

Группа: *K3221*

Студенты: *Дощенников Никита, Карпов Иван*

Преподаватель: *Попов Антон Сергеевич*

К работе допущен:

Работа выполнена:

Отчет принят:

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №4.07

Изучение дифракции Фраунгофера на одной и многих щелях

Контрольные вопросы.

1. В чем заключается явление дифракции?

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями (малыми отверстиями, непрозрачными экранами и т.п.) и связанных с отклонениями от прямолинейного распространения света. Дифракция происходит во всех случаях, когда изменение амплитуды или фазы световой волны не одинаково на поверхности волнового фронта. Поэтому это явление возникает при любом – амплитудном или фазовом – локальном нарушении волнового фронта. В результате дифракция приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени.

2. Объясните принцип Гюйгенса-Френеля. Приведите его математическую формулировку.

Принцип Гюйгенса-Френеля заключается в том, что каждая точка волнового фронта световой волны является источником вторичных когерентных волн, распространяющихся во все стороны под углами дифракции ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 , т.е. свет дифрагирует при прохождении сквозь щель. Фазы и амплитуды этих элементарных волн будут одинаковы. Дифракционная картина представляет собой результат интерференции этих когерентных элементарных волн, который наблюдается на экране в виде периодического распределения интенсивности.

Колебание электрического поля, приходящее в точку наблюдения P от элементарного участка волнового фронта dS , имеет вид:

$$dE = K(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - k \cdot r + \alpha_0) dS,$$

где A_0 – амплитуда колебания на волновом фронте, r – расстояние от элемента dS до точки наблюдения, $K(\varphi)$ – коэффициент наклонности, зависящий от угла φ между нормалью к элементу dS и направлением на точку P , ω – циклическая частота, k – волновой вектор, α_0 – начальная фаза.

Результирующее колебание в точке наблюдения P определяется суперпозицией всех вторичных волн и выражается интегралом по всей поверхности волнового фронта S :

$$E = \iint_S K(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - k \cdot r + \alpha_0) dS$$

3. При каких условиях происходит дифракция Френеля? Дифракция Фраунгофера?

Дифракция Френеля происходит, когда источник света и/или экран находятся на конечном, относительно небольшом расстоянии от препятствия. В дифракции Френеля важны сферические волны от каждой точки края препятствия. Главное условие – это наблюдение картины в ближней зоне дифракции, где волновой фронт еще не плоский, и картина меняется с расстоянием.

Дифракция Фраунгофера происходит, когда источник света и приемник находятся на бесконечно большом расстоянии от препятствия, и волны, приходящие в точку наблюдения, являются практически плоскими.

4. Почему дифракционные полосы нельзя наблюдать при протяженном или при немонохроматическом источнике света?

Дифракционные полосы нельзя наблюдать при немонохроматическом источнике света, потому что для волн разной длины полосы располагаются в разных местах, при этом, при смещении световых волн разной длины, дифракционные картины наедут друг на друга, и темные места будут засвечены. Таким образом картинка будет довольно сильно смазана.

Для протяженного источника ситуация аналогична. Освещенность на экране зависит от количества источников. Для каждого источника будет своя картинка и, в итоге, общая картинка смажется.

5. Каким способом можно получить узкий параллельный пучок света?

Для получения узкого параллельного пучка света, нужно поместить точечный источник в фокус собирающей линзы.

6. Как получить без вычислений соотношение, определяющее направление на первый минимум при дифракции на щели b ?

Минимумы интенсивности при дифракции Фраунгофера на одной щели возникают тогда, когда разность хода между лучами от противоположных краёв щели равна целому числу длин волн.

$$b \cdot \sin \theta = \lambda,$$

где λ – длина волны, а θ – угол между направлением падающего пучка и направлением первого минимума.

7. Какой вид имеет дифракционная картина при наклонном падении плоской волны на щель?

Дифракционная картина будет сдвинута. Максимумы и минимумы сместятся в направлении, соответствующему углу наклона падающей волны. Картина будет иметь форму полосы, суженной к краям щели.

8. Объясните распределение интенсивности в дифракционной картине Фраунгофера от щели?

Самая яркая полоса находится по оси перпендикулярной щели. Интенсивность уменьшается по мере удаления от центрального максимума. Длина полос уменьшается с увеличением угла наблюдения.

9. Как изменится интерференционная картина, если: а) изменить ширину щели? б) увеличить число щелей? в) уменьшить расстояние между ними? г) изменить ширину всех щелей?

а) Чем шире щель, тем уже главный максимум в дифракционной картине, потому что ширина дифракционного минимума обратнопропорциональна ширине щели. При узкой щели главный максимум растягивается. Таким образом ширина щели обратнопропорциональна ширине интерференционной картины.

б) При увеличении числа щелей, увеличивается число возможных интерференционных максимумов, а сами полосы становятся более узкими и расположены ближе друг к другу. Таким образом, число щелей прямопропорционально количеству интерференционных полос и обратнопропорционально расстоянию между полосами.

в) Увеличение расстояния между щелями приводит к уменьшению углового интервала между максимумами, поэтому полосы раздвигаются, но интенсивность максимумов может уменьшаться, и картина становится менее четкой. Таким образом, расстояние между щелями прямопропорционально расстоянию между полосами.

г) Более широкие щели дают более узкие дифракционные минимумы, из-за чего центральные и боковые полосы интерференции становятся шире, и сама картина растягивается. Таким образом, ширина всех щелей прямопропорционально размеру интерференционных полос.

10. Объясните на основе принципа Гюйгенса–Френеля, почему при дифракции на одной щели существуют углы дифракции, для которых интенсивность света равна нулю? Получить выражение для определения значений таких углов.

Принцип Гюйгенса-Френеля утверждает, что каждая точка волнового фронта служит источником вторичных сферических волн. При прохождении света через щель эти волны интерферируют между собой. В некоторых направлениях происходит полная деструктивная интерференция, и интенсивность света в этих направлениях равна нулю. Углы, при которых возникают такие минимумы, определяются условием

$$b \sin \theta = \lambda,$$

где θ – угол относительно центрального максимума, λ – длина волны света, b – ширина щели.

11. Найти угловое распределение интенсивности света при фраунгоферовой дифракции на решетке из N щелей с периодом d при условии, что световые лучи падают на решетку нормально, а ширина щели равна b .

Дифракция на одной щели определяется

$$I_1(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2, \quad \beta = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta.$$

Интерференция N щелей решетки определяется

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right)^2, \quad \delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta.$$

где первый множитель – огибающая, а второй множитель – усиление и распределение максимумов за счет интерференций N щелей. При этом главные максимумы решетки

$$d \sin \theta_k = k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

12. Параллельный пучок монохроматического света падает нормально на дифракционную решетку с заданной полной шириной ее штрихованной поверхности. При каком значении отношения $\frac{b}{d}$ ширины щели b к периоду решетки d интенсивность главных дифракционных максимумов второго порядка будет максимальна?

Угол θ_2 второго порядка:

$$\sin \theta_2 = \frac{2\lambda}{d}.$$

Подставив в огибающую (см. предыдущий вопрос) получим:

$$\beta = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta_2 = \frac{\pi}{b} \cdot \frac{2\lambda}{d} = \frac{2\pi b}{d}.$$

Чтобы максимум огибающей совпал с вторым порядком решетки

$$\beta = \pi \Rightarrow \frac{2\pi b}{d} = \pi \Rightarrow \frac{b}{d} = \frac{1}{2}.$$

13. Найти угловое распределение дифракционных максимумов при дифракции на решетке, период которой равен d , а ширина щели равна b .

Интенсивность одной щели:

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin(\pi b \sin \theta / \lambda)}{\pi b \sin \theta / \lambda} \right)^2$$

Интерференционная составляющая для N щелей:

$$I_N(\theta) = \left(\frac{\sin(N\pi d \sin \theta / \lambda)}{\sin(\pi d \sin \theta / \lambda)} \right)^2$$

Общее распределение интенсивности:

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin(\pi b \sin \theta / \lambda)}{\pi b \sin \theta / \lambda} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(N \pi d \sin \theta / \lambda)}{\sin(\pi d \sin \theta / \lambda)} \right)^2$$

Условие главных максимумов:

$$d \sin \theta_k = k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Условия минимумов огибающей одной щели:

$$b \sin \theta_m = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

14. Найти условие появления главного дифракционного максимума при наклонном падении лучей на решетку (угол падения θ_0). Какой вид принимает это условие, если $d \gg \lambda$, а порядок спектра $m \ll \frac{d}{\lambda}$?

Главные максимумы наблюдаются, когда разность хода равна целому числу длин волн:

$$d(\sin \theta_0 - \sin \theta_m) = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Если углы малые, то $\sin \theta \approx \theta$, $\sin \theta_0 \approx \theta_0$

$$d(\theta_0 - \theta_m) \approx m\lambda \Rightarrow \theta_m \approx \theta_0 - \frac{m\lambda}{d}.$$

То есть при малых углах максимумы смещаются на величину $\frac{m\lambda}{d}$ относительно направления падающего пучка.

15. Могут ли перекрываться спектры первого и второго порядков дифракционной решетки при освещении ее видимым светом (700÷400 нм)?

Уравнение для главного максимума дифракционной решетки:

$$\sin \beta = \frac{m\lambda}{d}$$

Максимум первого порядка:

$$\sin \beta_1^{\max} = \frac{700}{d}$$

Минимум второго порядка:

$$\sin \beta_2^{\min} = \frac{2 \cdot 400}{d} = \frac{800}{d}$$

Так как $\sin \beta_1^{\max} < \sin \beta_2^{\min}$, спектры не перекрываются.

16. Найти условие равенства нулю интенсивности m -го максимума для дифракционной решетки с периодом d и шириной щели b .

Главный максимум решетки:

$$d \sin \theta = m\lambda$$

Минимум дифракции щели:

$$b \sin \theta = n\lambda$$

Если максимум решетки совпадает с минимумом щели, амплитуда равна нулю. Учитывая N щелей, эффективный шаг уменьшается на mb :

$$Nd \sin \theta - mb \sin \theta = m\lambda$$

Тогда:

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{Nd - mb}$$

17. Описать характер спектров дифракционной решетки, если ее постоянная равна: 1) удвоенной, 2) утроенной, 3) учетверенной ширине щели.

Пусть ширина щели b фиксирована, а период решетки d меняется. Тогда при $d = 2b$, спектры ближе друг к другу, углы дифракции уменьшаются, спектры сужаются вдвое. Если $d = 3b$, спектры сужаются втрое. Если $d = 4b$, спектры сужаются вчетверо.

18. Изменяется ли разрешающая сила решетки при изменении наклона первичного пучка, падающего на нее?

Нет, так как разрешающая сила решетки не зависит от наклона первичного пучка, падающего на неё.

19. Почему дифракция не наблюдается на больших отверстиях и дисках?

Дифракция не проявляется, так как размеры отверстия значительно больше длины волны света. В этом случае интерференционный эффект практически

отсутствует, и свет либо проходит через отверстие, либо отражается от диска, практически не изменяя направление своего распространения.