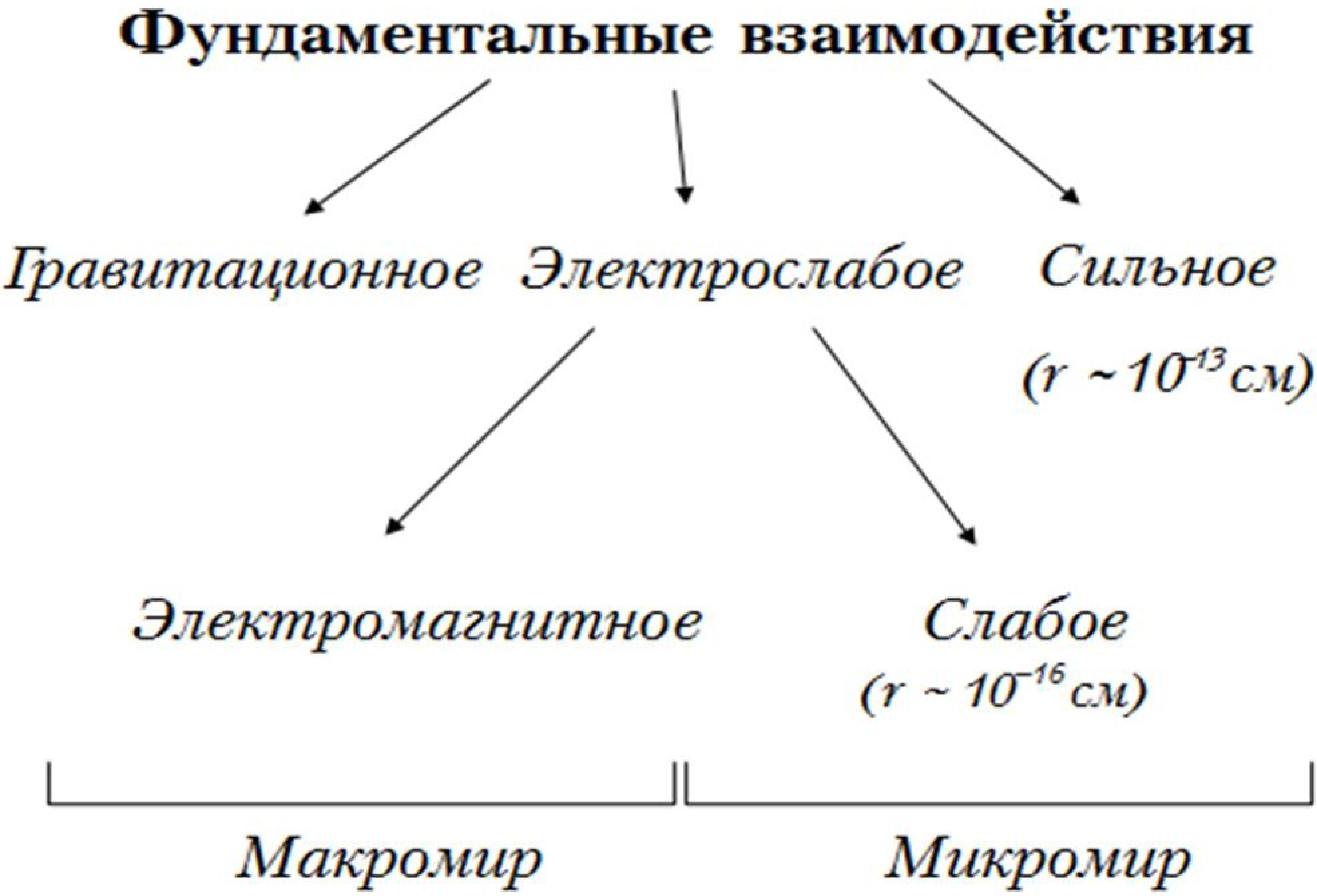
Электростатика
Лекция 1


Фундаментальные взаимодействия
Гравитационное
Электрослабое
Сильное
($r \sim 10^{-13}$ см)
Электромагнитное
Слабое
($r \sim 10^{-16}$ см)
Макромир
Микромир

Свойства электрического заряда

1) *Существуют два вида электрических зарядов- положительные и отрицательные.*
2) *Закон сохранения электрического заряда: в электрически изолированной системе сумма электрических зарядов остаётся неизменной.*
3) *Электрический заряд является релятивистски инвариантным. Его величина не зависит от системы отсчёта, от того, движется заряд или покоится.*

Теории близкодействия и дальнодействия.

Ньютон полагал, что способность к гравитации это неотъемлемое свойство материи и тела взаимодействуют друг с другом на расстоянии, причём взаимодействие распространяется мгновенно. Сторонниками теории дальнодействия были Кулон, Лаплас, Ампер, Гаусс, Вебер, Кирхгофф.

Они не стремились исследовать природу электрических и магнитных сил, а установили на опыте законы электрических и магнитных взаимодействий.

М Фарадей поставил большое число оригинальных экспериментов, стремясь исследовать природу электрических и магнитных сил. Он доказывал, что действие одного тела на другое либо осуществляется непосредственно при соприкосновении, либо посредствам особой среды. Д. Максвелл, опираясь на результаты экспериментов М. Фарадея, создал классическую электродинамику (1860 г.) . Взаимодействие между зарядами и токами осуществляется через электромагнитное поле.

Д. Максвелл доказал теоретически существование электромагнитных волн и вычислил скорость их распространения. Только через 17 лет после этого электромагнитные волны были получены в экспериментах Г. Герца, через 37 лет был открыт электрон, через 40 лет А. Попов изобрёл радио.

По представлениям современной физики электромагнитное поле является одним из видов материи. Оно обладает ***энергией*** *и* ***импульсом***.

Заряженное тело создаёт в пространстве вокруг себя электромагнитное поле. Это поле действует на помещённые в него заряды и токи.

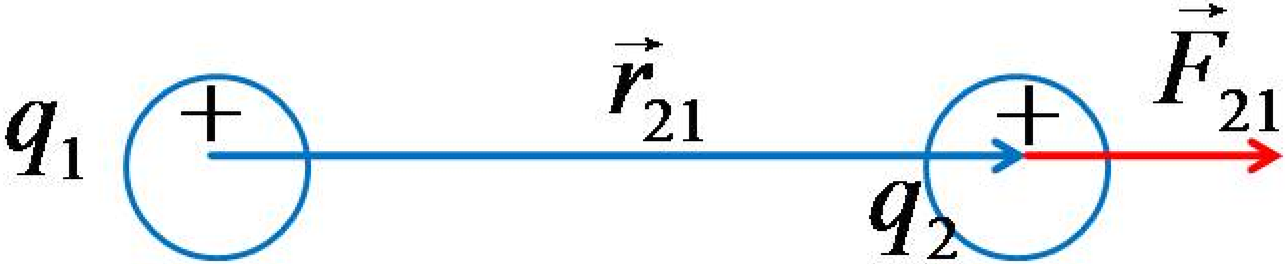
Точечными зарядами *называют два заряженных тела настолько малых по сравнению с расстоянием между ними, что при дальнейшем уменьшении размеров этих тел и изменении их формы сила взаимодействия между ними не будет изменяться в пределах заданной точности измерений.*

Электростатическое поле *– поле неподвижных зарядов.*

Пробный заряд – *точечный заряд, настолько малый, что его перемещение не вызывает перераспределения электрических зарядов на окружающих телах и поэтому не искажает исследуемого поля.*

Закон Кулона.

Сила взаимодействия двух ***неподвижных точечных*** *зарядов.*



$$\boxed{\vec{F}_{21} = k\,\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}\cdot\frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9\,\frac{Н\cdot м^2}{Кл^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\frac{Ф}{м}$$

Электрическая постоянная (диэлетрическая проницаемость вакуума)

Напряженность электростатического поля.

Силовая характеристика поля. *Равна отношению силы, действующей на неподвижный пробный электрический заряд к величине этого заряда.*

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{пробн}}$$

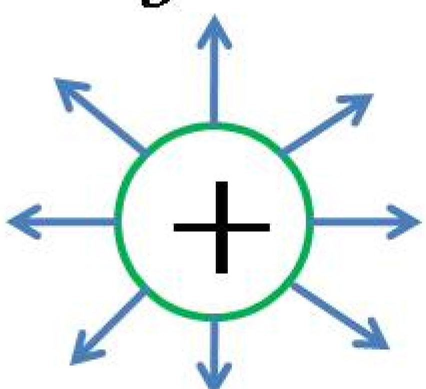
$$[E] = В/м$$

Силовые линии электростатического поля.

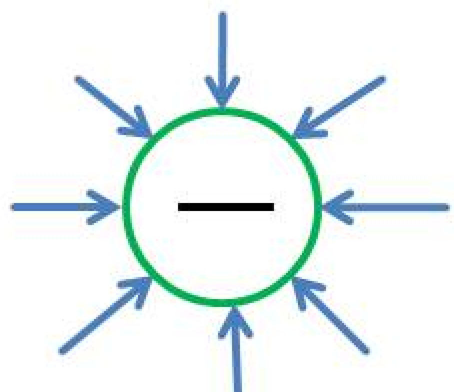
1) *Касательная к силовой линии построенная в некоторой точке направлена вдоль вектора напряжённости электрического поля в этой точке. Стрелки показывают направление вектора напряжённости.*

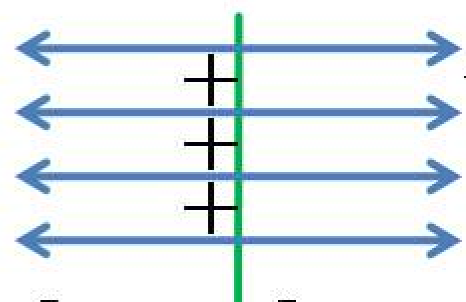
2) *Густота линий прямо пропорциональна модулю напряжённости.*

$\vec{E}$



$\vec{E}$





$\vec{E}$

Однородное поле

Принцип суперпозиции.

$$\boxed{\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i}$$

Если распределение зарядов непрерывно.

$$\boxed{\rho = \frac{dq}{dV}}$$

$$[\rho] = \frac{Кл}{м^3}$$

Объёмная плотность заряда

$$\boxed{\sigma = \frac{dq}{dS}} \qquad [\sigma] = \frac{Кл}{м^2}$$

поверхностная плотность заряда

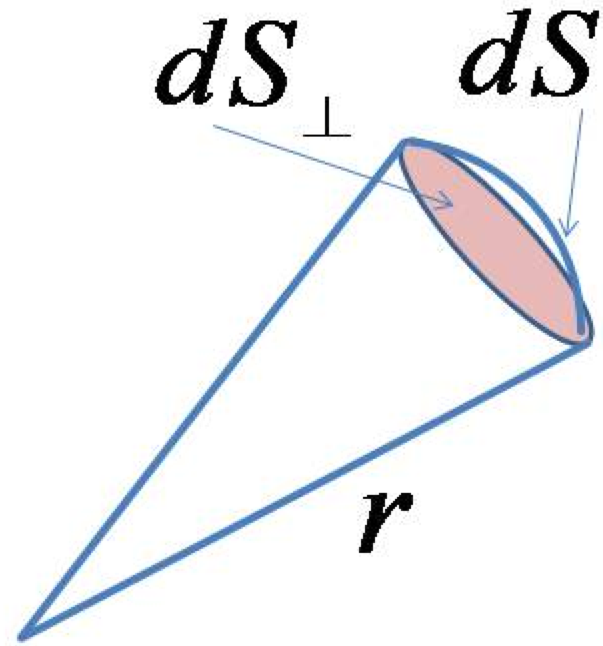
$$\boxed{\tau = \frac{dq}{dl}} \qquad [\tau] = \frac{Кл}{м}$$

линейная плотность заряда

Телесный угол

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} = \frac{dS_{\perp}}{r^2}$$

$$\left[\Omega\right] = стерадиан = ср$$

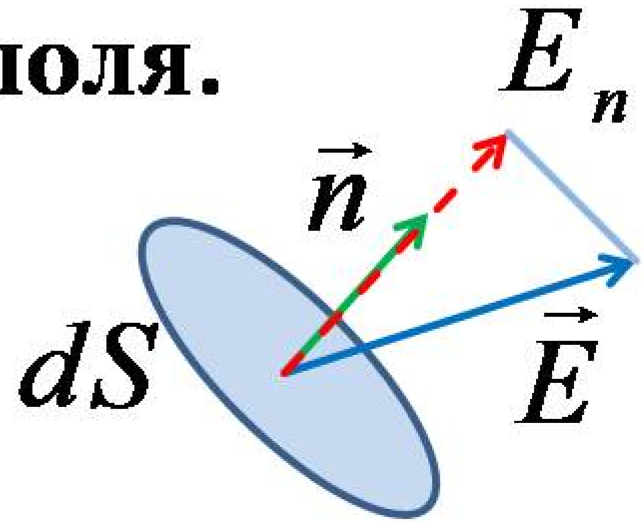


Полный телесный угол

$$\Omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi \ ср$$

Поток вектора напряжённости электрического поля.

$$\boxed{d\Phi = E_n dS}$$



Введём обозначение

$$d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$$

$$[\Phi] = B \cdot м$$

$$\boxed{d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}}$$

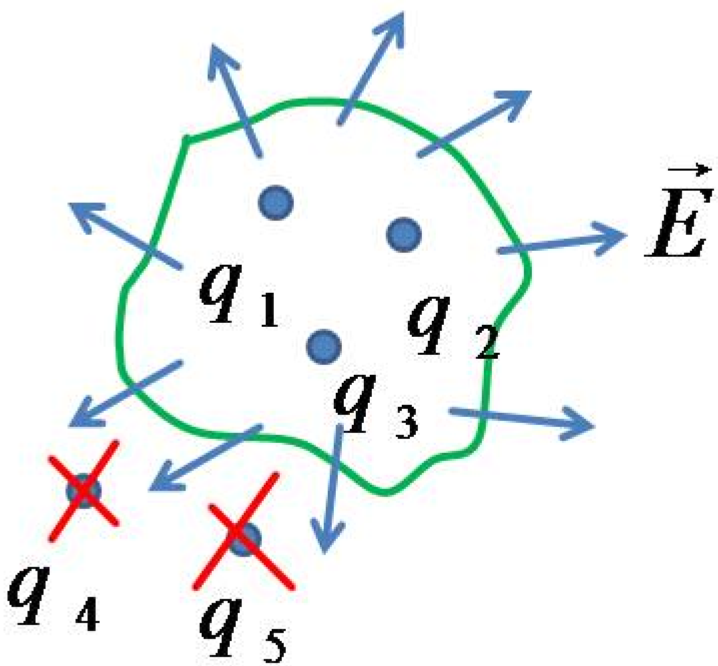
$$\Phi = \int_S d\Phi$$

Поток через поверхность S

Теорема Остроградского-Гаусса.

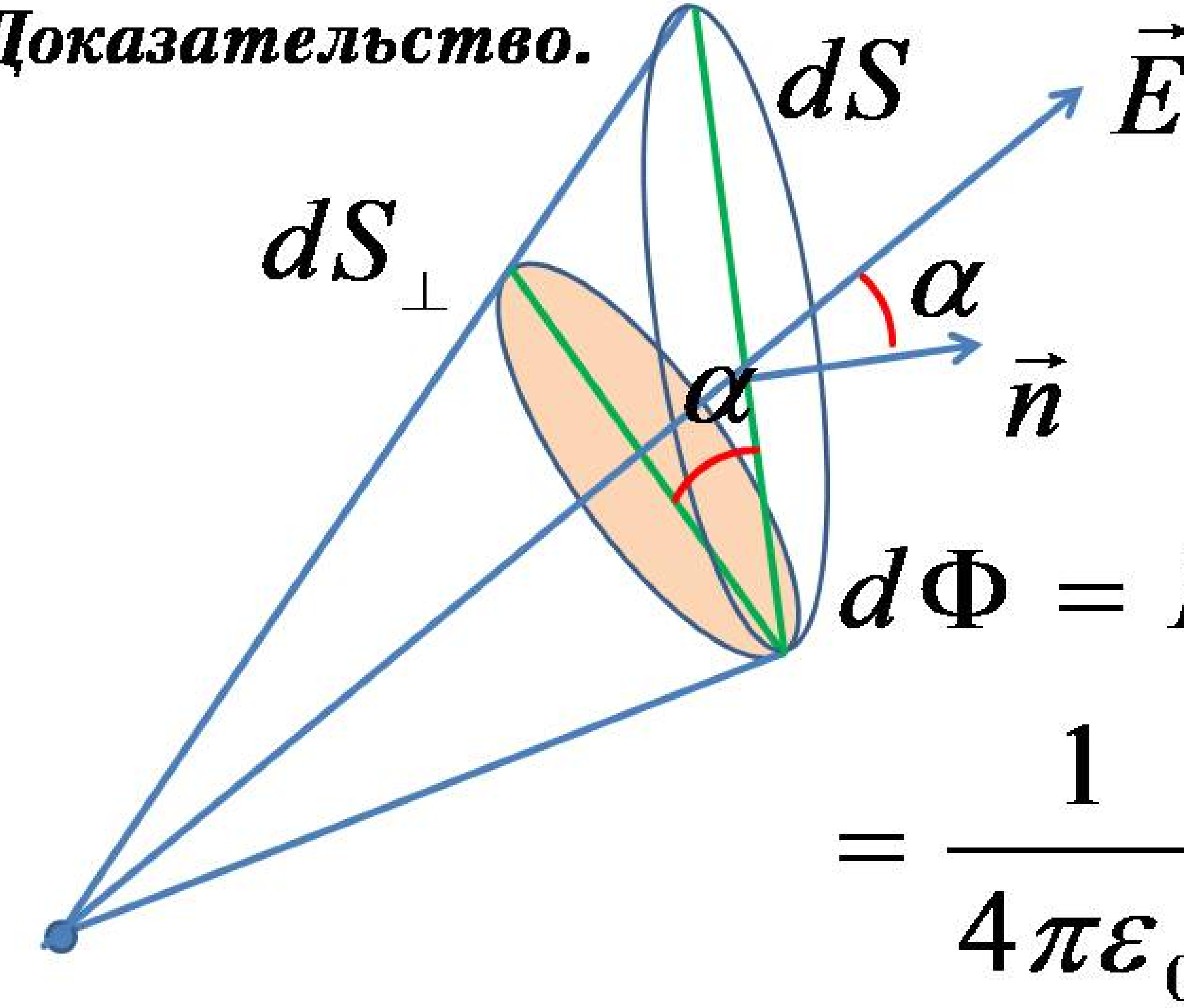
$$\oint_S E_n dS = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}$$

Сумма зарядов, охваченных поверхностью S.



Кружок на значке интеграла показывает, что интеграл вычисляется по замкнутой поверхности

Доказательство.



$$d\Phi = \vec{E}\cdot d\vec{S} =$$

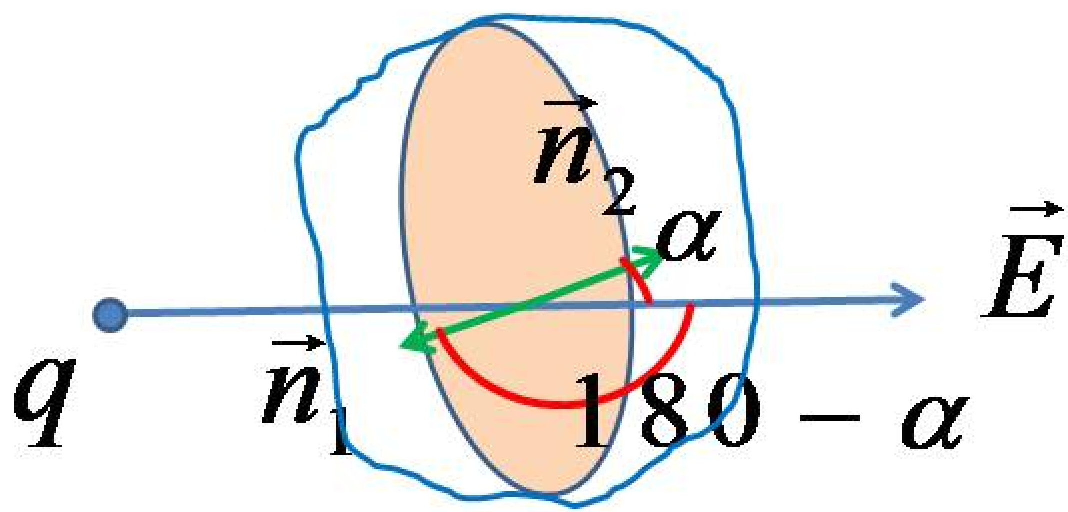
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2} dS\cdot Cos\alpha$$

$$d\Omega = \frac{dS_{\perp}}{r^2} \qquad d\Omega = \frac{dS\, Cos\alpha}{r^2}$$

Поток через замкнутую поверхность

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q \int_S d\Omega = \frac{4\pi q}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Для зарядов, которые не охвачены поверхностью S.



$$d\Phi_1 = -d\Phi_2$$

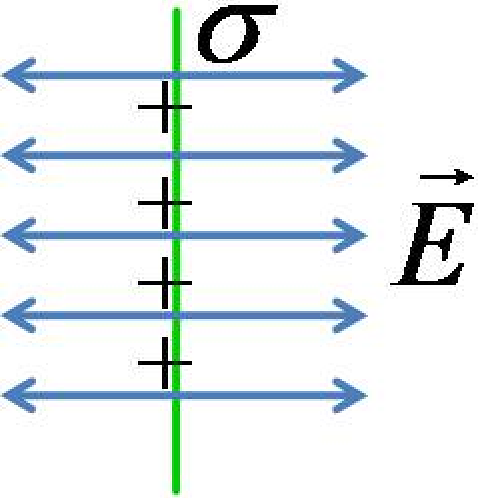
$$\Phi = 0$$

В случае, если заряды распределены непрерывно, теорема Остроградского-Гаусса записывается следующим образом:

$$\boxed{\oint_S E_n dS = \frac{\int_V \rho dV}{\varepsilon_0}}$$

Здесь V- объём охваченный гауссовой поверхностью S, ρ – объёмная плотность заряда.

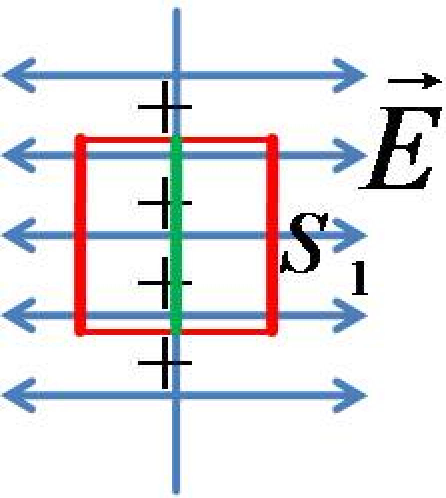
Пример. *Вычислите напряжённость электрического поля, созданного плоскостью, заряженной с поверхностной плотностью* σ.



$$\oint_S E_n dS = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}$$

Поверхность S удобна для вычислений, если $E_n = E$

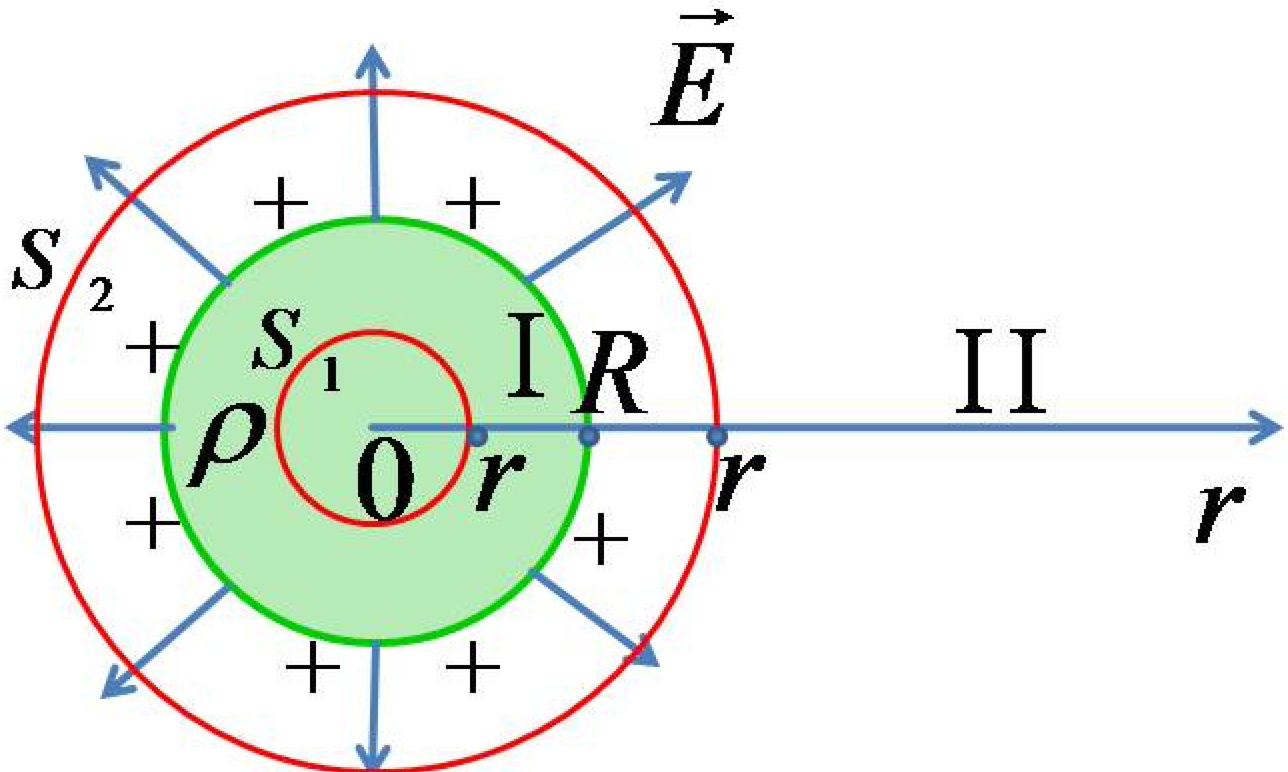
Здесь поверхность S-цилиндр, основания которого параллельны плоскости. Обозначим площадь основания через S_1



$$E\,2\,S_1 = \frac{\sigma\,S_1}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

Пример. *Шар радиусом R равномерно заряжен с объёмной плотностью заряда ρ. Вычислите напряжённость электрического поля как функцию расстояния r от центра шара.*



Решение. *Задача имеет сферическую симметрию. В качестве переменной будем использовать расстояние r от центра шара. Будем искать решение для двух областей:*

1) r<R. Запишем теорему Гаусса:

$$\oint_S E_n dS = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}$$

Выберем гауссову поверхность в виде сферы, центр которой совпадает с центром шара. Линии напряжённости будут нормальны к этой поверхности, и это позволит легко вычислить поток вектора напряжённости электрического поля.

$$\oint_S E_n dS = E_{\mathrm{I}} \cdot 4\pi r^2$$

Шар заряжен равномерно, поэтому суммарный заряд, охваченный гауссовой поверхностью, равен объёму части шара, которая находится внутри гауссовой поверхности, умноженному на ρ.

$$E_{\mathrm{I}} \cdot 4\pi r^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi r^3 \rho}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_{\mathrm{I}} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r}$$

Внутри шара напряжённость электрического поля линейно зависит от расстояния r до его центра.

2) $r>R$. *Запишем теорему Гаусса:*

$$\oint_S E_n dS = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}$$

Выберем гауссову поверхность в виде сферы, центр которой совпадает с центром шара. Линии напряжённости будут нормальны к этой поверхности, что позволит легко вычислить поток вектора напряжённости электрического поля.

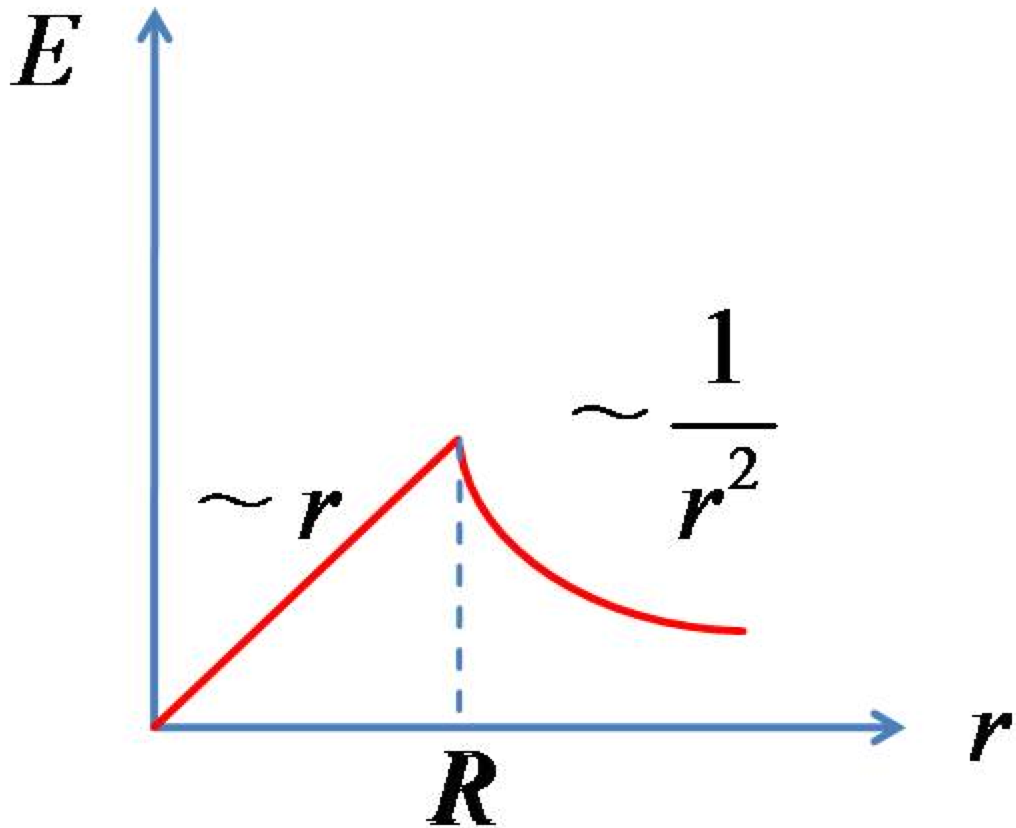
$$\oint_S E_n dS = E_{\text{II}} \cdot 4\pi r^2$$

Теперь $r>R$, поэтому суммарный заряд, охваченный гауссовой поверхностью равен произведению объёмной плотности заряда ρ на объём всего шара.

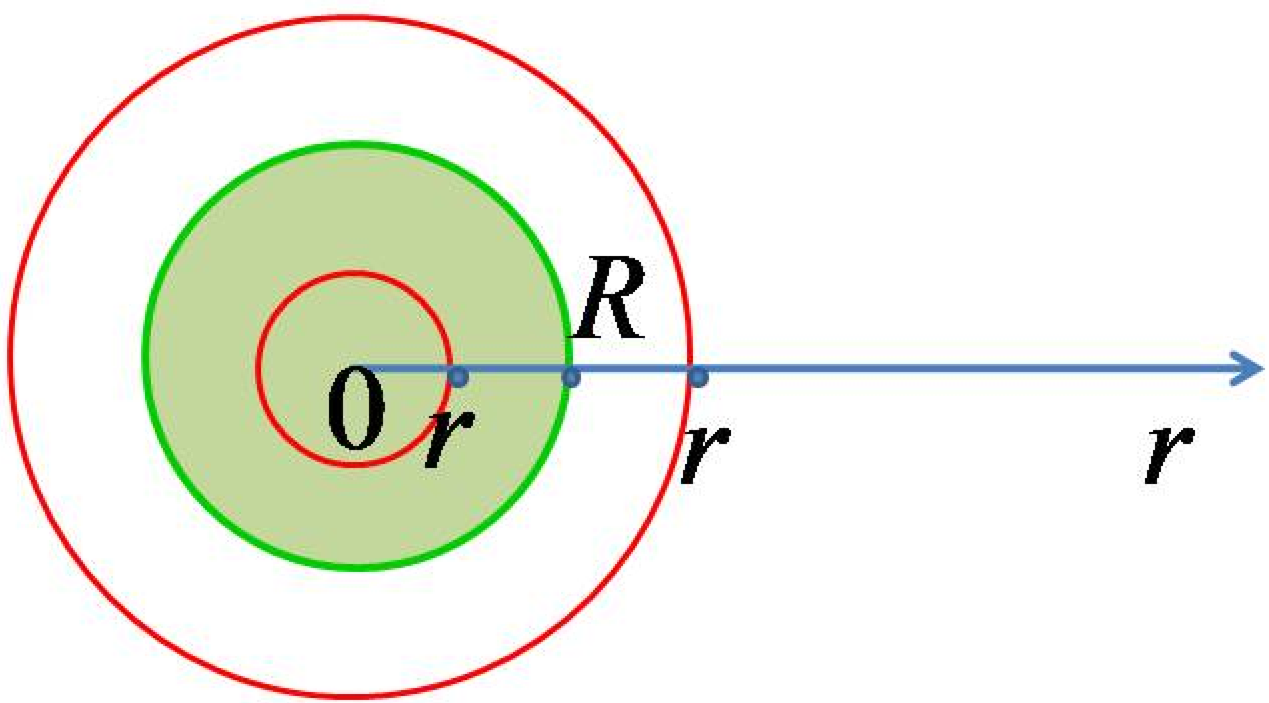
$$E_{\text{п}} \cdot 4\pi r^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi R^3 \rho}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_{\text{п}} = \frac{R^3 \rho}{3\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}}$$

Вне шара напряжённость электрического поля убывает пропорционально квадрату расстояния до его центра.


E
$\sim r$
$\sim \frac{1}{r^2}$
R
r

Пример. *Шар радиусом R заряжен с объёмной плотностью заряда* $\rho = A/r$. *Вычислите напряжённость электрического поля как функцию расстояния r от центра шара.*



Решение. *Задача имеет сферическую симметрию. В качестве переменной будем использовать расстояние r от центра шара. Будем искать решение для двух областей:*
1) r<R. Запишем теорему Гаусса:

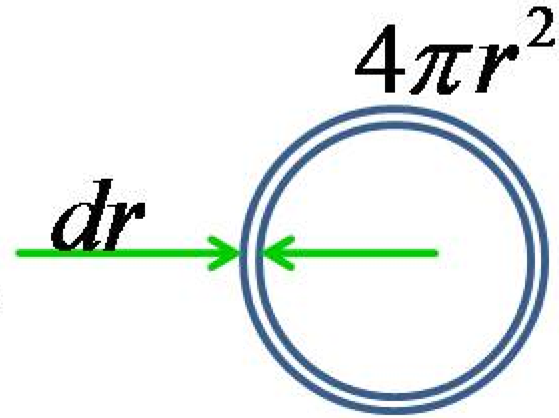
$$\oint_S E_n dS = \frac{\int_V \rho dV}{\varepsilon_0}$$

Выберем гауссову поверхность в виде сферы, центр которой совпадает с центром шара. Линии напряжённости будут нормальны к этой поверхности, что позволит легко вычислить поток вектора напряжённости электрического поля.

$$\oint_S E_n dS = E_{\mathrm{I}} \cdot 4\pi r^2$$

Суммарный заряд, охваченный гауссовой поверхностью, равен

$$\int_V \rho dV = \int_0^r \frac{A}{r} 4\pi r^2 dr$$



Здесь элемент объёма нужно выбрать таким, чтобы внутри него ρ была постоянной, $dV = 4\pi r^2\, dr$

$$E_{\mathrm{I}} \cdot 4\pi r^2 = A 4\pi \frac{r^2}{2} \frac{1}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_{\mathrm{I}} = A \frac{1}{2\varepsilon_0}}$$

2) $r>R$. Запишем теорему Гаусса

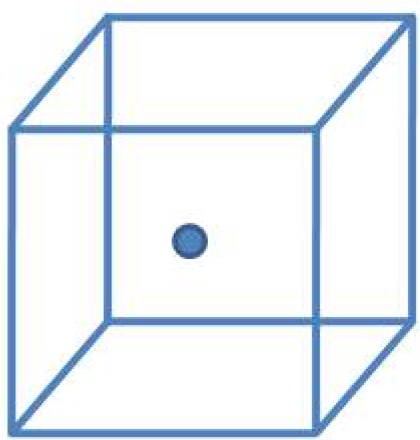
$$\oint_S E_n dS = \frac{\int_V \rho dV}{\varepsilon_0}$$

$$\int_V \rho dV = \int_0^R \frac{A}{r} 4\pi r^2 dr = 2\pi A R^2$$

$$E_{\text{II}} \cdot 4\pi r^2 = \frac{2\pi A R^2}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_{\text{II}} = \frac{AR^2}{2\varepsilon_0 r^2}}$$

Пример. *В центре куба находится точечный заряд q. Вычислите поток вектора напряжённости электрического поля* Φ_1 *через одну грань куба.*



Решение. *Из-за симметрии задачи потоки вектора напряжённости электрического поля через каждую из шести граней куба одинаковы. По теореме Остроградского-Гаусса полный поток* Φ

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Поток через одну грань

$$\Phi_1 = \frac{q}{6 \cdot \varepsilon_0}$$