

Постоянный электрический ток.

Лекция 7.

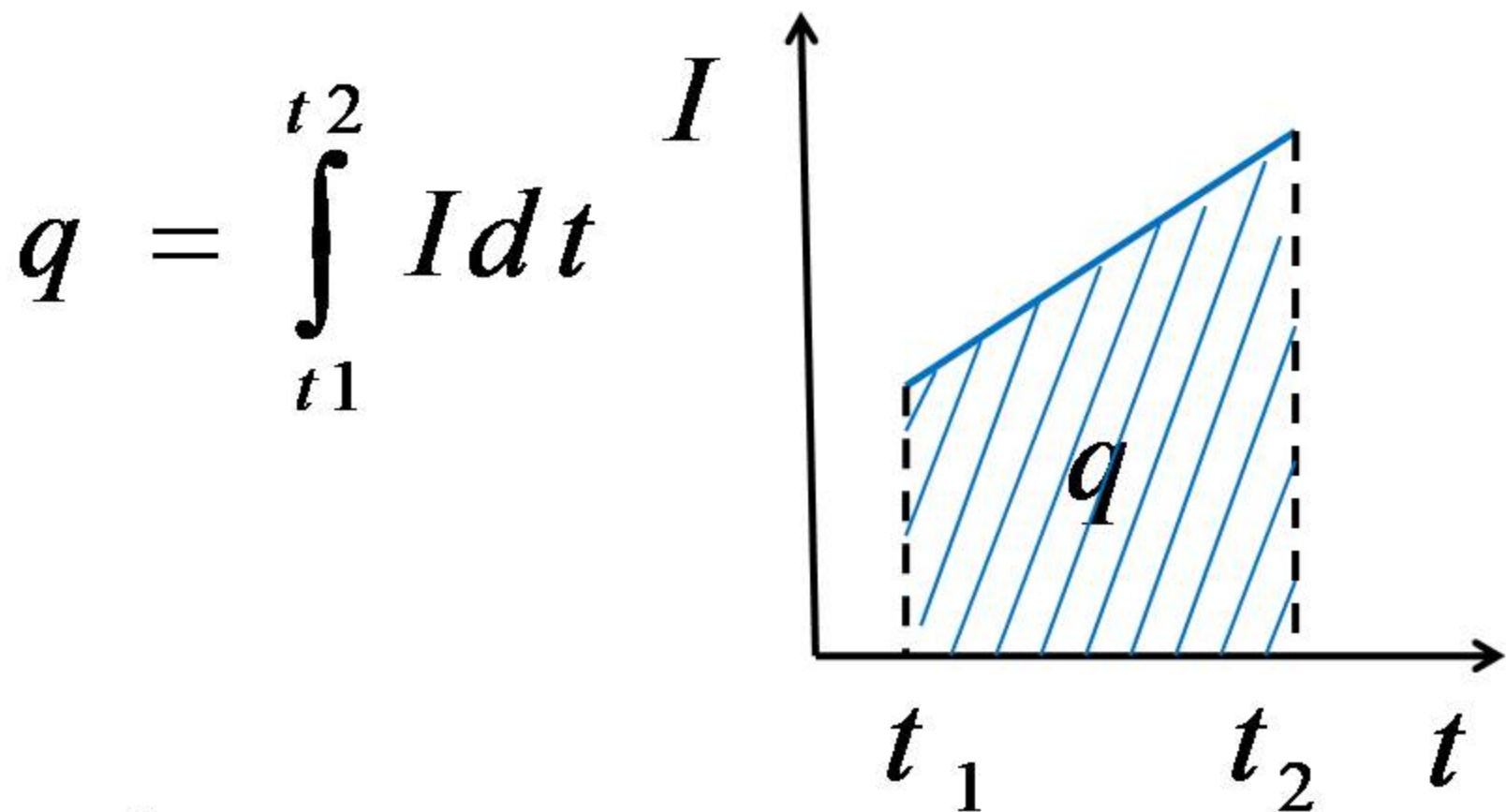
© С.А. Курашова, 2015

Электрический ток - направленное движение заряженных частиц. В металлах носителями тока являются электроны, в полупроводниках - электроны и дырки, в растворах и расплавах электролитов - ионы. За направление тока принимают направление движения положительных зарядов.

Сила тока

$$[I] = A$$

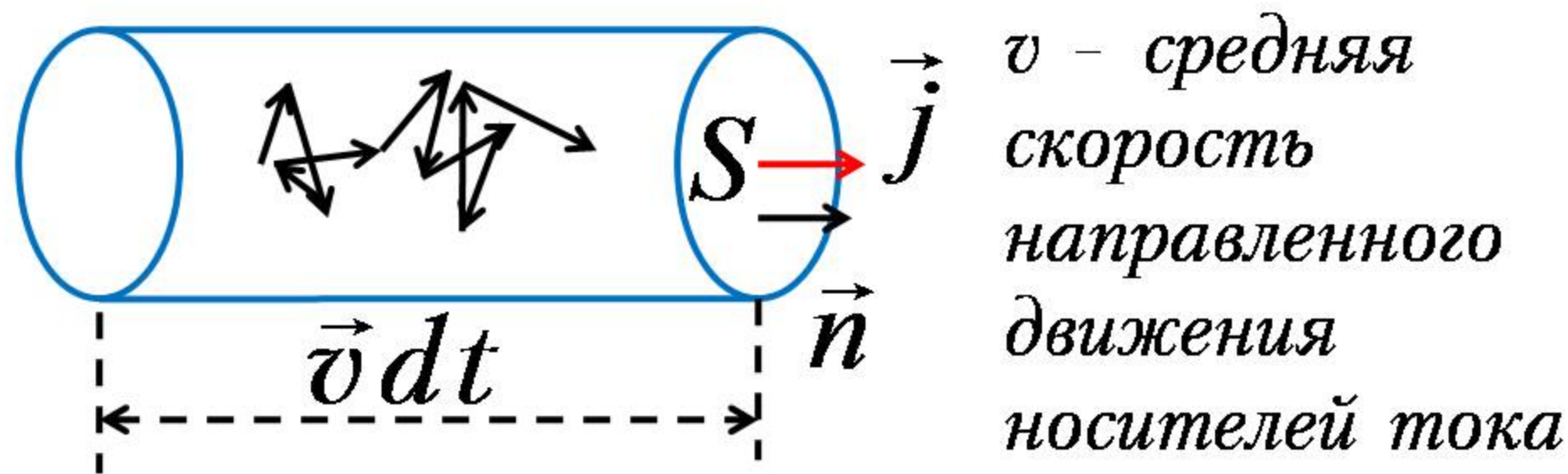
$$I = \frac{dq}{dt}$$



Заряд, переносимый через поперечное сечение проводника за интервал времени от t_1 до t_2 численно равен площади фигуры, ограниченной графиком функции $I(t)$, осью

осью t и вертикальными прямыми $t=t_1$ и $t=t_2$.

Как связана сила тока со скоростью направленного движения носителей?



Заряд, переносимый через площадку S за интервал времени dt .

$$dq = enSv dt$$

Сила тока

$$I = \frac{dq}{dt} = envS$$

Плотность тока

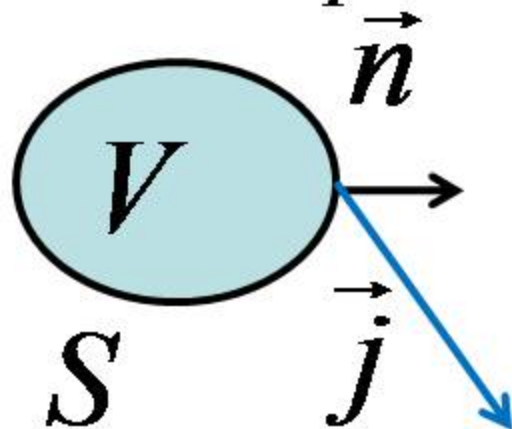
$$j = \frac{dq}{Sdt} = env$$

$$[j] = \frac{A}{m^2}$$

Уравнение непрерывности.

Математическое выражение закона сохранения заряда.

В интегральной форме



$$\oint_S \vec{j} d\vec{S} = - \int_V \frac{\rho dV}{dt}$$

В дифференциальной форме.

$$\operatorname{div} \vec{j} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

*Если токи не зависят от времени
(стационарны).*

$$\oint_S \vec{j} d\vec{S} = 0$$

*Заряд не
накапливается в
объёме V*

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0$$

Закон Ома для однородного участка цепи.

Однородный участок цепи- участок, который не содержит источника.

Будем считать, что под действием поля E в течение времени τ электрон движется равноускоренно, затем останавливается из-за столкновения с решёткой, затем опять начинает разгоняться.

Средняя скорость, которую приобретает частица при равноускоренном движении за время τ .

$$v = \frac{v_{\text{макс}}}{2} = \frac{a\tau}{2}$$

Закон Ома для однородного участка цепи в дифференциальной форме.

$$\vec{j} = env = \frac{e^2 n}{m} \frac{\tau}{2} \vec{E} = \underline{\sigma} \vec{E} \quad (1)$$

σ - удельная проводимость.

$$[\sigma] = \frac{\text{См}}{\text{м}} \quad \text{Сименс}$$

Закон Ома для однородного участка цепи в интегральной форме.

1) Разность потенциалов

$$\underline{\varphi_1 - \varphi_2 = U} = \int^2 \vec{E} d\vec{l} = \underline{El} \quad (2)$$

Так как поле направлено вдоль проводника

2) Сила тока в проводнике (см 1 и 2)

$$I = jS = \frac{\sigma S}{l} U$$

$$I = \frac{U}{R}$$

Удельным сопротивлением называется величина обратная проводимости.

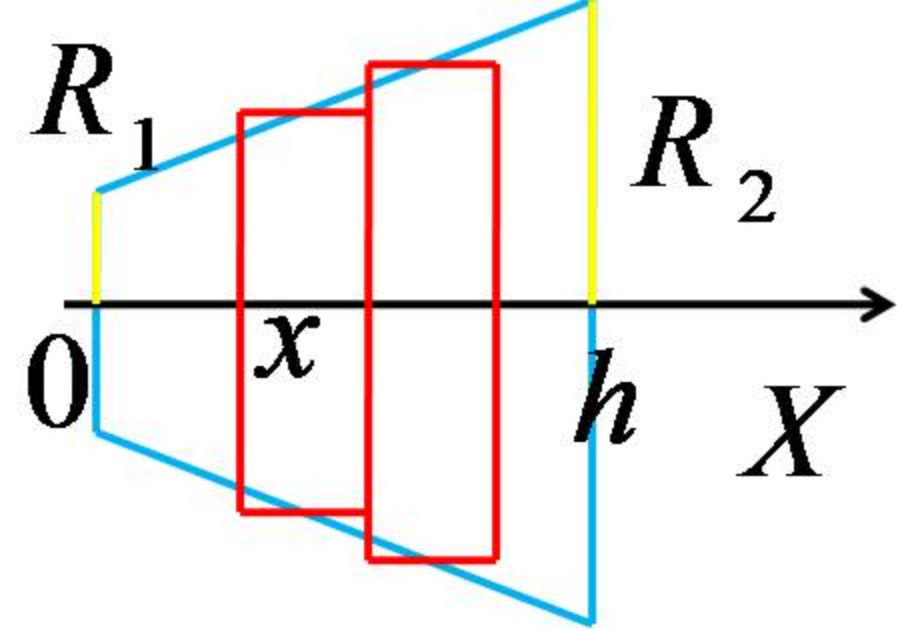
$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

$$[\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м}$$

Сопротивление цилиндрического проводника.

$$R = \frac{\rho l}{S}$$

Пример 1. Вычислите сопротивление проводника, имеющего форму конуса высотой h . Радиусы оснований конуса равны R_1 и R_2 . Удельное сопротивление проводника ρ .



*Представим конус как
сумму цилиндров,
радиусами r .*

$$r = R_1 + \frac{R_2 - R_1}{h} x$$

$$R = \int_0^h \rho \frac{dx}{\pi r^2}$$

$$R = \int_0^h \frac{\rho dx}{\pi \left(R_1 + \frac{R_2 - R_1}{h} x \right)^2}$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи.

Участок цепи, содержащий источник тока - неоднородный. Внутри источника тока перенос заряда в сторону возрастания потенциала возможен только с помощью сил не электростатического происхождения. Они получили название «сторонние силы». Они осуществляют пространственное разделение зарядов и поддерживают электрическое поле в цепи.

1) Закон Ома для неоднородного участка цепи в дифференциальной форме.

$$\vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{E}_{\text{стоп}})$$

2) Закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме.

$$\int_1^2 \frac{\vec{j} d\vec{l}}{\sigma} = \int_1^2 \underline{\vec{E} d\vec{l}} + \int_1^2 \underline{\vec{E}_{\text{с т о р}} d\vec{l}}$$


$$\int_1^2 \frac{\vec{j} d\vec{l}}{\sigma} = I \int_1^2 \rho \frac{dl}{S} = IR$$

Электродвижущая сила источника тока

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст ор сил}}}{q}$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме.

$$IR = \underbrace{\varphi_1 - \varphi_2} + \underbrace{\mathcal{E}}$$

Напряжение.

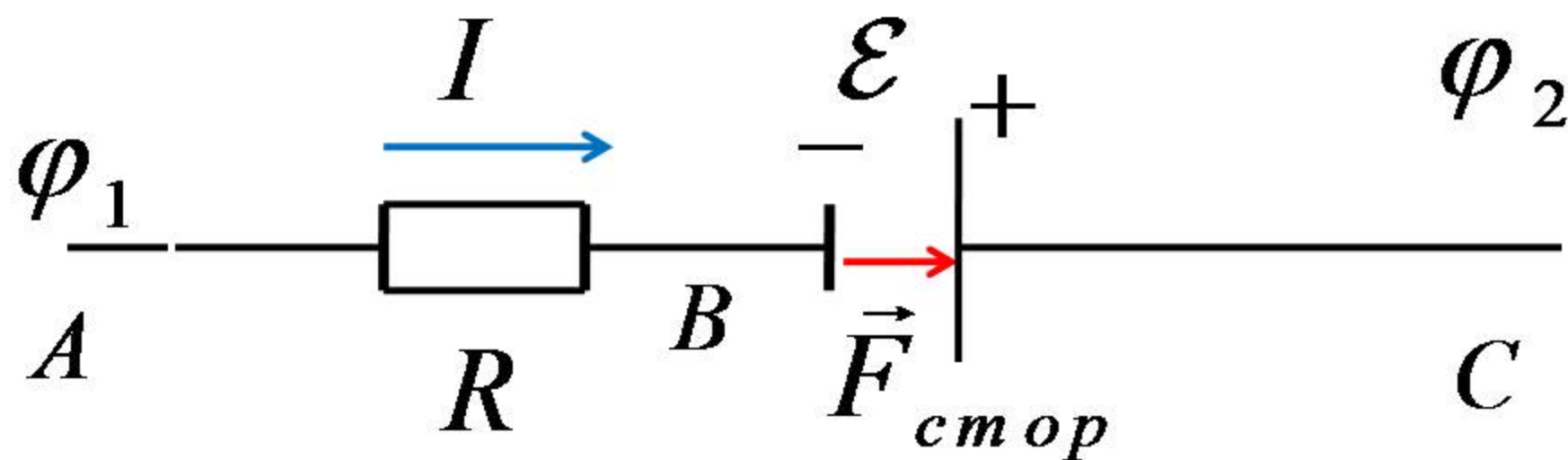
Напряжением U_{12} на участке цепи 1-2 называется физическая величина численно равная работе, совершаемой результирующим полем кулоновских и сторонних сил при перемещении вдоль цепи из точки 1 в точку 2 единичного положительного заряда.

Напряжение.

$$\begin{aligned}\underline{U} &= \frac{A_{\text{всех сил}}}{q} = \\&= \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}_{\text{стоп}} d\vec{l} = \\&= \underline{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}\end{aligned}$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи
в интегральной форме.

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -IR + \mathcal{E}$$



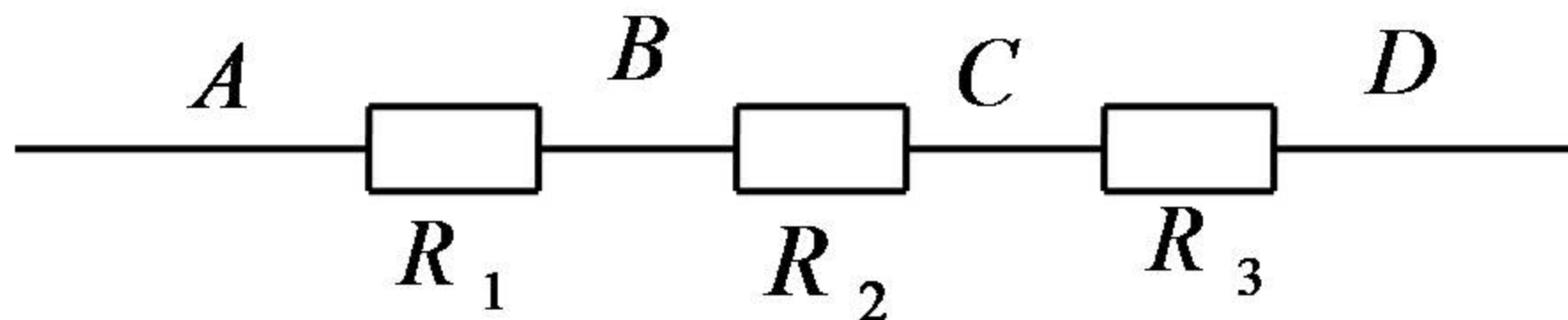
Пример 2. Потенциал точки A равен 10В. , сила тока в цепи $I=1\text{А.}$, сопротивление $R=4\text{ Ом.}$, сопротивление источника $r=2\text{ Ом.}$, его ЭДС равна 5В. Вычислите потенциал точки C (см предыдущий рисунок).

Решение:

$$\varphi_C = \varphi_A - IR - Ir + \mathcal{E}$$

$$\varphi_C = 10 - 4 - 2 + 5 = 9\text{ В}$$

Пример 3. Покажите на графике распределение потенциала в схеме.



$$\varphi_A = 10 \text{ В}$$

$$\varphi_D = 0$$

$$R_1 = 5 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 1 \text{ Ом}$$

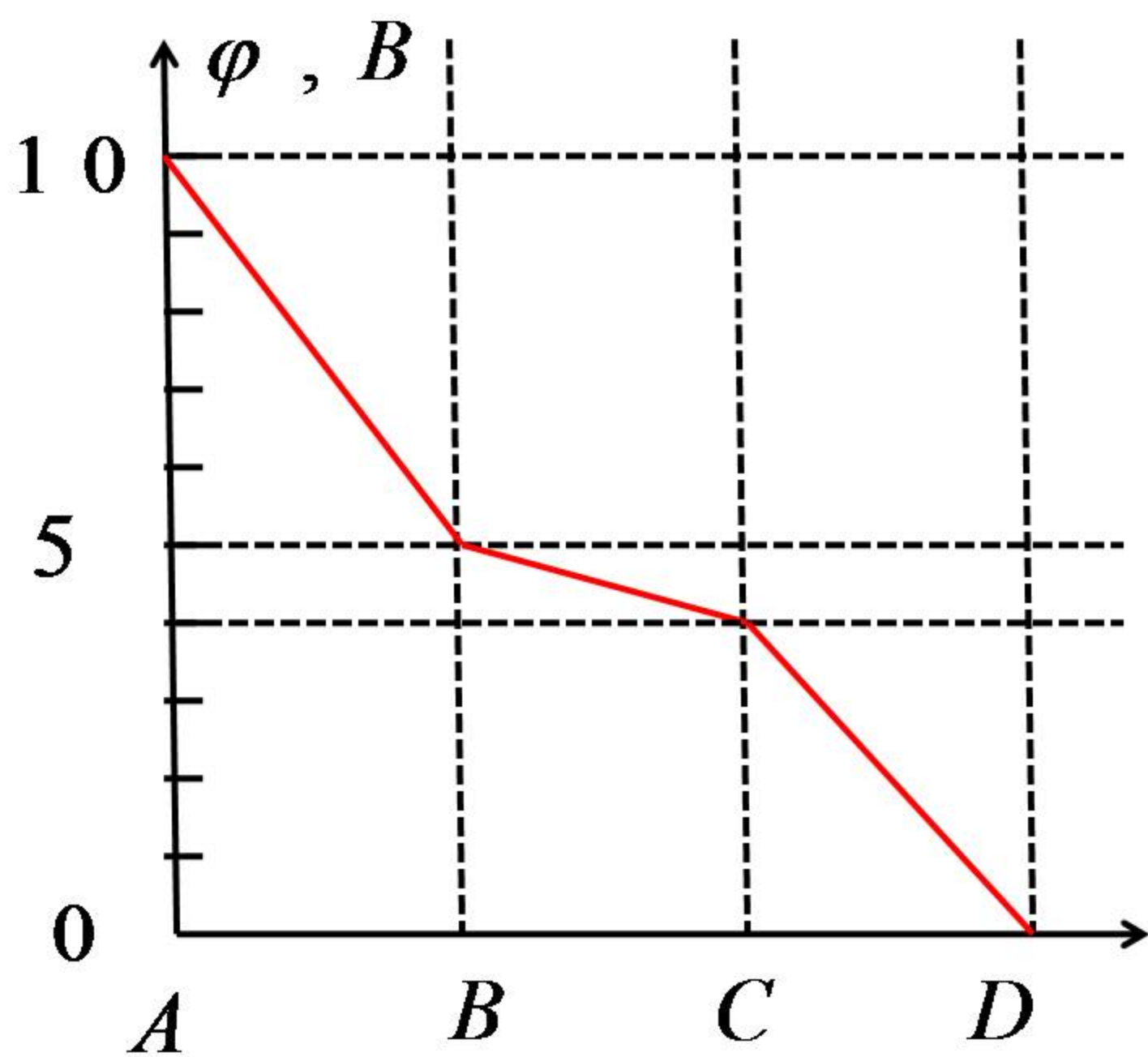
$$R_3 = 4 \text{ Ом}$$

Сила тока в цепи

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} = 1 \text{ A}$$

$$\varphi_B = \varphi_A - IR_1 = 10 - 5 = 5 \text{ B}$$

$$\varphi_C = \varphi_B - IR_2 = 5 - 1 = 4 \text{ B}$$



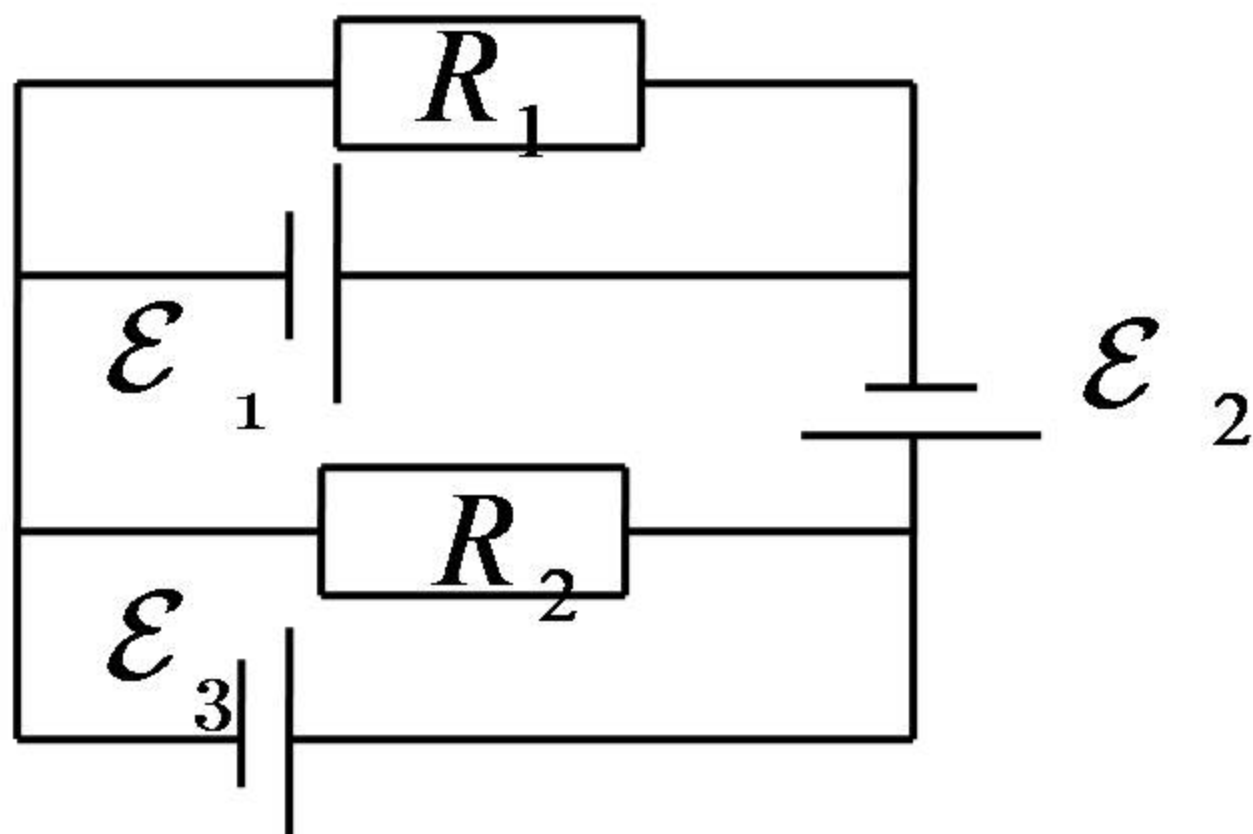
Правила Кирхгофа.

Ветвь – участок цепи, содержащий резистор, конденсатор или источник.

Узел – точка, где сходятся три или более ветвей.

Контуры считаются независимыми, если они не могут быть получены друг из друга путём сложения.

Рассмотрим схему. Источники имеют внутренние сопротивления.



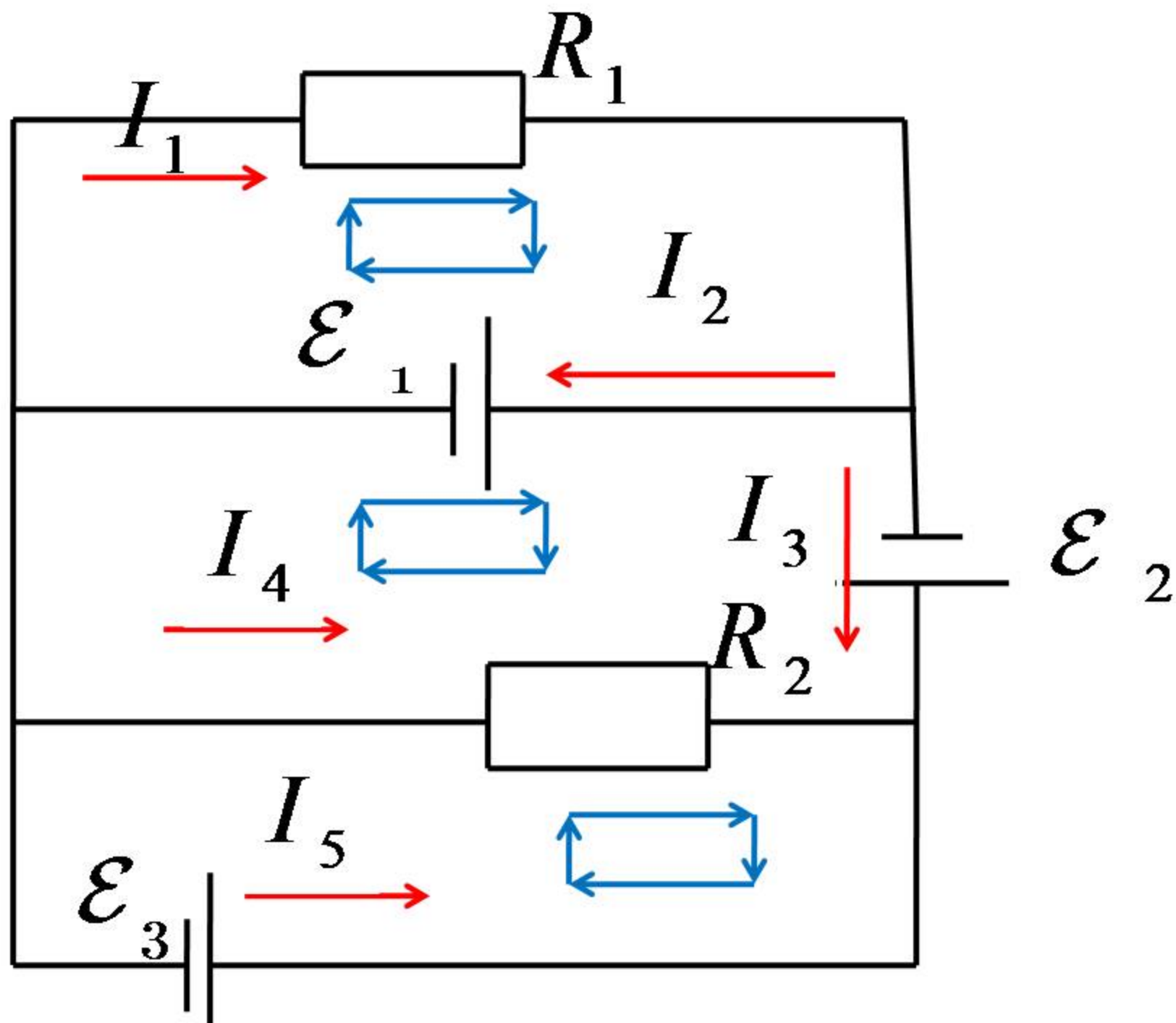
I закон. Сумма токов в узле равна нулю (закон сохранения заряда).

II закон. Сумма произведений сил тока в отдельных ветвях произвольного замкнутого контура на их сопротивления равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре. (Второй закон Кирхгоффа получается, если записать законы Ома для всех участков цепи, составляющих контур и сложить их. Потенциалы начальной и конечной точек окажутся одинаковы.)

Общее число уравнений (число токов)
равно числу ветвей.

Число уравнений про узлы (I закон)
меньше числа узлов на единицу.

Число уравнений про контуры (II закон)
равно числу независимых контуров.



$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_4 + I_3 + I_5 = 0$$

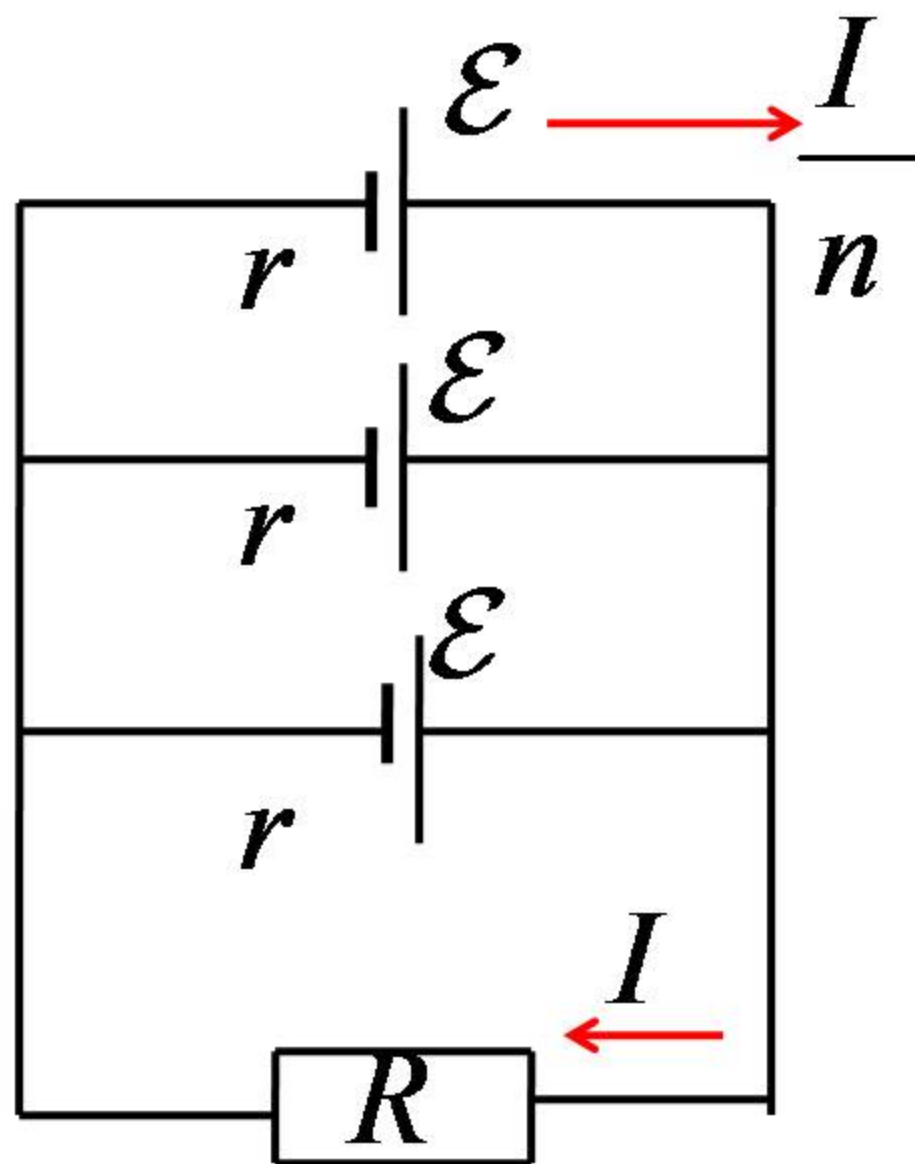
$$I_1 R_1 + I_2 r_1 = -\mathcal{E}_1$$

$$-I_2 r_1 + I_3 r_2 - I_4 R_2 = \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1$$

$$I_4 R_2 - I_5 r_3 = -\mathcal{E}_3$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} I_1 & I_2 & I_3 & I_4 & I_5 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ R_1 & r_1 & 0 & 0 & 0 & -\mathcal{E}_1 \\ 0 & -r_1 & r_2 & -R_2 & 0 & \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \\ 0 & 0 & 0 & R_2 & -r_3 & -\mathcal{E}_3 \end{array} \right)$$

Соединение источников в батарею.



Параллельное

$$\frac{I}{n} r + IR = \mathcal{E}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{n}}$$

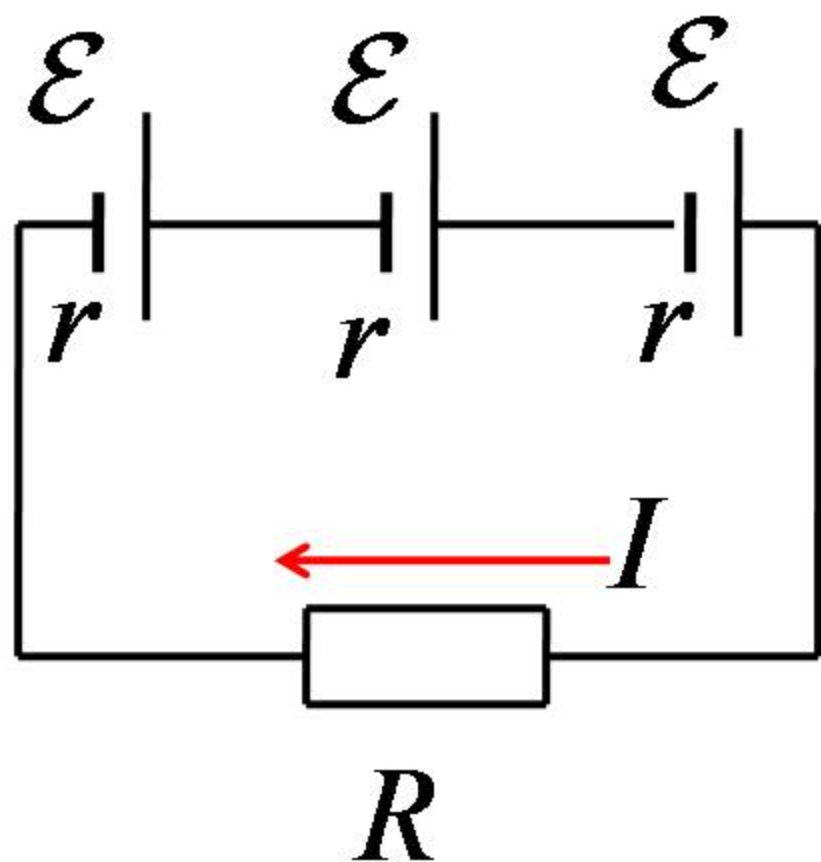
Если сопротивление источника намного больше сопротивления нагрузки такое соединение приводит к увеличению силы тока в n раз по сравнению с одним источником.

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

$$I = n I_0$$

Последовательное

$$Inr + IR = n\varepsilon$$



$$I = \frac{\varepsilon}{r + \frac{R}{n}}$$

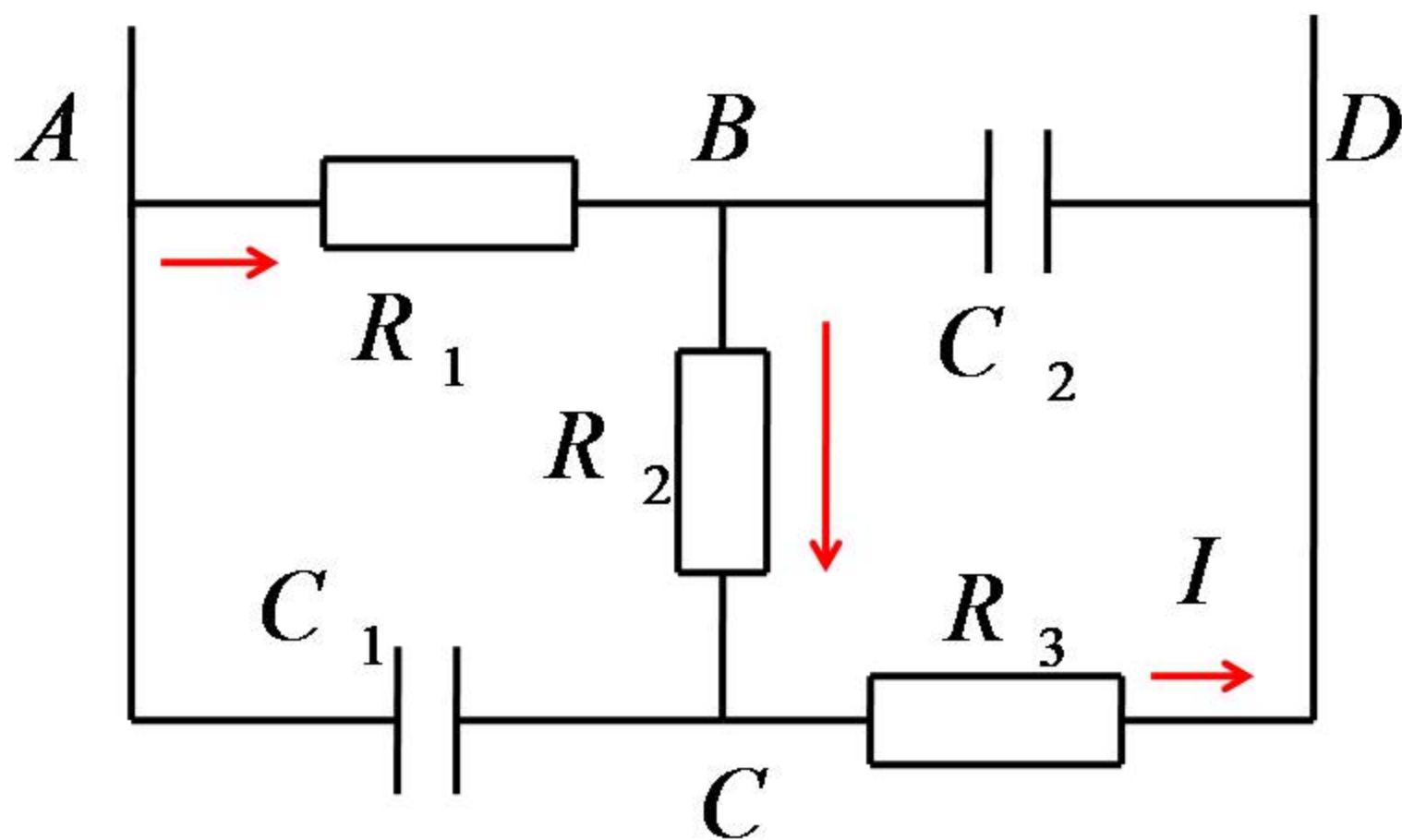
Если сопротивление нагрузки намного больше сопротивления источника такое соединение приводит к увеличению силы тока в n раз по сравнению с одним источником.

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

$$I = n I_0$$

Пример 4. Определите напряжение на конденсаторах. $\varphi_A = 9 \text{ В}$ $\varphi_D = 0$

$$R_1 = 5 \text{ Ом} \quad R_2 = R_3 = 2 \text{ Ом}$$



$$I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} = 1 \text{ A}$$

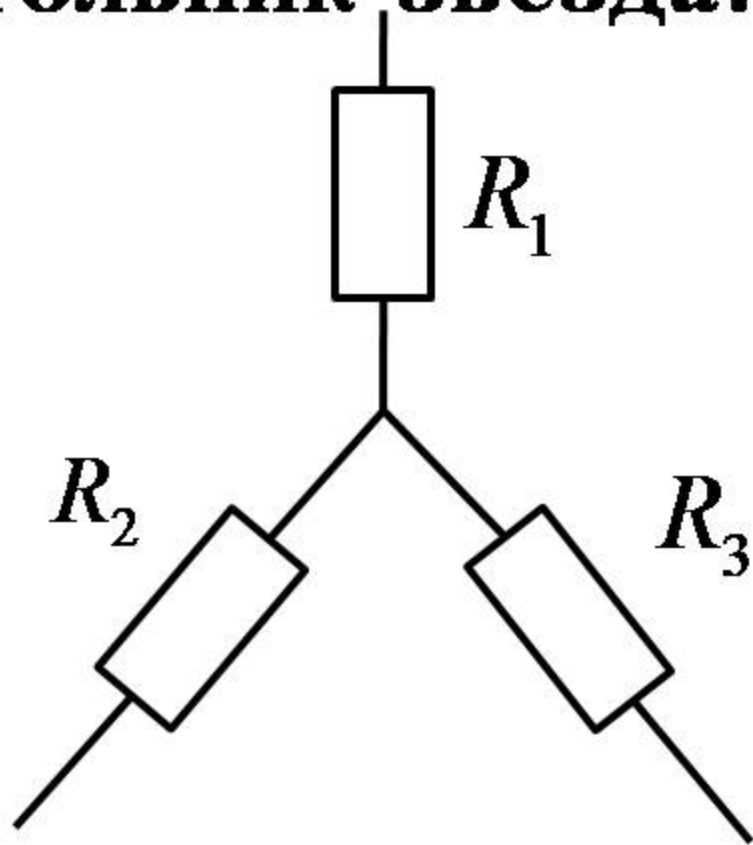
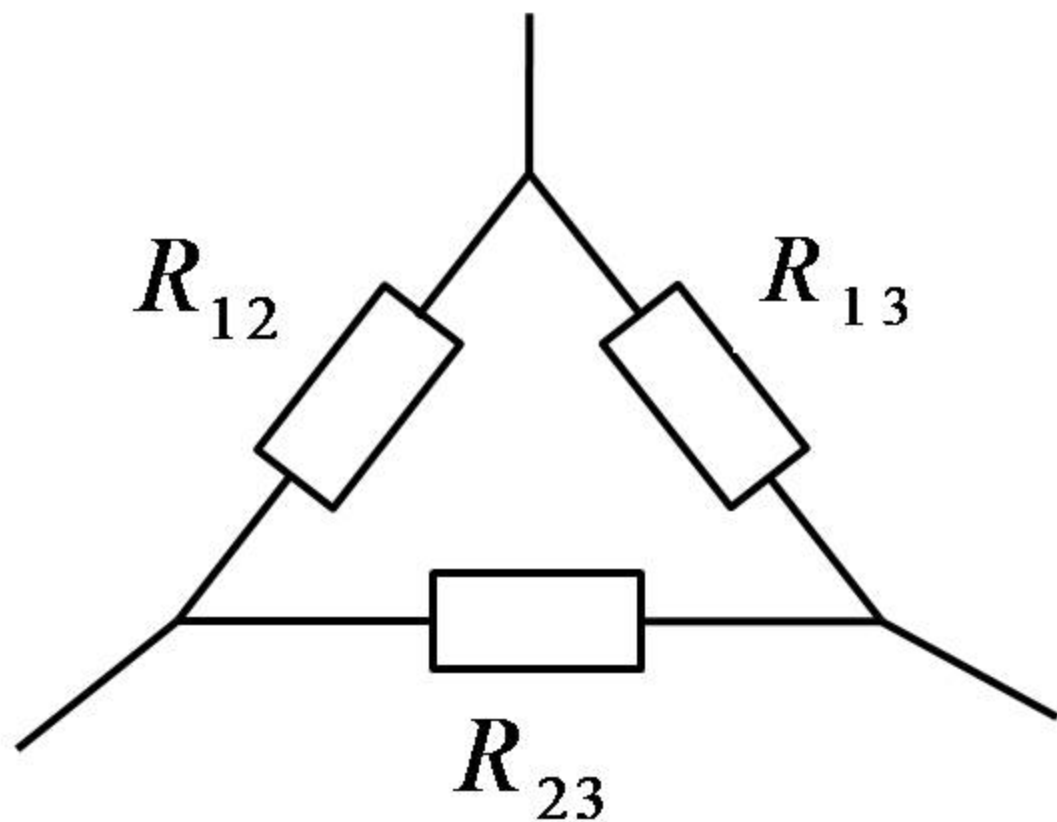
$$\varphi_C = \varphi_A - I(R_1 + R_2) = 9 - 7 = 2 \text{ V}$$

$$U_1 = \varphi_A - \varphi_C = 9 - 2 = 7 \text{ V}$$

$$\varphi_B = \varphi_A - IR_1 = 9 - 5 = 4 \text{ V}$$

$$U_2 = \varphi_B - \varphi_D = 4 \text{ V}$$

Преобразование треугольник-звезда.



$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12} (R_{23} + R_{13})}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}$$

Аналогичные уравнения запишем для сумм
 $R_1 + R_3$ *и* $R_2 + R_3$

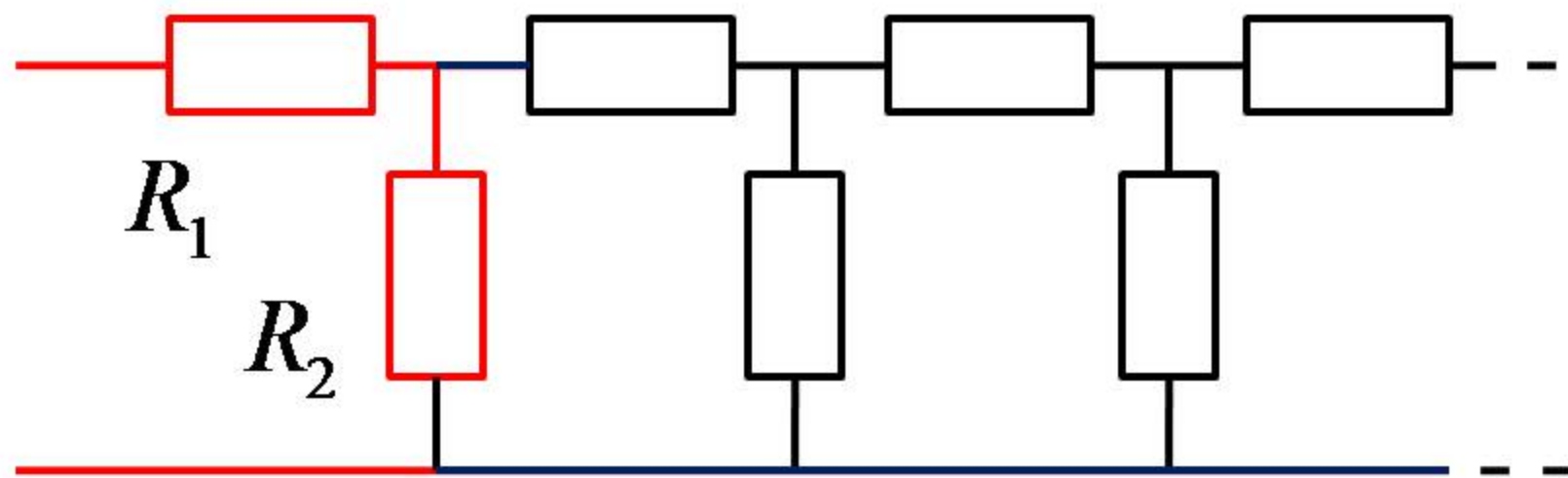
Решив систему, получим:

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}$$

$$R_2 = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}$$

$$R_3 = \frac{R_{23} R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}$$

Бесконечная схема.



$$R_{\infty} = R_1 + \frac{R_{\infty} R_2}{R_{\infty} + R_2}$$