для вектора поляризации

$$\oint_S \vec{P} dS = -q'_{\text{связ}}$$

Вектор электрической индукции

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \varepsilon_0 \vec{E}_\Sigma + \vec{P} = \\ &= \varepsilon_0 (1 + \varepsilon) \vec{E}_\Sigma = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}_\Sigma\end{aligned}$$

Теорема Гаусса для вектора $\vec{D}$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_{\text{своб}}$$

Пьезоэлектрики.

Прямой пьезоэлектрический эффект - возникновение электрической поляризации в кристалле в результате растяжения или сжатия.

Возникает, если

- 1) Ионные решётки кристалла при сжатии деформируются по-разному.***
- 2) Деформация однородная, но в кристалле есть полярные оси.***

Полярная ось. При повороте кристалла на 180° относительно оси, перпендикулярной к полярной, кристалл не совмещается сам с собой.

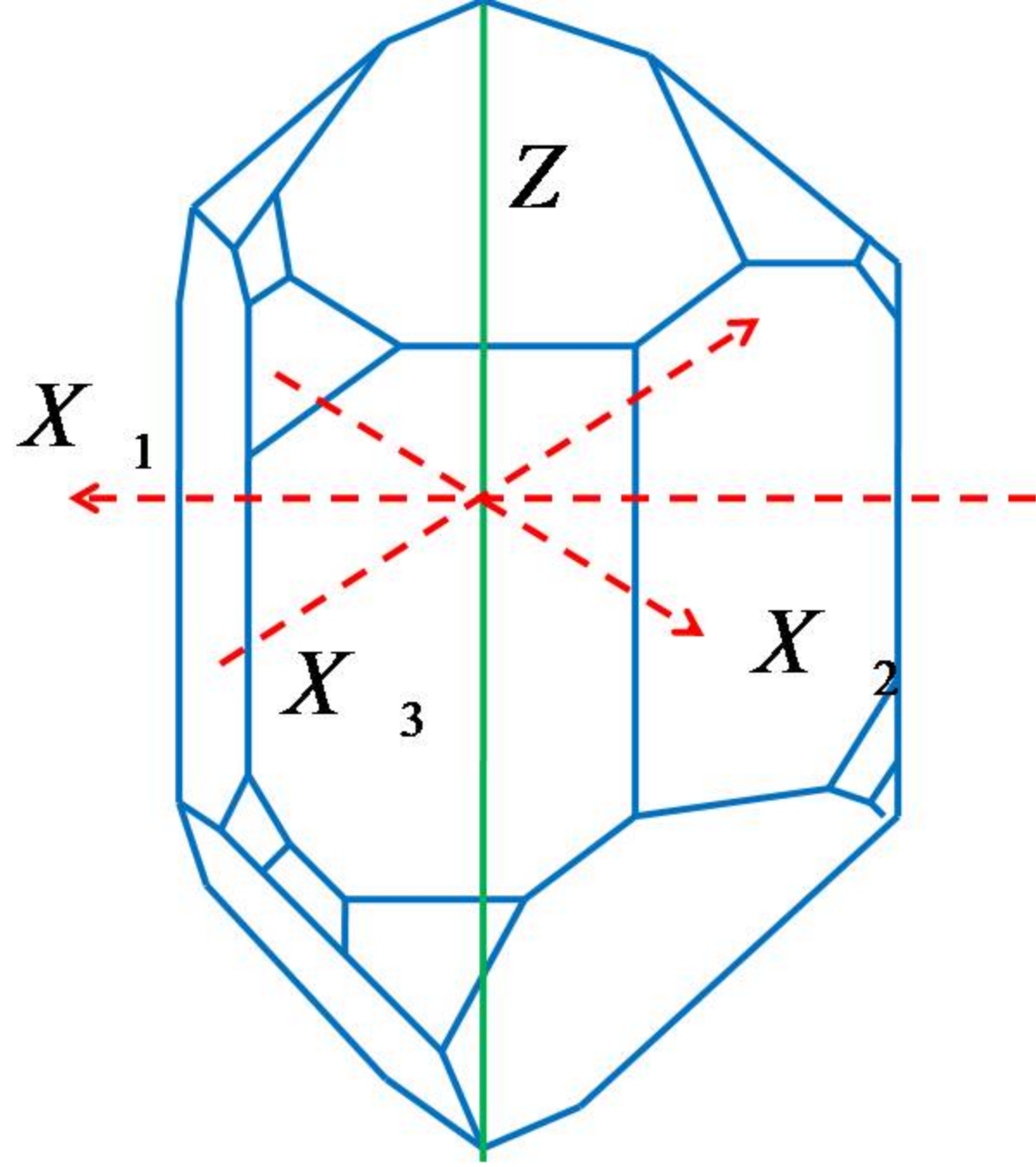
Появление зарядов на гранях при однородной деформации возможно, если в кристалле нет центра симметрии. Если кристалл поляризован, в нём есть выделенное направление – направление поляризации и центра симметрии быть не может. Из 32 кристаллических классов 20 обладают пьезоэлектрическими свойствами.

Рассмотрим пьезоэлектрический эффект на примере кристалла кварца.

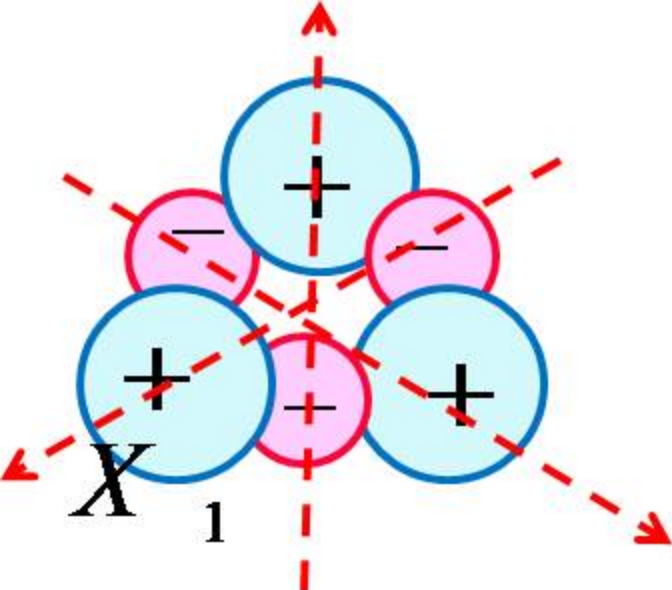
При н.у. кристалл кварца встречается в α -модификации, он относится к тригональной системе, имеет три полярных оси. Эти оси (X_1, X_2, X_3) соединяют противоположные, но не равнозначные грани шестигранной призмы.

Неравнозначность связана с наличием или отсутствием маленьких граней.

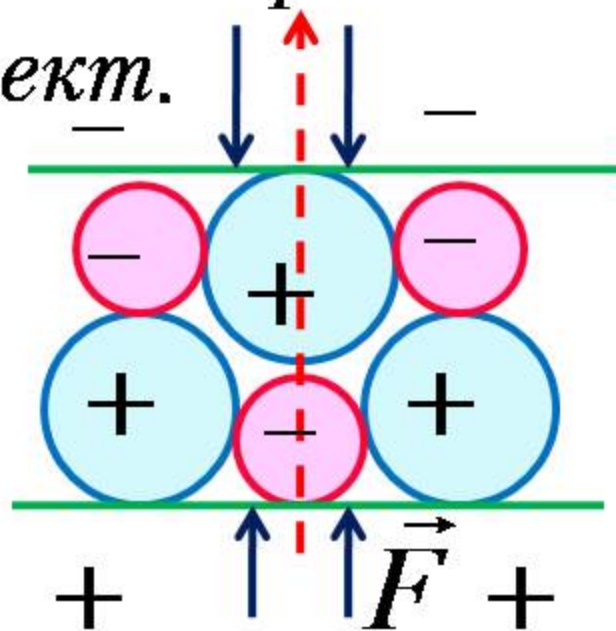
Ось Z -оптическая ось кристалла.



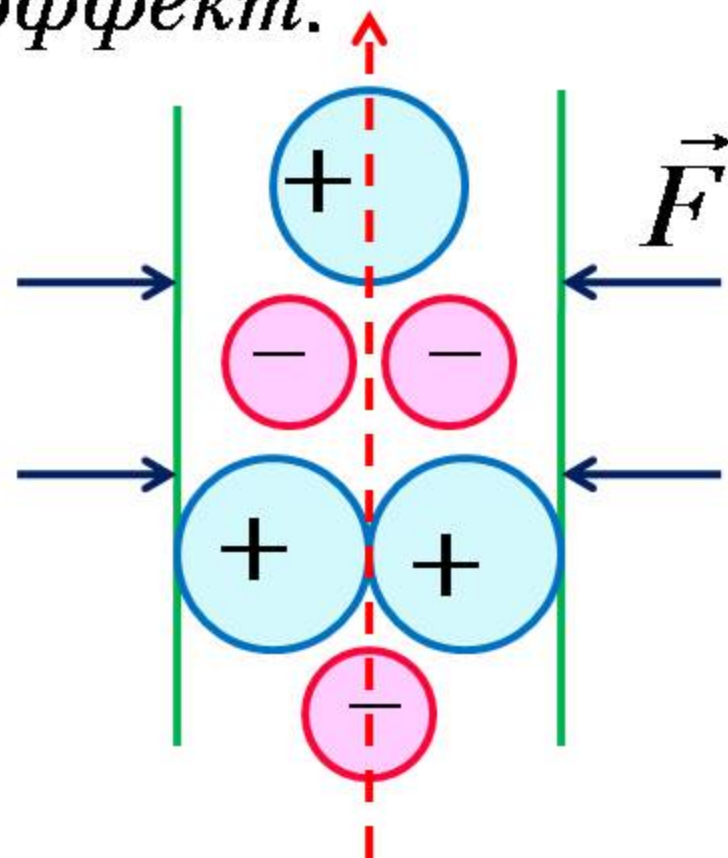
SiO_2



Продольный
пьезоэлектрический
эффект.



Поперечный
пьезоэлектрический
эффект.



*При напряжённости поля 3000 В/м
деформация пластинки сегнетовой соли 10^{-6}
см.*

Предложенная модель поясняет, что замена сжатия растяжением приводит к изменению знака электрических зарядов при пьезоэлектрическом эффекте. Поляризация пропорциональна деформации.

Обратный пьезоэлектрический эффект-
деформация кристалла под действием внешнего электрического поля.

Практическое использование пьезоэлектриков.

Пьезоэлектрические керамики используются в качестве датчиков давлений, деформации и вибрации, они широко применяются для создания малогабаритных микрофонов, элементов слуховых аппаратов, различных устройств для поджига, детонаторов для оружия.

Пироэлектрики.

У некоторых пьезоэлектрических кристаллов одна ионная решётка смещена относительно другой в состоянии равновесия. Кристалл оказывается поляризованным в отсутствие электрического поля. Это незаметно, так как ионы из воздуха оседают на грани кристалла. Под действием внешнего поля пироэлектрик поляризуется слабо, так как он уже сильно поляризован.

*Пироэлектрическими свойствами
обладают 10 из 32 кристаллических
классов (все пироэлектрики являются
ещё и пьезоэлектриками)*

При нагревании кристалла ионные решётки смещаются и на гранях кристалла возникают заряды противоположных знаков.

Самый распространённый пьезоэлектрик-турмалин.

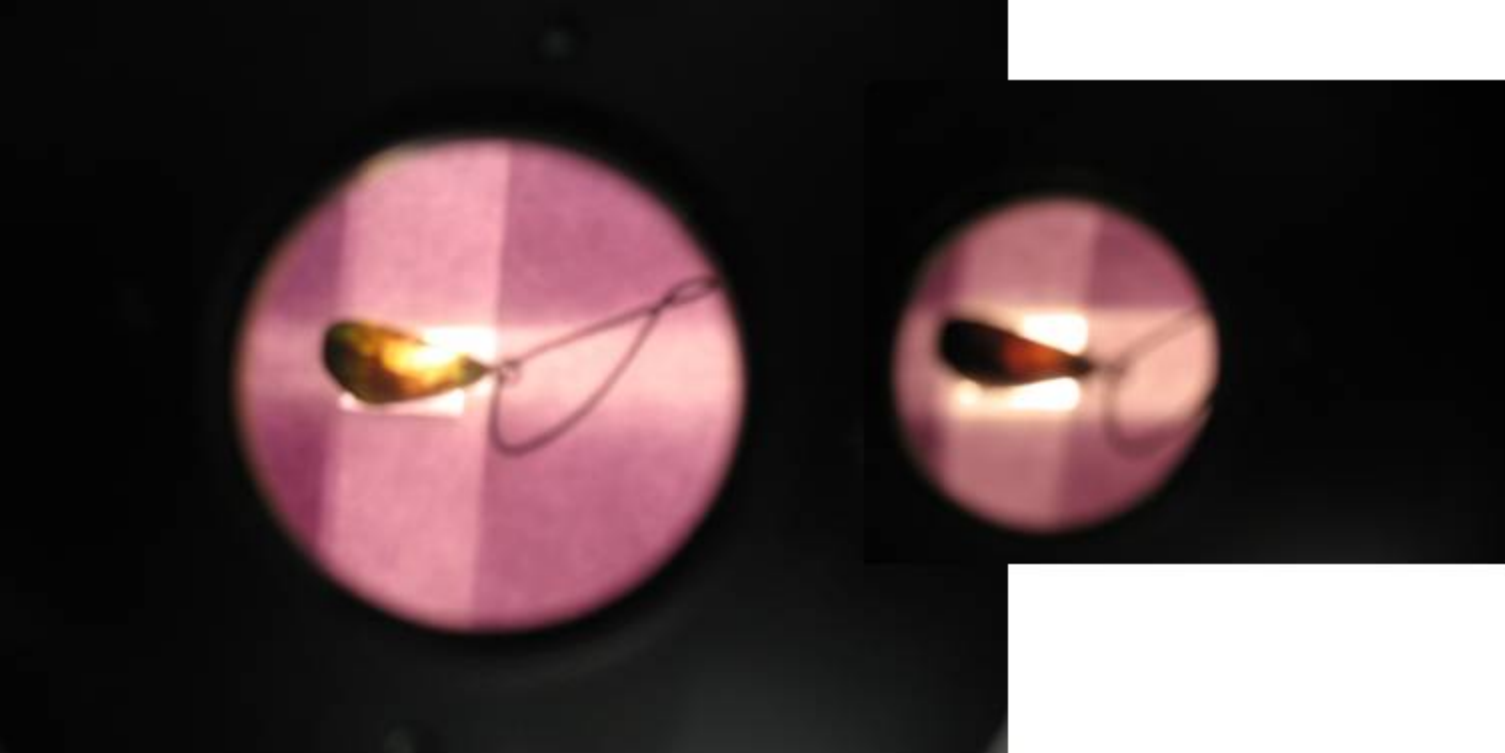
$$P = 10^{-4} \frac{K \cdot l}{m^2}$$

Обратный пьезоэлектрический эффект-нагревание кристалла под действием внешнего электрического поля.



Дихроизм турмалина





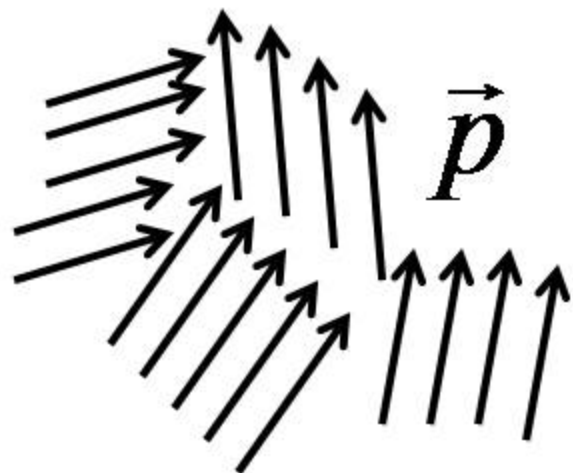
Турмалин поляризует проходящий свет.

Сегнетоэлектрики.

Группа веществ, которые могут обладать спонтанной (самопроизвольной) поляризованностью в отсутствие внешнего поля (при этом поляризация может быть изменена на противоположную сравнительно слабым полем). На границах этой области кристалл переходит в другие кристаллические модификации, в которых спонтанной поляризации нет.

Температура Кюри - температура, ниже которой сегнетоэлектрик спонтанно поляризован, а выше - нет.

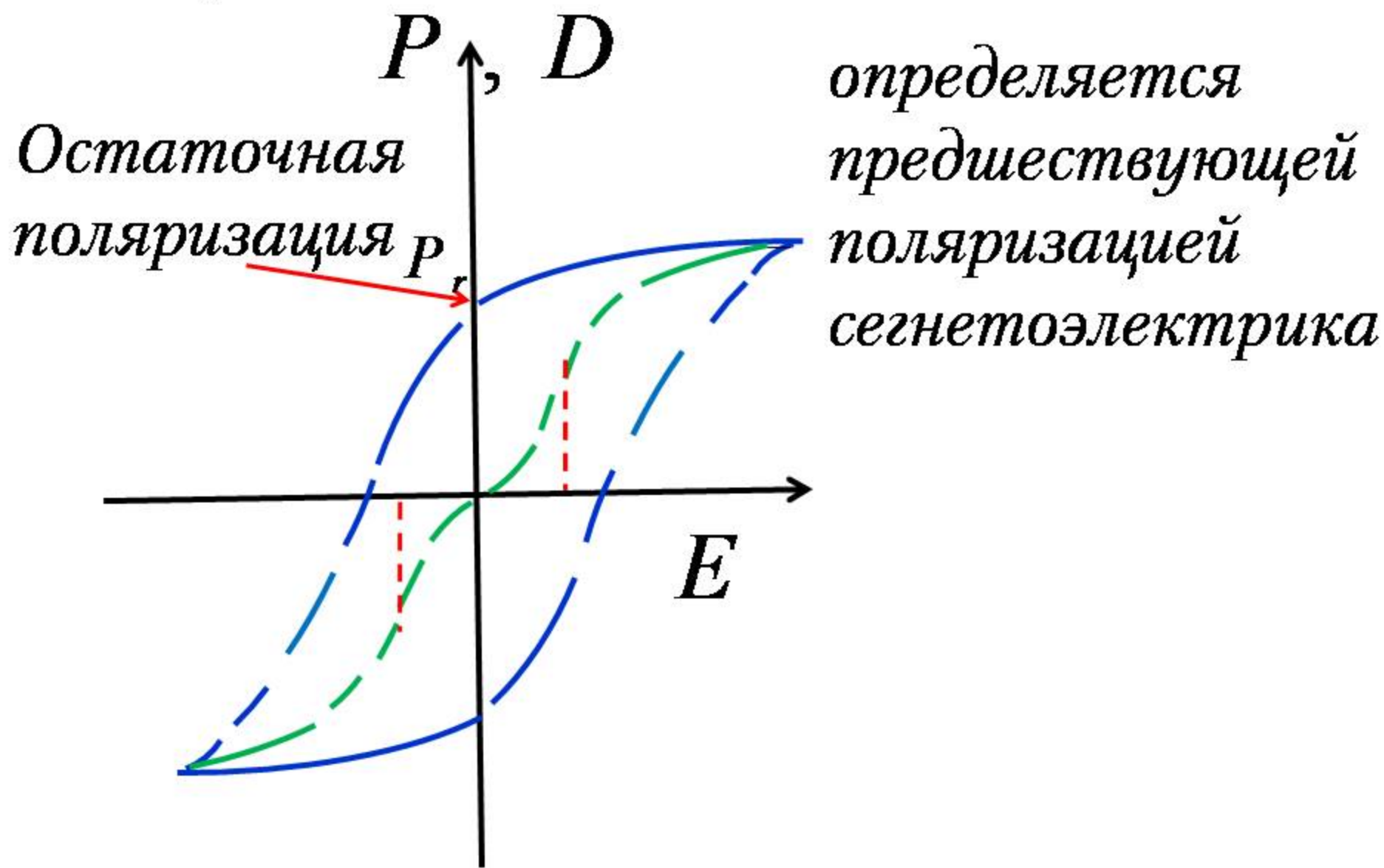
Сильная зависимость поляризации сегнетоэлектрика от внешнего поля объясняется его доменной структурой. Домены - области с различными направлениями вектора $\mathbf{P}$.



Под действием внешнего поля происходит частичная переориентация доменов и рост одних доменов за счёт других.

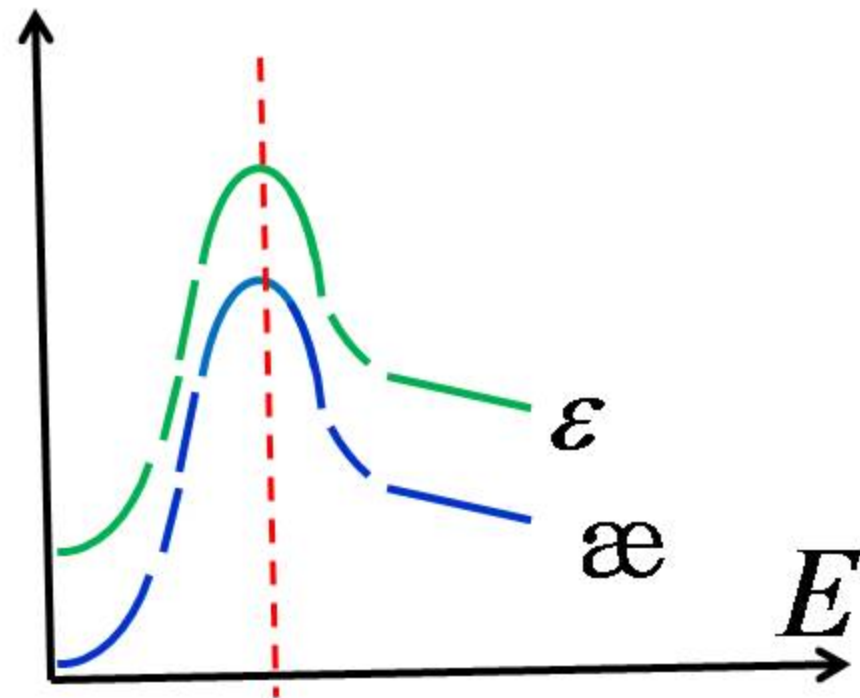
Зависимость P от E в сегнетоэлектрике носит сложный характер: процесс переориентации доменов происходит с запаздыванием, поляризация зависит не только от внешнего поля, но и от предшествующей поляризации сегнетоэлектрика.

Гистерезис- зависимость P и D от E



В момент, когда большинство доменов ориентируется по полю, диэлектрическая восприимчивость и диэлектрическая

проницаемость
достигают
максимума



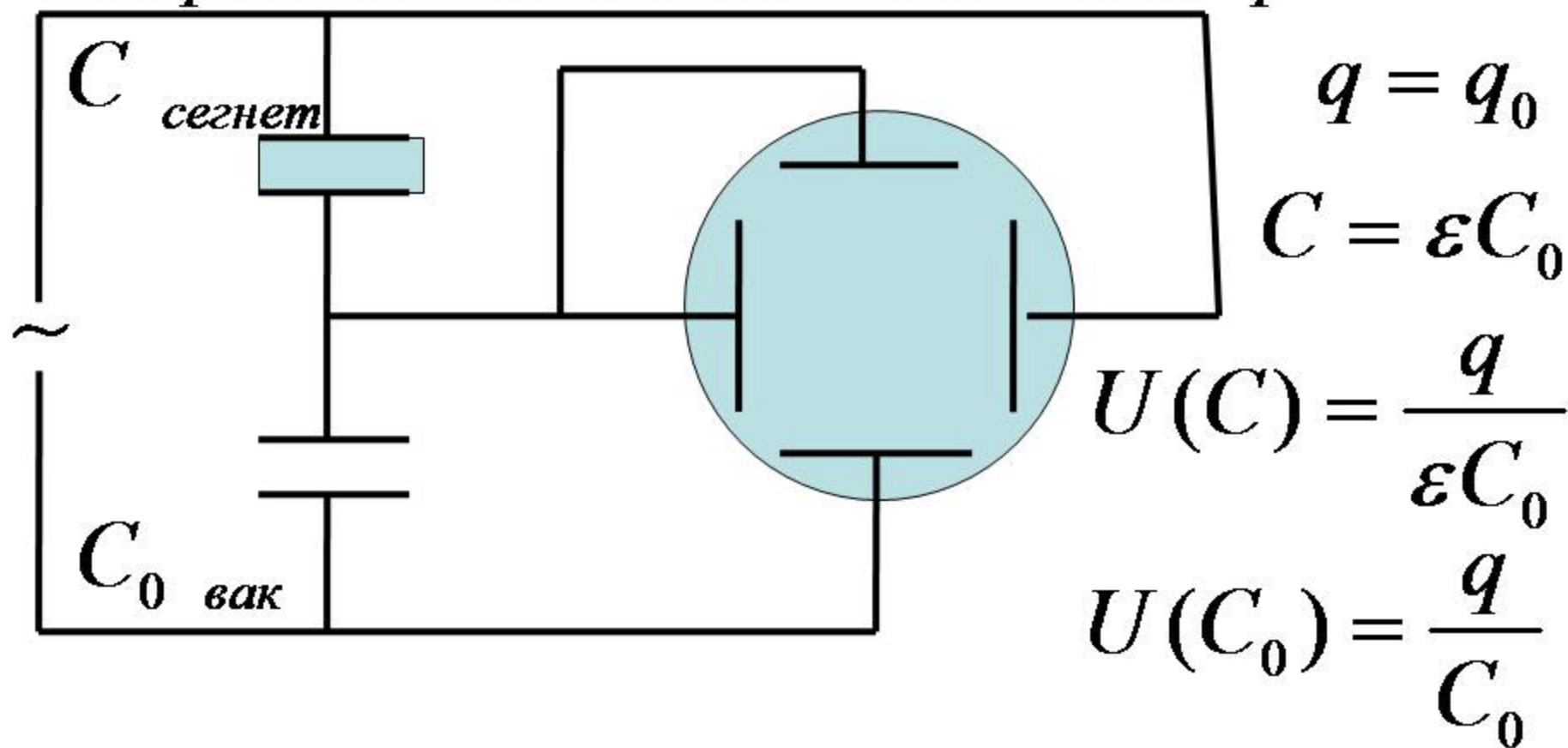
Для титаната бария

$$\epsilon = 6000$$

Для сегнетовой соли

$$\epsilon = 10\,000$$

Эксперимент по наблюдению гистерезиса.



$$U(C) \sim E$$

$$U(C_0) \sim D$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Практическое использование сегнетоэлектриков.

1. Вариконды- конденсаторы с переменной ёмкостью. Сильная зависимость $\epsilon(T, E)$

Коэффициент нелинейности

$$K = \frac{\epsilon_{\max}}{\epsilon_{\text{начальн}}} = \text{от } 4 \text{ до } 50$$

2. Умножители частот. Если подать на такой конденсатор синусоидальное напряжение, то ток на выходе будет содержать высшие гармоники, которые легко выделяются.

3. Сегнетополупроводники.

Сегнетоэлектрики легируют неодимом и марганцем, их проводимость становится такой, как у полупроводников. Но выше температуры Кюри она резко падает.

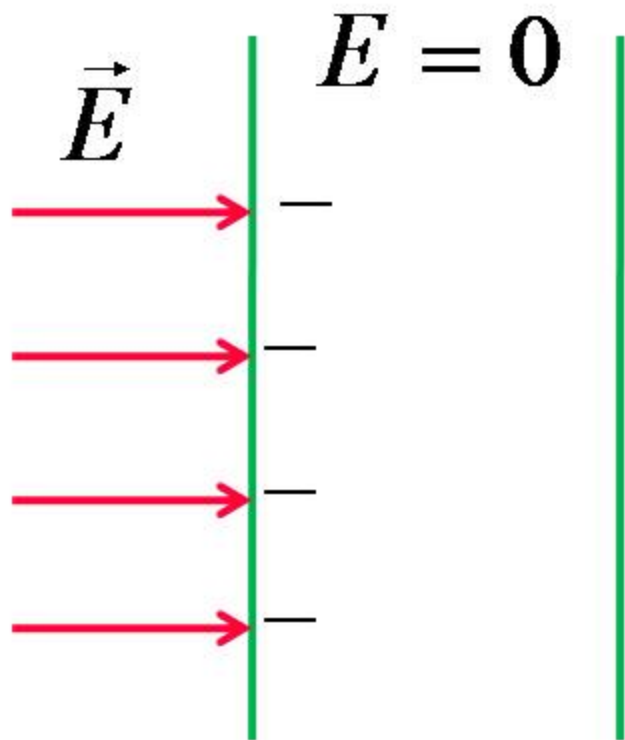
*Данное явление называется позисторным эффектом. **Позисторы** применяют как элементы теплового контроля в измерительной технике, пусковых системах, авторегулировке.*

4. Лазеры. Некоторые сегнетоэлектрики имеют выраженный **электрооптический эффект**. Он состоит в изменении показателя преломления среды из-за изменения внешнего электрического поля. Данные свойства используют для модуляции излучения лазеров.

4. В электронике в устройствах энергонезависимой памяти.

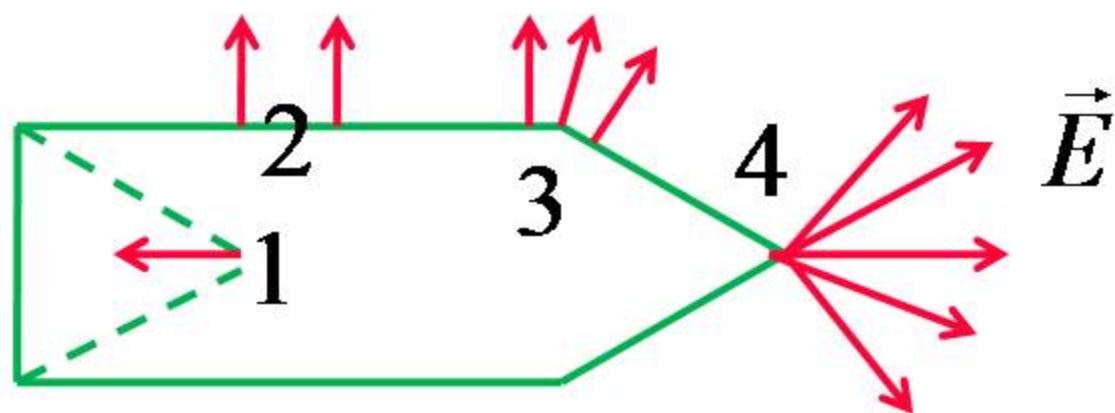
Поляризация в одну сторону-0, в другую-1. Особенно перспективным является использование тонких плёнок и решёток. Оказалось, что влияние соседних слоёв друг на друга убывает с ростом их числа. Поляризация вдоль слоя. Такие массивы квазидвумерных плоскостей используют для трёхмерной записи информации.

Проводники в электрическом поле.



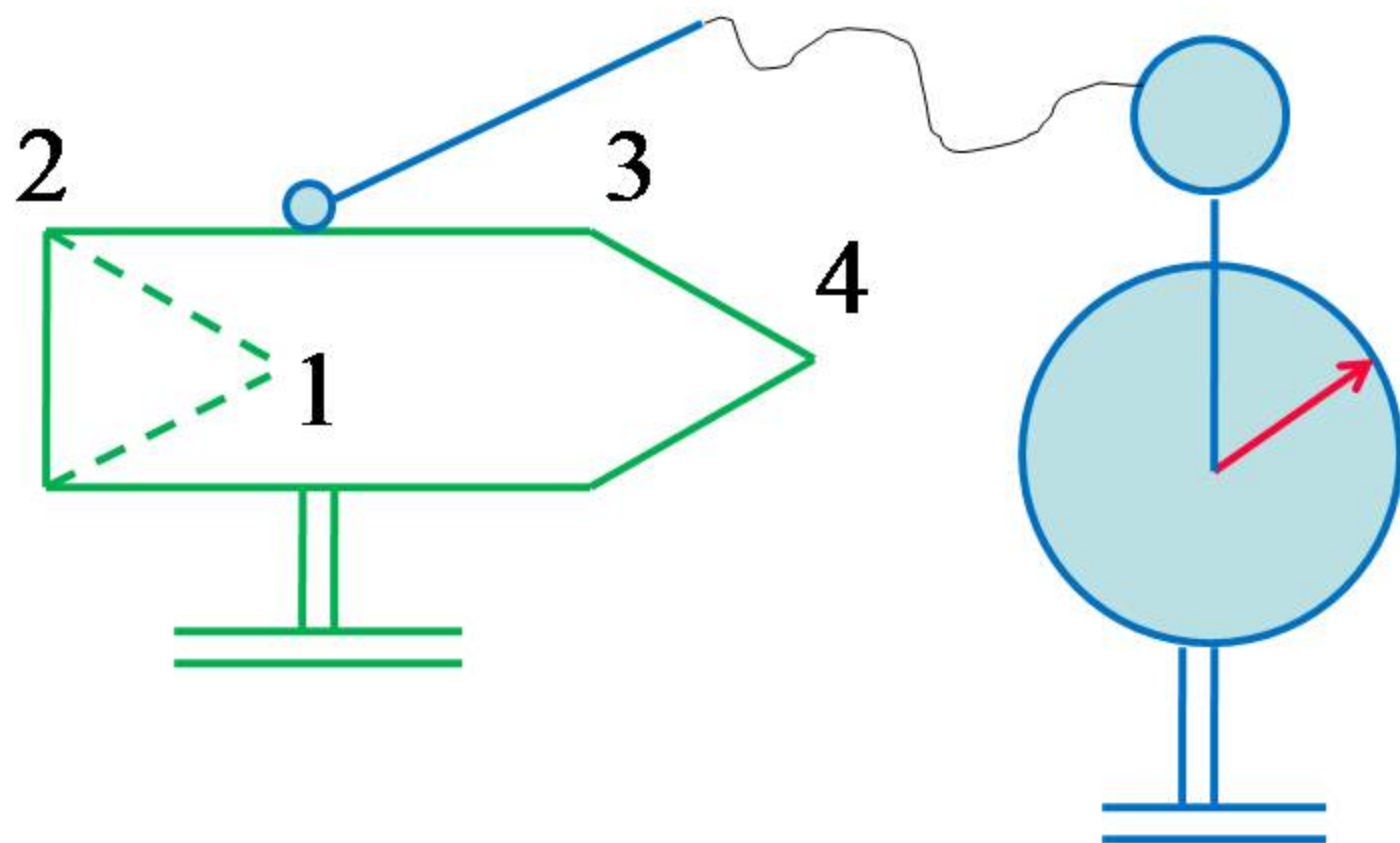
Если внести проводник в электрическое поле, то за доли секунды перемещение электронов обеспечит отсутствие поля во всех точках внутри металла. На поверхности возникнут индуцированные заряды.

Потенциал во всех точках проводника одинаков. Линии напряжённости электрического поля перпендикулярны к поверхности проводника. (Если бы это было не так, то под действием тангенциальной составляющей поля по поверхности проводника должен был течь ток.)



$$E_1 < E_2 < E_3 < E_4$$

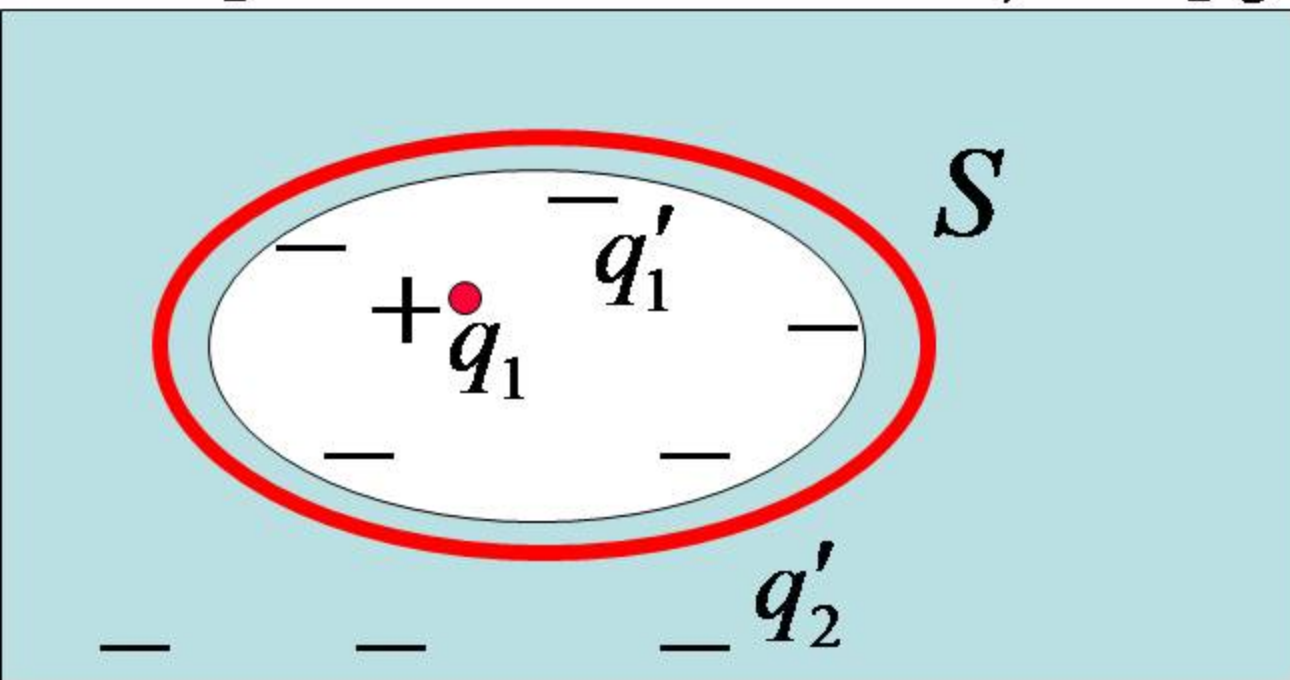
$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4$$



$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4$$

*При движении шарика показания
электрометра не меняются.*

Теорема Фарадея. Замкнутая проводящая оболочка S разделяет всё пространство на внешнюю и внутреннюю части в электрическом отношении совершенно не зависящие друг от друга.



Домашнее задание. (по фильму)

Подумайте, почему после восстановления электростатической защиты стрелка электрометра слегка отклоняется.

Решения принимаются в google-классе

Уравнения Пуассона и Лапласа.

Теорема Гаусса для
вектора $\vec{E}$.

Напряжённость и
потенциал связаны
уравнением.

$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = -\nabla \varphi$$

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Уравнение Пуассона.

$$\nabla^2 \varphi = 0$$

Уравнение Лапласа (для
области, где нет заряда)

Практическая задача.

В диэлектрической среде заданы расположение и форма всех проводников, известна диэлектрическая проницаемость среды между проводниками и объёмная плотность свободных зарядов во всех точках диэлектриков. Кроме того, известны заряды части проводников и потенциалы всех остальных проводников. Надо найти распределение потенциала во всём пространстве.

Необходимо, чтобы потенциал во всех точках пространства удовлетворял уравнению Пуассона или Лапласа, а на поверхности проводника принимал заданные значения.

Теорема единственности.

Основная задача электростатики имеет единственное решение. Если каким-то образом мы нашли решение, удовлетворяющее этим требованиям, то другого решения быть не может.

Метод изображений.

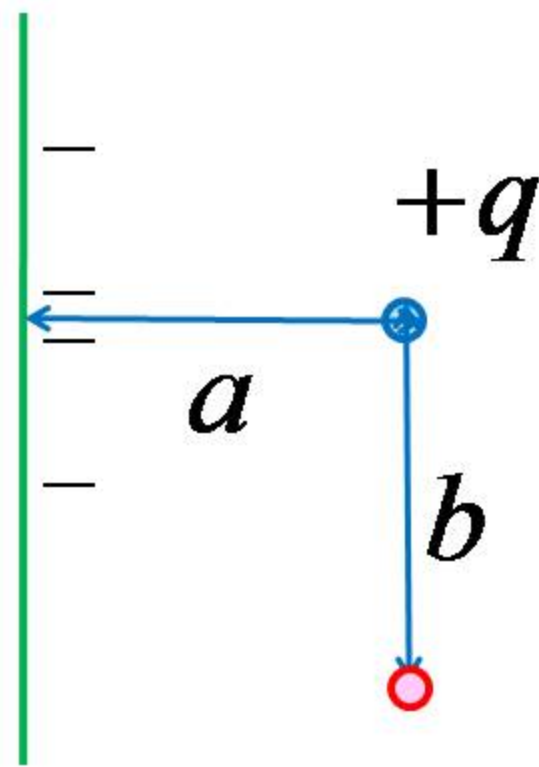
Если сложно вычислить поле и потенциал реального распределения зарядов, можно придумать другую конфигурацию зарядов, которая даст такое же распределение потенциала по поверхности проводников. В тех точках пространства, где есть поле, его напряжённость и потенциал можно будет вычислять как напряжённость и потенциал от новой конфигурации зарядов.

Пример 1. Точечный заряд $+q$ находится на расстоянии a от бесконечной проводящей плоскости. Вычислите напряжённость электрического поля в точке, находящейся на расстоянии a от плоскости и b от заряда.

Решение.

Поле реального заряда

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{b^2}$$



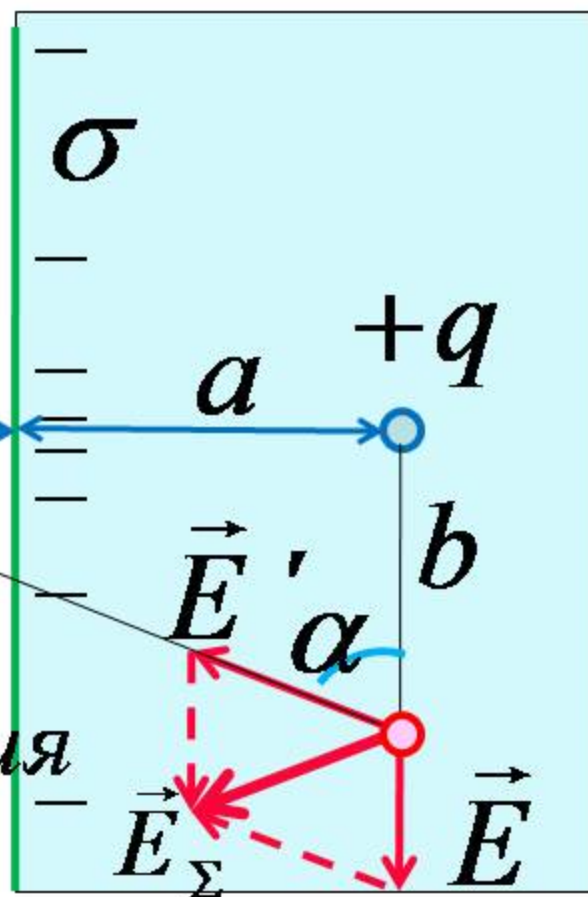
Поле заряда
отображения

$$E' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{(4a^2 + b^2)}$$

$$E_\Sigma = 0$$

$$q' = -q$$

Заряд
отображения

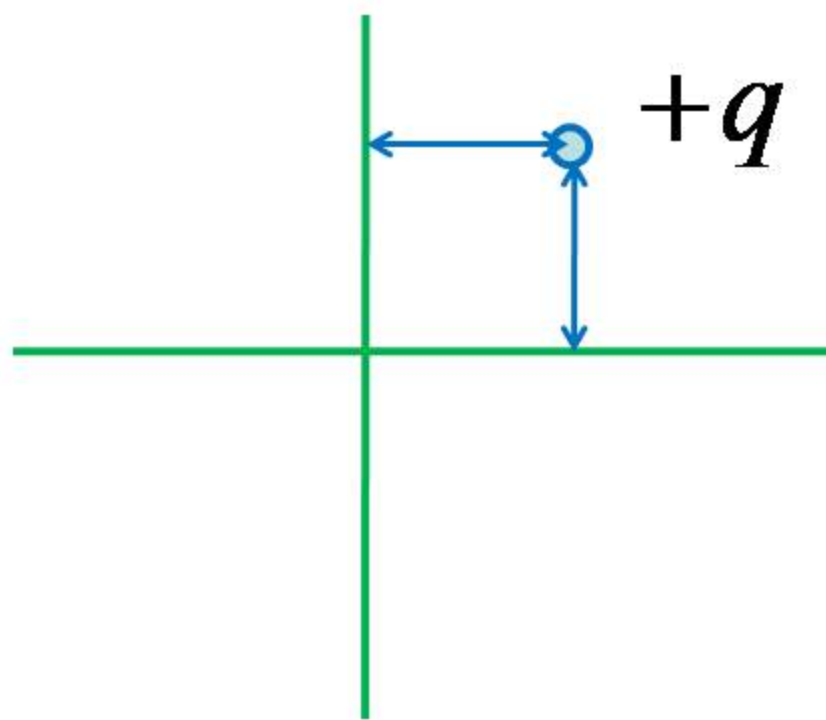


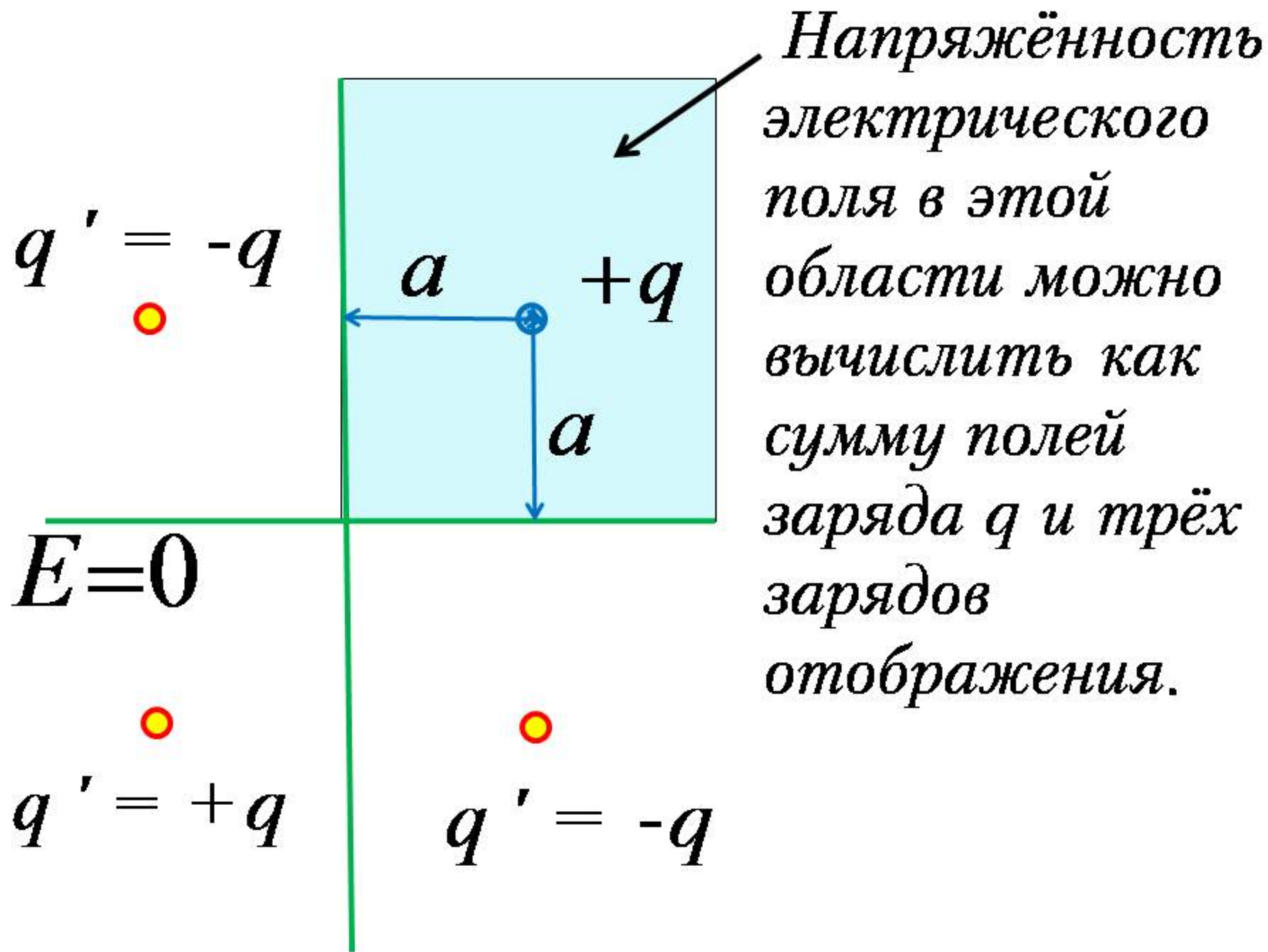
$$\vec{E}_\Sigma = \vec{E} + \vec{E}'$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{\sqrt{4a^2 + b^2}}$$

$$E_{\Sigma}^2 = E^2 + E'^2 + 2EE'\cos\alpha$$

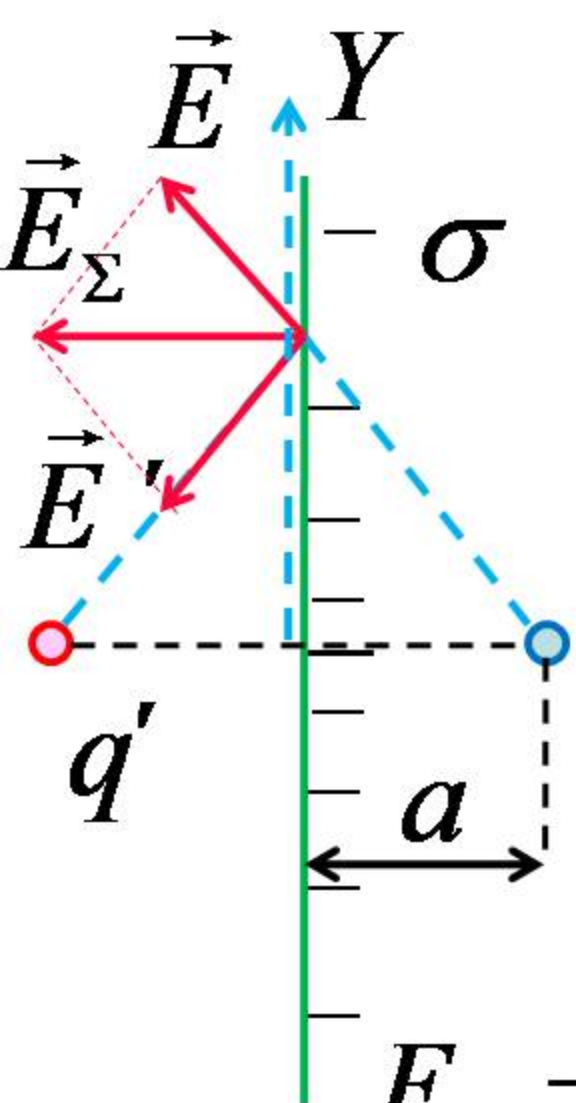
Пример 2. Две бесконечные плоскости пересекаются под прямым углом друг к другу. Точечный заряд $+q$ находится на расстоянии a от каждой из плоскостей. Найдите заряды отображения.





Примеры решения задач .

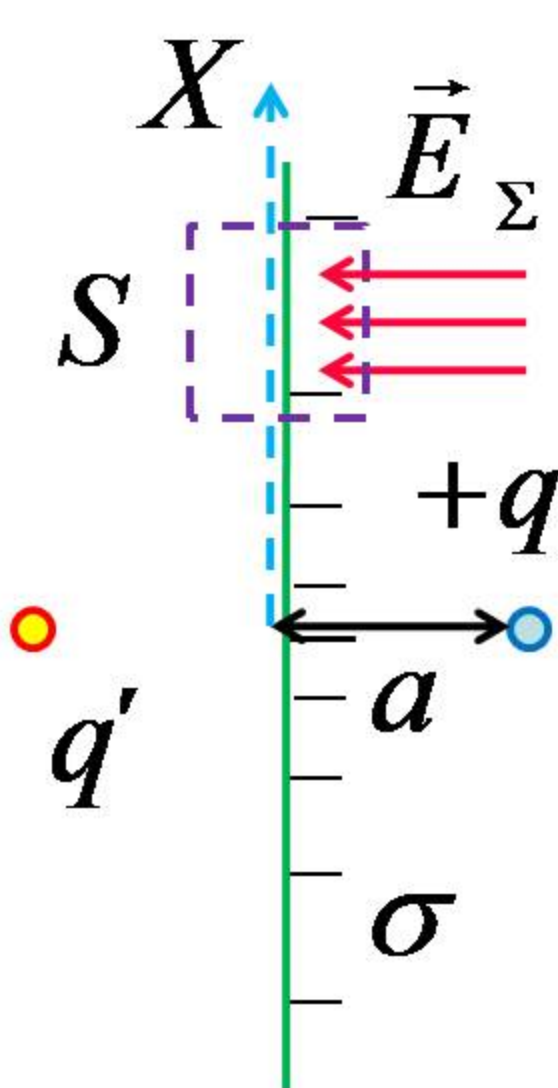
Пример 3. Точечный заряд $+q$ находится на расстоянии r от бесконечной проводящей плоскости. Вычислите поверхностную плотность индуцированных зарядов на поверхности металла. Какую работу совершат силы электрического поля при удалении заряда на большое расстояние от плоскости?



$$q' = -q$$

Напряжённость
электрического поля
можно вычислить как
сумму полей заряда q и
заряда отображения q' .

$$E_\Sigma = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} a \quad (1)$$



Запишем теорему Гаусса для вектора E . в качестве гауссовой поверхности выберем цилиндр, основания которого параллельны плоскости. Напряжённость электрического поля отлична от нуля только с одной стороны от плоскости.

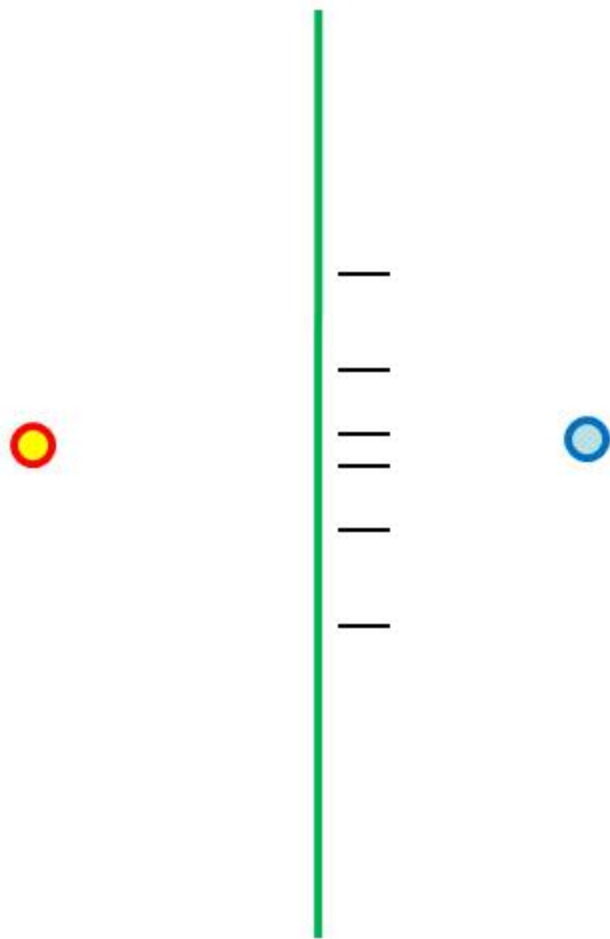
$$E_\Sigma S = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma S \quad (2)$$

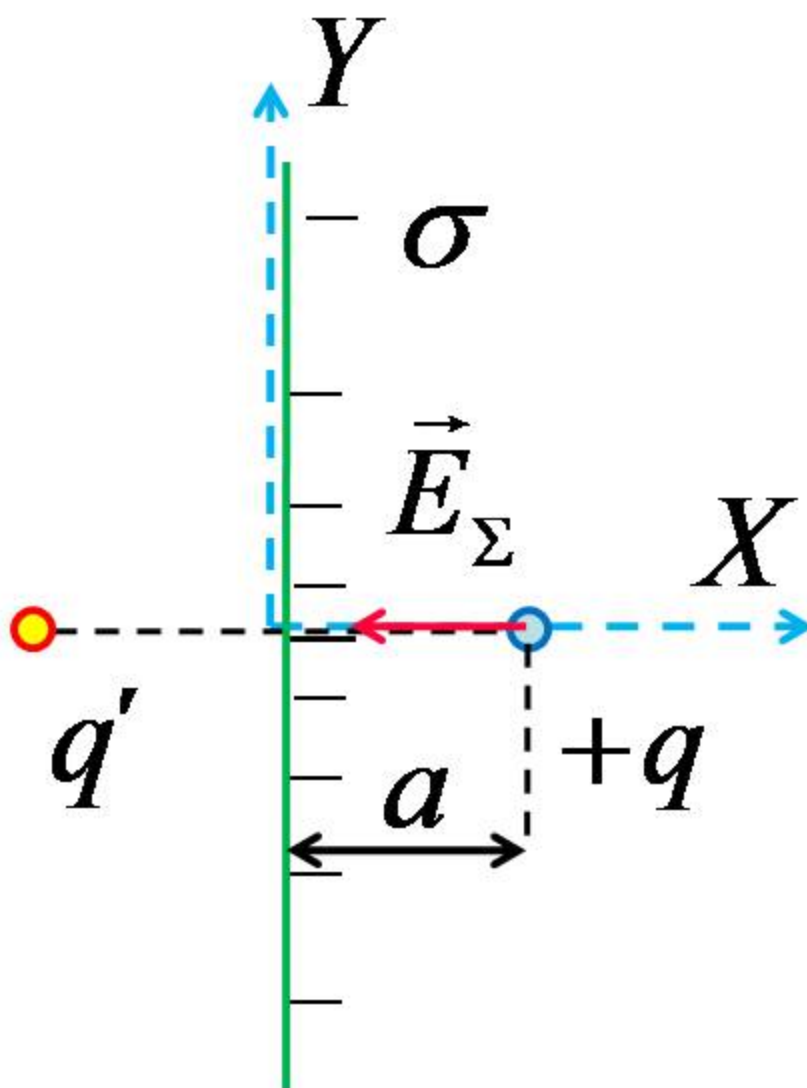
Подставим (1) в (2) и вычислим σ

$$\sigma = E_{\Sigma} \varepsilon_0$$

$$\sigma = \frac{1}{2\pi} \frac{q}{(a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} a$$

Подумайте!!! Как найти работу сил поля при удалении заряда в бесконечность?





*Элементарная работа
при перемещении
заряда в направлении,
перпендикулярном
плоскости, равна.*

$$dA = F_x dx = - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (2x)^2} dx$$

При удалении заряда на бесконечность силы поля совершат работу

$$A = -\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0} \int_a^\infty \frac{dx}{x^2} = -\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a}$$

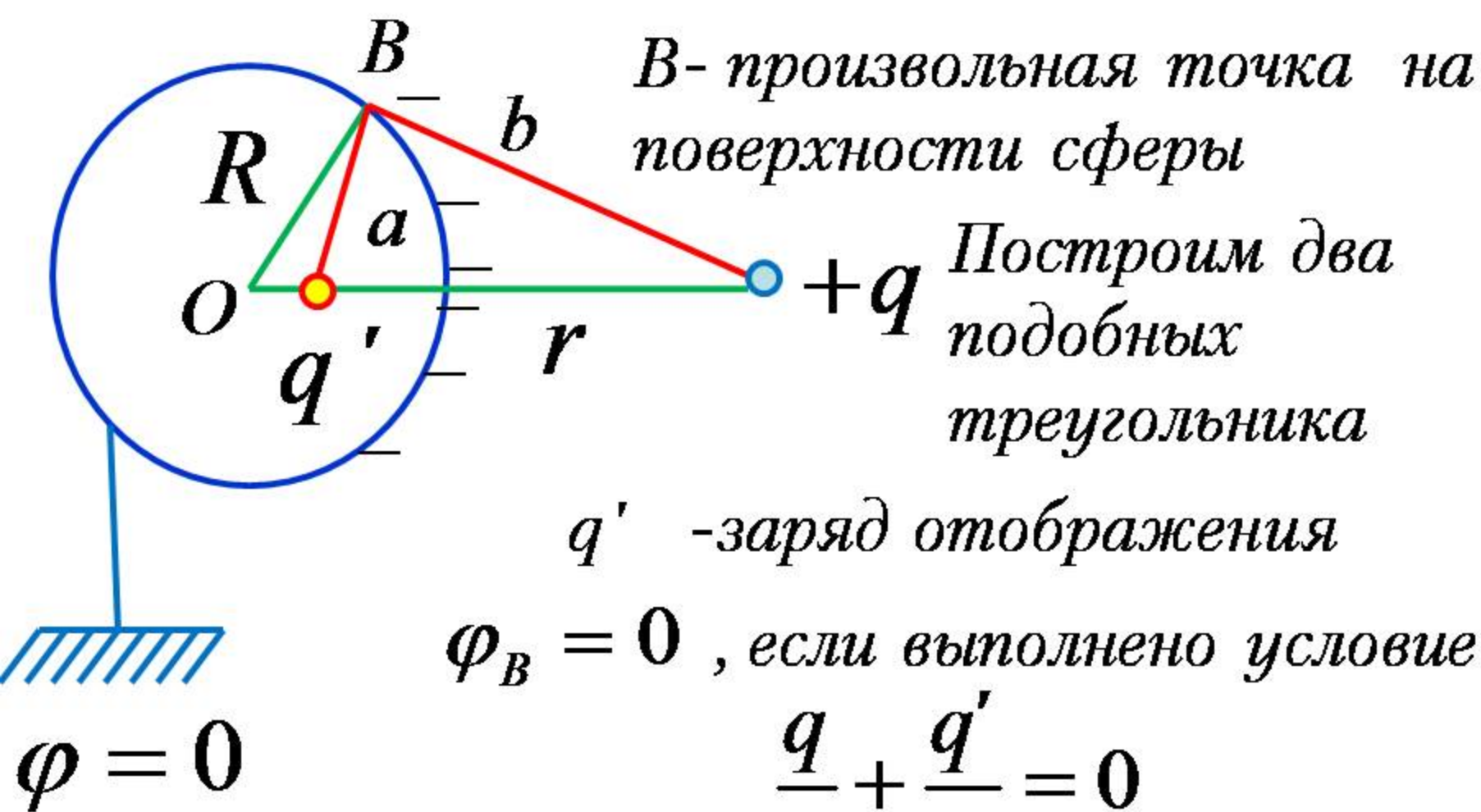
Заметим, что вычисление этой работы через разность потенциалов

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

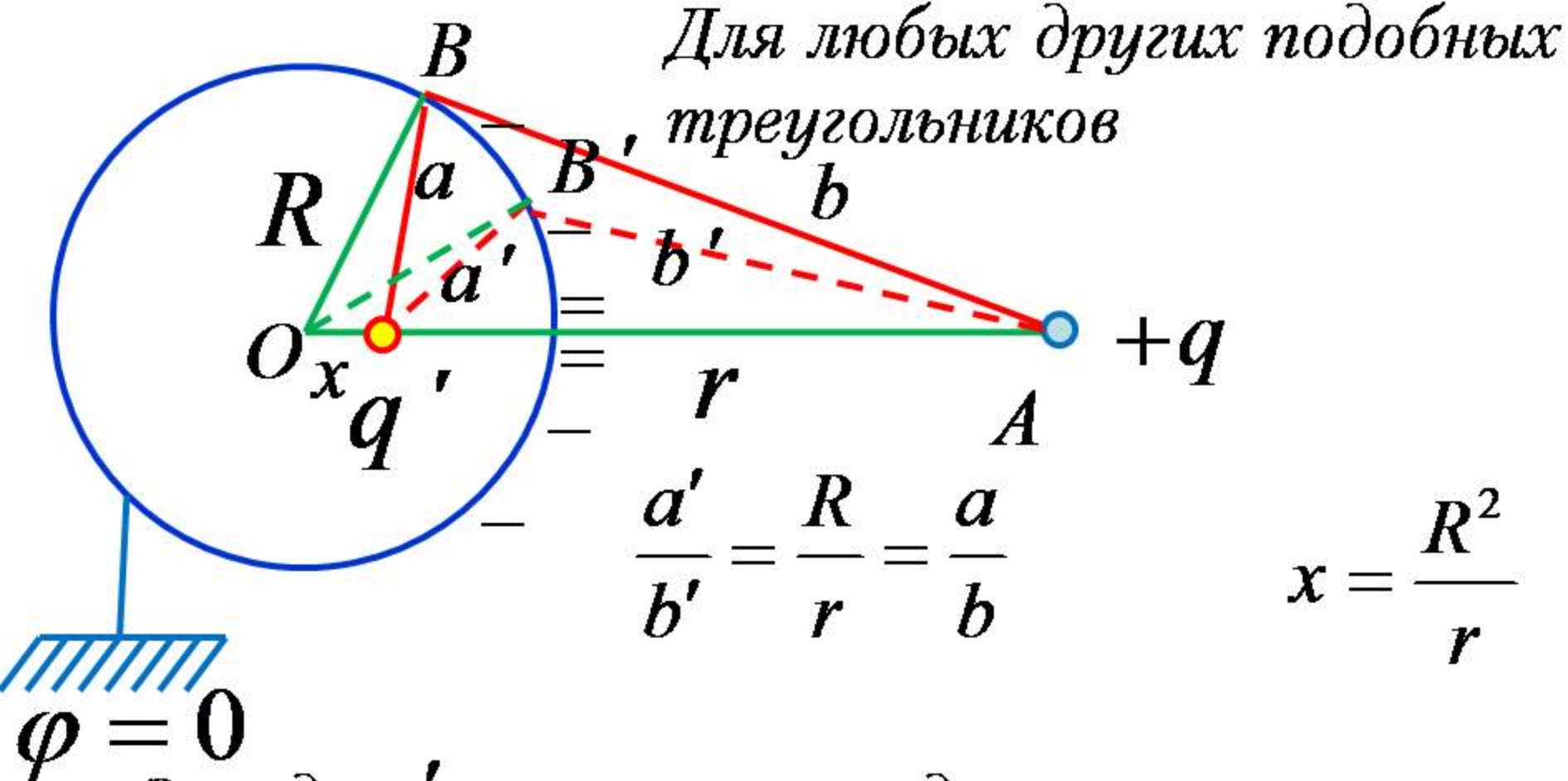
даст неверный результат. Поле проводящей плоскости не является потенциальным: перемещение заряда q приводит к перераспределению индуцированных зарядов.

Пример 4. Точечный заряд q находится на расстоянии r от центра проводящей сферы, радиусом R . Сфера заземлена. Найдите заряд отображения.

Решение. Поскольку сфера заземлена, заряды перераспределятся таким образом, чтобы потенциал её поверхности был равен нулю. Нужно придумать такой заряд отображения, который обеспечит равенство нулю потенциала на всей поверхности сферы.



$$q' = -\frac{a}{b}q = -\frac{R}{r}q$$



Заряд q' позволяет создать потенциал равный нулю во всех точках сферы .

$$q' = -\frac{a}{b}q = -\frac{R}{r}q$$

Заметим, что заряд q будет являться зарядом отображения для q' .

Можно решать задачу о заряде внутри проводящей полости.

Где сможем определить электрическое поле?

Если потенциал в точке B будет равен нулю, то автоматически будет равен нулю потенциал на всей поверхности сферы. Мы выполнили все необходимые условия, согласно теореме единственности, другого решения нет.

Внутри сферы $E=0$, вне сферы - сумма полей заряда q и заряда отображения q' .

Домашнее задание.

Подумайте, какими будут заряды отображения, если сфера не будет заземлена.

Подсказка. Каким будет в этом случае потенциал в точках сферы?

Решения принимаются в google-классе