

Группа: К3221

Студент: Дощенков Никита, Карпов
Иван

Преподаватель: Попов Антон Сергеевич

К работе допущен:

Работа выполнена:

Отчет принят:

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №3.01

1. Цель работы.

Построение сечений эквипотенциальных поверхностей и силовых линий электростатического поля на основе экспериментального моделирования распределения потенциала в слабопроводящей среде.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

- Экспериментально построить сечения эквипотенциальных поверхностей и силовых линий электростатического поля для плоского конденсатора и плоскости с дополнительным проводящим кольцом.
- Измерить распределение потенциала в слабопроводящей среде и по данным построить эквипотенциальные линии.
- По свойству ортогональности эквипотенциалей и линий напряжённости построить картину силовых линий и указать их направление.
- Рассчитать величины напряжённости поля в центре ванны и близи электрода.
- По данным измерений оценить поверхностную плотность зарядов на электродах.

- Для эксперимента с кольцом определить области минимальной и максимальной напряжённости и оценить E_{\min} и E_{\max} .
- Построить и сравнить графики $\varphi(X)$ для горизонтали $Y = 10$ см для двух экспериментов.

3. Объект исследования.

Электростатическое поле между двумя плоскими электродами в однородной слабопроводящей среде и изменение распределения потенциала при установке в ванну проводящего кольца.

4. Метод экспериментального исследования.

Моделирование электростатического поля в слабопроводящей среде с использованием двух плоских электродов, подключённых к генератору переменного напряжения. Потенциал внутри ванны измеряют зондом, подключённым к вольтметру. По набору точечных измерений потенциала строят эквипотенциальные линии, затем по ортогональности строят силовые линии.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

Формула	Пояснения
$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q}$	Вектор напряженности электрического поля. \vec{F} - сила, действующая на неподвижный заряд q , помещенный в данную точку. Заряд q - пробный. \vec{r} - радиус-вектор точки.
$\varphi(\vec{r}) = \frac{W_{\Pi}(\vec{r})}{q}$	Потенциал в данном точке поля. W_{Π} - потенциальная энергия заряда q , помещенного в данную точку.
$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2).$	Работа сил электростатического поля над

	зарядом q при его перемещении из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 .
$\vec{E} = -\text{grad } \varphi \equiv -\vec{\nabla} \varphi$ $\varphi_2 - \varphi_1 = - \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$	Связь напряженности и потенциала электростатического поля.
$\vec{\nabla} \varphi = \hat{e}_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \hat{e}_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \hat{e}_z \frac{\partial \varphi}{\partial z}$	Вектор градиента потенциала. x, y, z - декартовы координаты. $\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z$ - единичные вектора положительных направлений (ортов) координатных осей Ox, Oy, Oz
$\langle E_{12} \rangle \approx \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l_{12}}$	Средняя напряженность между точками на одной силовой линии с потенциалами φ_1 и φ_2 , где l_{12} - длина участка силовой линии между точками.
$\vec{j} = \sigma \vec{E}$	Закон Ома в дифференциальной форме, где \vec{j} - вектор плотности тока в проводящей среде, σ - удельная электропроводность среды.
$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} \equiv \text{div } \vec{j} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$	Плотность тока в любой проводящей среде удовлетворяет уравнению неразрывности. ρ - объемная

	плотность заряда. Для стационарного тока $\rho = \text{const}$, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ и в этом случае $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$.
$\sigma(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$	Следует из однородности σ .
$\text{rot } \vec{j} \equiv \vec{\nabla} \times \vec{j} = 0$	Получено путем применения к $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ операцию нахождения ротора и учитывая безвихревой характер постоянного тока.
$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$	Подставили $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ в $\text{rot } \vec{j} \equiv \vec{\nabla} \times \vec{j} = 0$

Исходные данные:

- Межэлектродная установленная амплитуда напряжения $U = 14\text{В}$.
- Частота переменного напряжения генератора $f = 400 \pm 50 \text{ Гц}$
- Диапазон вольтметра $0 \div 20\text{В}$.
- Координатная сетка на миллиметровой бумаге шаги по Y используются: 2, 6, 10, 14, 18 см; при конфигурации с кольцом рекомендуется уменьшить шаг потенциала и шаг Y рядом с кольцом до 1–2 см.
- Шаг изменения потенциала для первого эксперимента $\delta\varphi = 2\text{В}$
- Для эксперимента с кольцом $\Delta\varphi = 1\text{В}$
- Погрешности измерения координат $\Delta X = \pm 1 \text{ мм}$, $\Delta Y = \pm 0.5 \text{ мм}$.

6. Измерительные приборы

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Вольтметр	AB1	0-20 В	$\pm 0.5\%$

2	Амперметр	AB1	0-5 A	$\pm 1.0\%$
3	Резистор	ГН1	0-10 k Ω	$\pm 5\%$

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

8. Результаты прямых измерений.

Без диска.

φ_1	X_1	Y_1	φ_2	X_2	Y_2	φ_3	X_3	Y_3
1.89	2.0	2	3.89	6.8	2	5.89	11.8	2
	2.5	6		6.8	6		12.2	6
	2.8	10		7.0	10		12.5	10
	2.7	14		6.9	14		12.8	14
	2.0	18		7.2	18		12.6	18

φ_4	X_4	Y_4	φ_5	X_5	Y_5	φ_6	X_6	Y_6
7.89	16.7	2	9.89	21.3	2	11.89	26.1	2
	16.8	6		21.3	6		25.7	6
	16.5	10		21.3	10		25.6	10
	16.3	14		21.1	14		25.7	14
	16.3	18		21.0	18		26.0	18

С диском.

φ_1	X_1	Y_1	φ_2	X_2	Y_2	φ_3	X_3	Y_3	φ_4	X_4	Y_4
2.4	2.0	2	3.4	4.1	2	4.4	6.1	2	5.4	8.4	2
	2.1	4		4.0	4		5.9	4		7.8	4
	2.6	6		4.1	6		5.9	6		7.4	6
	2.8	8		4.0	8		5.5	8		7.2	8
	3.0	10		4.2	10		5.8	10		7.2	10
	2.8	12		4.2	12		5.7	12		7.7	12
	3.1	14		4.6	14		6.3	14		8.2	14
	2.7	16		4.5	16		7.0	16		—	16
	2.8	18		4.8	18		7.5	18		9.8	18

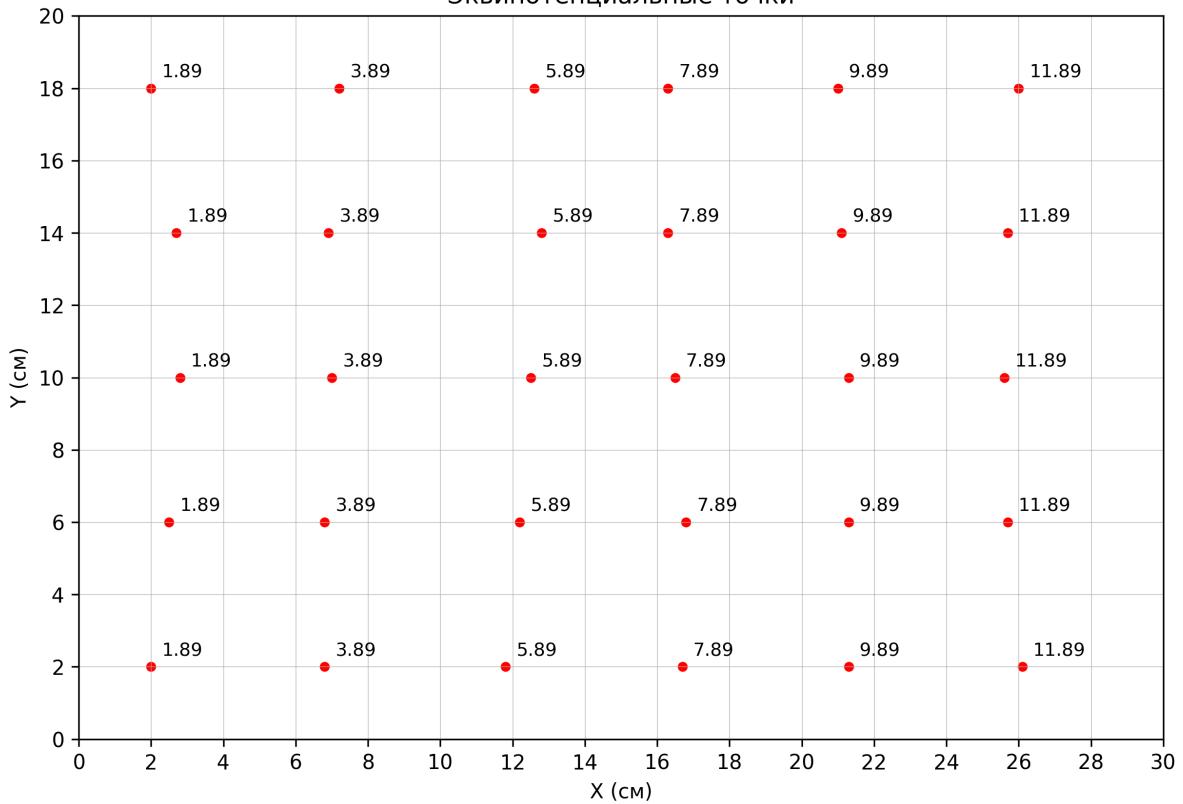
φ_5	X_5	Y_5	φ_6	X_6	Y_6	φ_7	X_7	Y_7	φ_8	X_8	Y_8
6.4	11.2	2	7.4	16.0	2	8.4	19.8	2	9.4	22.2	2
	—	4		—	4		20.3	4		—	4
	9.0	6		—	6		21.3	6		22.8	6
	—	8		—	8		21.7	8		—	8
	8.8	10		—	10		21.8	10		22.9	10
	—	12		—	12		21.3	12		—	12
	11.0	14		—	14		20.7	14		22.5	14
	—	16		—	16		19.7	16		—	16
	12.3	18		15.5	18		18.0	18		21.7	18

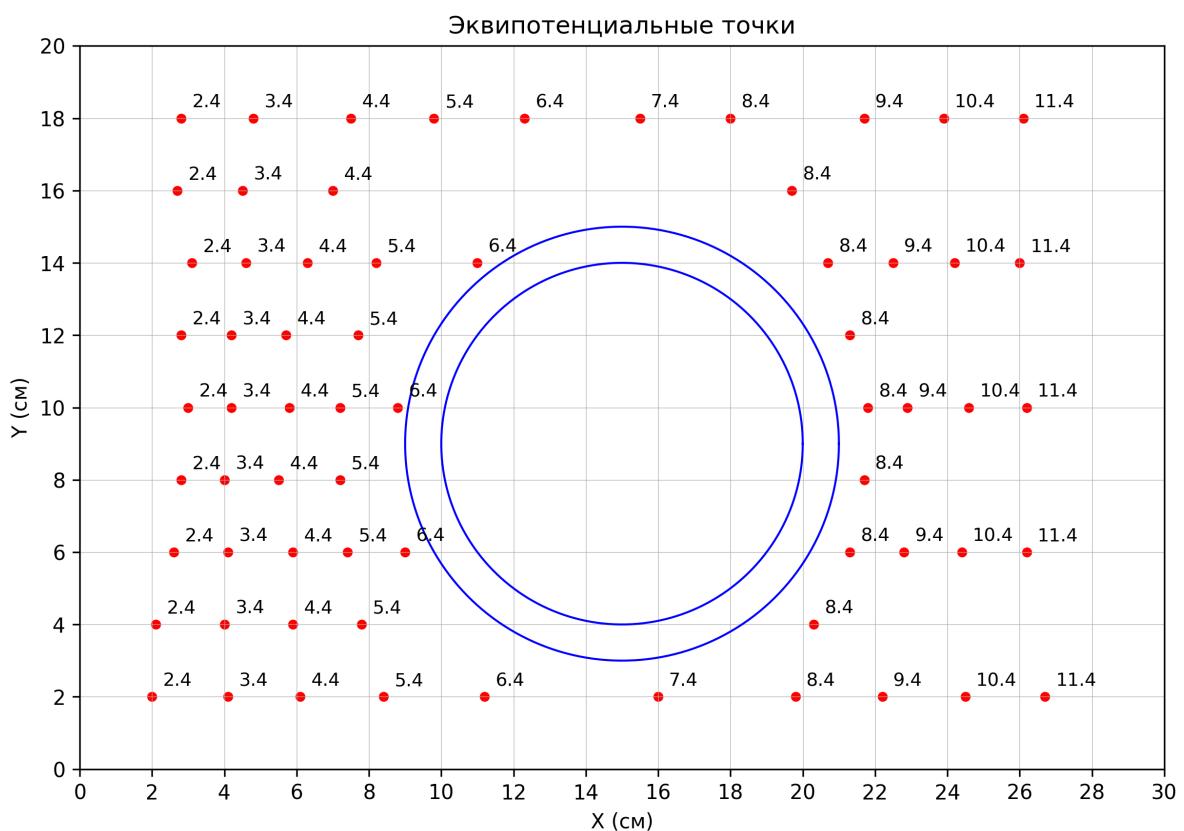
φ_9	X_9	Y_9	φ_{10}	X_{10}	Y_{10}
10.4	24.5	2	11.4	26.7	2
	—	4		—	4
	24.4	6		26.2	6
	—	8		—	8
	24.6	10		26.2	10
	—	12		—	12
	24.2	14		26.0	14
	—	16		—	16
	23.9	18		26.1	18

9. Построение эквипотенциальных линий.

Сначала точки с миллиметровой бумаги были перенесены в компьютер при помощи программы в Приложении.

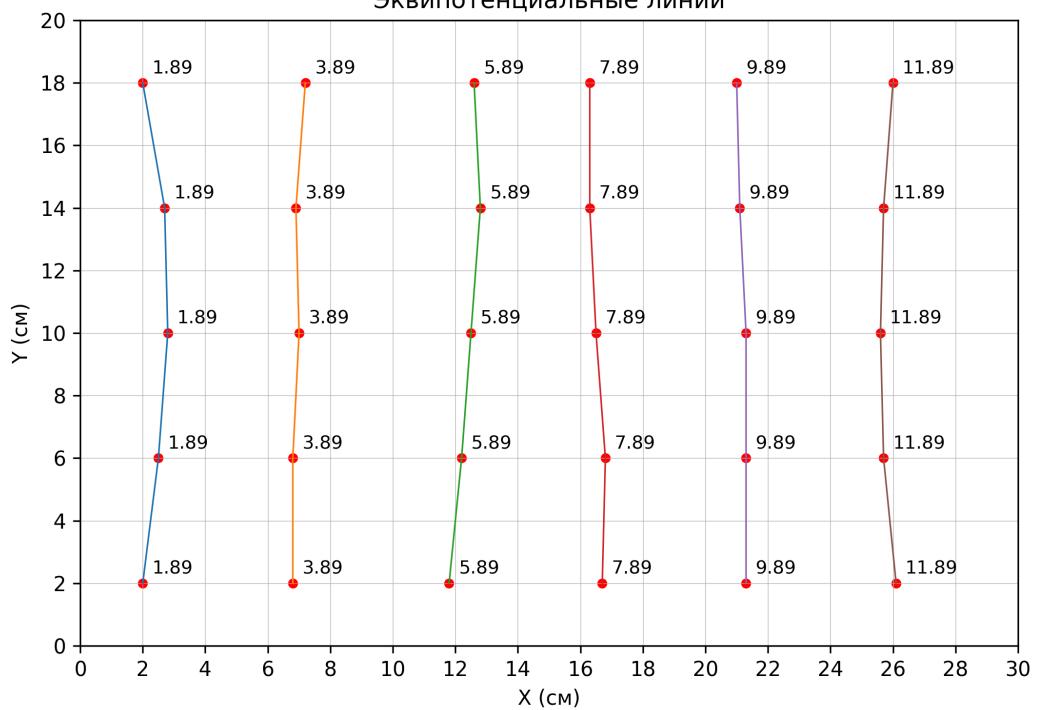
Эквипотенциальные точки

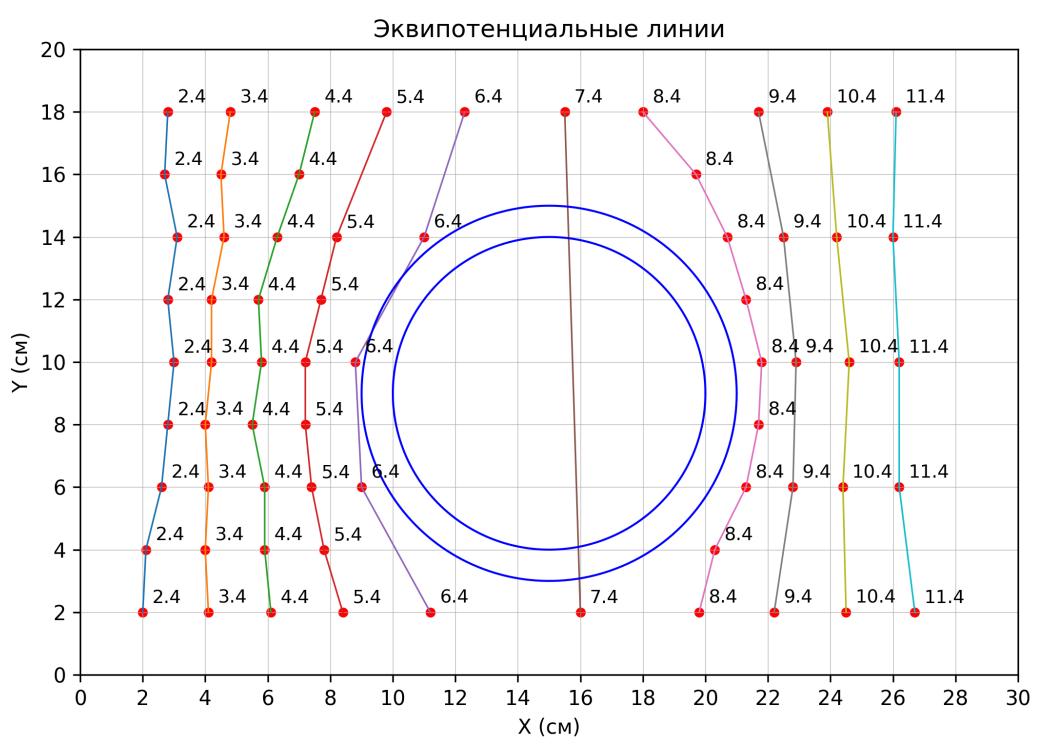




Затем я соединил их эквипотенциальными линиями.

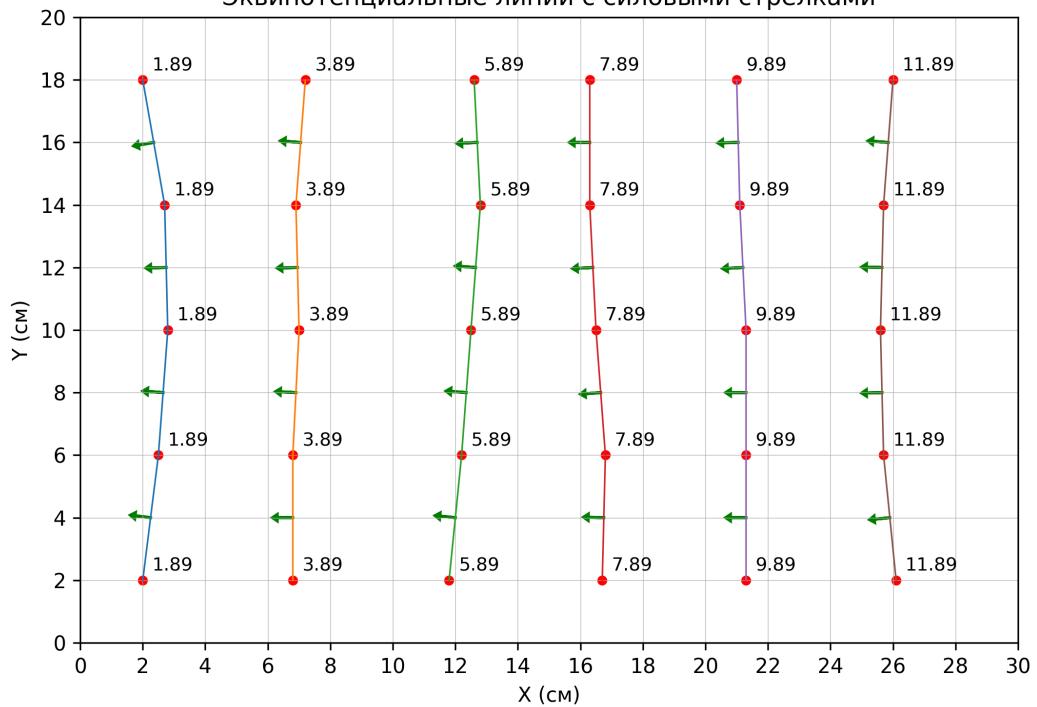
Эквипотенциальные линии

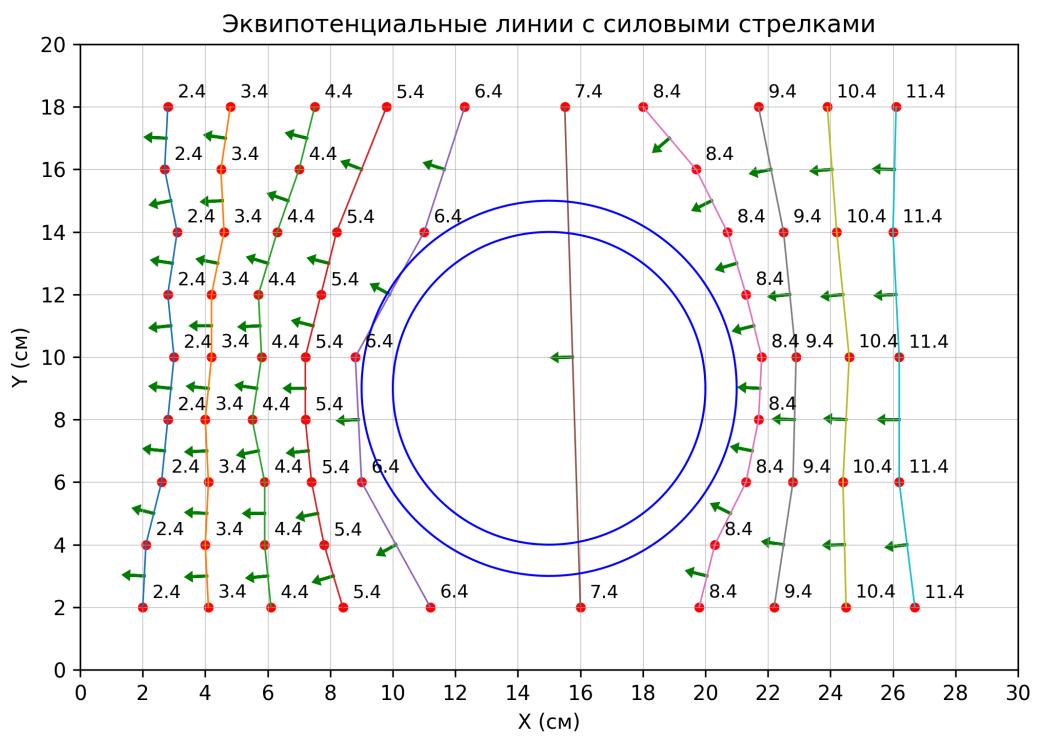




После, я добавил систему линий поля:

Эквипотенциальные линии с силовыми стрелками





10. Расчет величины напряженности.

Напряженность в центре ванны и поверхностная плотность заряда.

По формуле $\langle E_{12} \rangle \approx \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l_{12}}$ величина напряженности в центре электролитической ванны между линиями с $\varphi = 5.89$ и $\varphi = 7.89$:

При $y = 10$ см: $\varphi_4 = 5.89$ В при $x = 12.5$ см; $\varphi_5 = 7.89$ В при $x = 16.5$ см.

$$\langle E_{\text{ц}} \rangle \approx \frac{\varphi_5 - \varphi_4}{l_{45}} = \frac{7.89 - 5.89}{(165 - 125) \times 10^{-3}} = 50.0 \text{ В/м}$$

Рассчитаем погрешность $\langle E_{\text{ц}} \rangle$

$$\Delta x = 1 \text{ мм}$$

$$\Delta \varphi_4 = \Delta \varphi_5 = 0.1 \text{ В}$$

$$\Delta l_{45} = 2 \Delta x = 0.002 \text{ м}$$

$$\begin{aligned} \Delta \langle E_{\text{ц}} \rangle &= \sqrt{\left(\frac{\delta E_{\text{ц}}}{\delta \varphi_5} \Delta \varphi_5\right)^2 + \left(\frac{\delta E_{\text{ц}}}{\delta \varphi_4} \Delta \varphi_4\right)^2 + \left(\frac{\delta E_{\text{ц}}}{\delta l_{45}} \Delta l_{45}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{l_{45}} \Delta \varphi_5\right)^2 + \left(\frac{1}{l_{45}} \Delta \varphi_4\right)^2 + \left(\frac{\varphi_4 - \varphi_5}{l_{45}^2} \Delta l_{45}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{0.1}{0.04}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{0.04}\right)^2 + \left(-\frac{2}{0.04^2} \times 0.002\right)^2} = 4.3 \text{ В/м} \end{aligned}$$

$$\langle E_{\text{ц}} \rangle = (50 \pm 4) \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

В окрестности одного из электродов

Аналогично в окрестности правого электрода между линиями с $\varphi = 9.89$ и $\varphi = 11.89$

Смотрим точки при $y = 10$ см: $\varphi_6 = 9.89$ В при $x = 21.3$ см; $\varphi_7 = 11.89$ В при $x = 25.6$ см.

$$\langle E_{\text{э}} \rangle \approx \frac{11.89 - 9.89}{(256 - 213) \times 10^{-3}} = 46.5 \text{ В/м}$$

Посчитаем погрешность $\langle E_{\text{э}} \rangle$

$$\begin{aligned} \Delta \langle E_{\text{э}} \rangle &= \sqrt{\left(\frac{\delta E_{\text{э}}}{\delta \varphi_6} \Delta \varphi_6\right)^2 + \left(\frac{\delta E_{\text{э}}}{\delta \varphi_7} \Delta \varphi_7\right)^2 + \left(\frac{\delta E_{\text{э}}}{\delta l_{67}} \Delta l_{67}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{l_{67}} \Delta \varphi_6\right)^2 + \left(\frac{1}{l_{67}} \Delta \varphi_7\right)^2 + \left(\frac{\varphi_6 - \varphi_7}{l_{67}^2} \Delta l_{67}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{0.1}{0.043}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{0.043}\right)^2 + \left(-\frac{2}{0.043^2} \times 0.002\right)^2} = 3.94 \frac{\text{В}}{\text{м}} \end{aligned}$$

$$\langle E_{\text{э}} \rangle = (46.5 \pm 3.9) \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

Поверхностная плотность

Правый электрод находится при $X = 30$ см с потенциалом $\varphi = 14$ В.

Ближайшая измеренная точка: $\varphi = 11.89$ В при $x = 25.6$ см

По нормали к электроду:

$$\Delta\varphi = 14 - 11.89 = 2.11$$

$$\Delta l_n = (300 - 256) \times 10^{-3} = 44 \times 10^{-3}$$

$$\sigma' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \sigma$$

Возьмём $\varepsilon = 79$. Тогда множитель

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} = \frac{79 - 1}{79} = \frac{78}{79} \approx 0.987341772.$$

Следовательно

$$\sigma' \approx -0.987342\sigma$$

Если учитывать максимальное значение $\varepsilon = 81$:

$$\frac{80}{81} \approx 0.987654321 \Rightarrow \sigma' \approx -0.987654\sigma.$$

12. Нахождение E_{\min} и E_{\max} .

Между $\varphi = 8.4$ и $\varphi = 9.4$ справа от кольца.

$$\Delta x = 1.1 \text{ см} = 0.011 \text{ м}$$

$$E = \frac{1.0}{0.011} = 90.9 \text{ В/м}$$

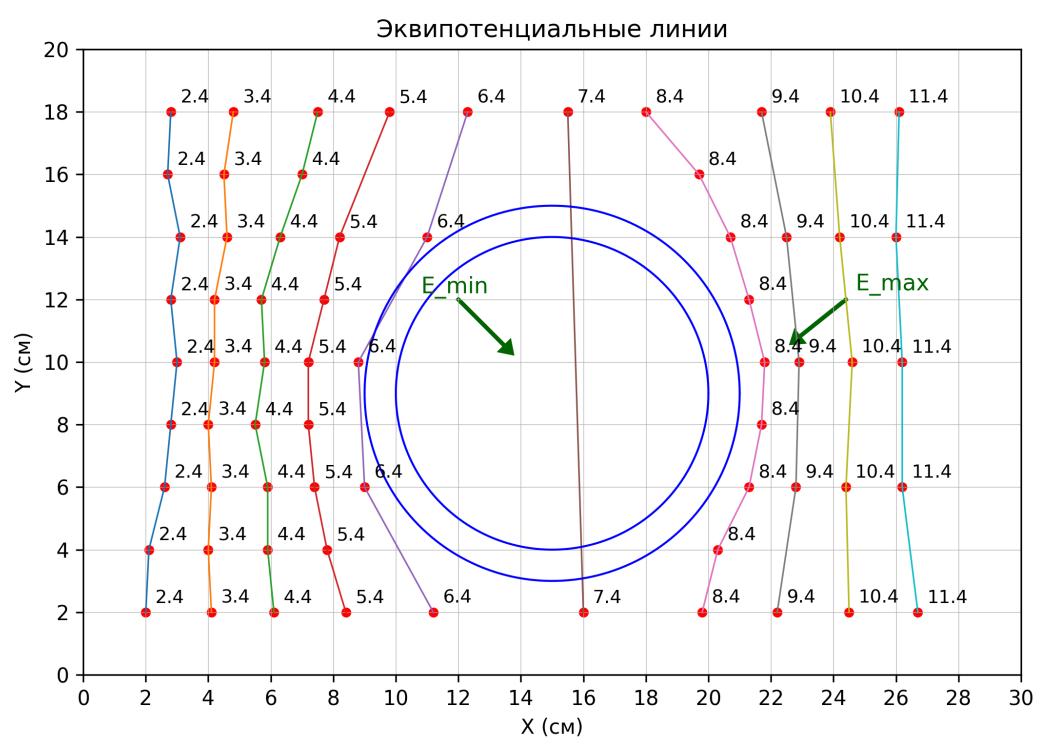
$$E_{\max} = 91 \text{ В/м}, (22.4, 10)$$

Между $\varphi = 6.4$ и $\varphi = 8.4$ Путь ≈ 6 см = 0.06 м

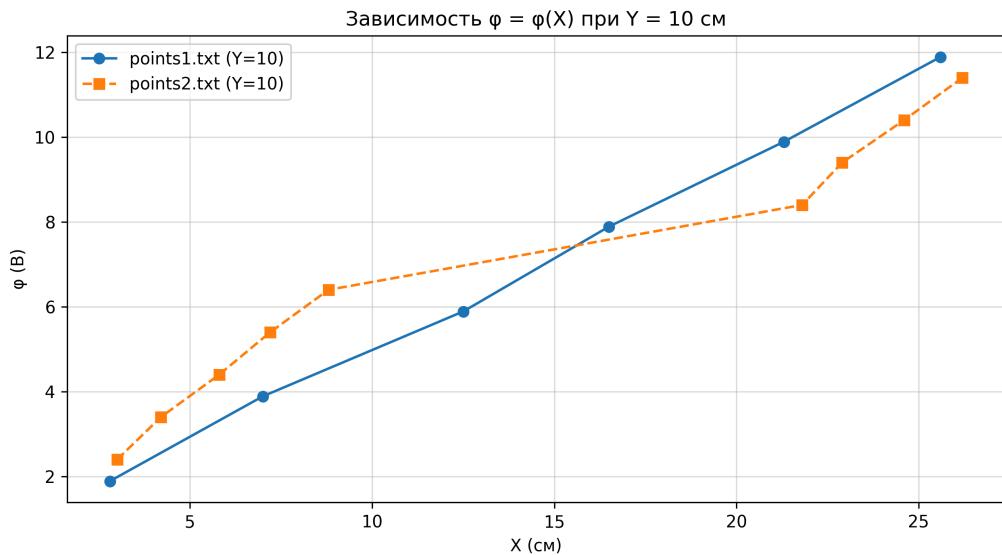
$$E = \frac{2.0}{0.06} = 33.3 \text{ В/м}$$

$$E_{\min} = 33 \text{ В/м}, (15, 9)$$

Точки E_{\min} и E_{\max} :



13. Построение графика $\varphi = \varphi(x)$, $y = 10$ см.



14. Вывод.

В ходе работы экспериментально построены эквипотенциальные линии и силовые линии поля для двух конфигураций — без кольца и с кольцом.

В центре ванны напряжённость составила $E_{\text{ц}} \approx 50$ В/м, у правого электрода — $E_{\text{з}} \approx 46.5$ В/м.

Для системы с кольцом найдены: $E_{\max} \approx 91$ В/м и $E_{\min} \approx 33$ В/м.

Поверхностная плотность наведённого заряда определяется как $\sigma' = -\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\sigma \approx -0.987\sigma$ при $\varepsilon = 79$, что показывает почти полное экранирование поля водой.