

Группа: *K3221*

Студент: *Доценников Никита, Карпов Иван*

Преподаватель: *Попов Антон Сергеевич*

К работе допущен:

Работа выполнена:

Отчет принят:

## **Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №3.01**

### **1. Цель работы.**

Построение сечений эквипотенциальных поверхностей и силовых линий электростатического поля на основе экспериментального моделирования распределения потенциала в слабопроводящей среде.

### **2. Задачи, решаемые при выполнении работы.**

- Экспериментально построить сечения эквипотенциальных поверхностей и силовых линий электростатического поля для плоского конденсатора и плоскости с дополнительным проводящим кольцом.
- Измерить распределение потенциала в слабопроводящей среде и по данным построить эквипотенциальные линии.
- По свойству ортогональности эквипотенциалей и линий напряжённости построить картину силовых линий и указать их направление.
- Рассчитать величины напряжённости поля в центре ванны и вблизи электрода.
- По данным измерений оценить поверхностную плотность зарядов на электродах.

- Для эксперимента с кольцом определить области минимальной и максимальной напряжённости и оценить  $E_{\min}$  и  $E_{\max}$ .
- Построить и сравнить графики  $\varphi(X)$  для горизонтали  $Y = 10$  см для двух экспериментов.

### 3. Объект исследования.

Электростатическое поле между двумя плоскими электродами в однородной слабопроводящей среде и изменение распределения потенциала при установке в ванну проводящего кольца.

### 4. Метод экспериментального исследования.

Моделирование электростатического поля в слабопроводящей среде с использованием двух плоских электродов, подключённых к генератору переменного напряжения. Потенциал внутри ванны измеряют зондом, подключённым к вольтметру. По набору точечных измерений потенциала строят эквипотенциальные линии, затем по ортогональности строят силовые линии.

### 5. Рабочие формулы и исходные данные.

| Формула   | Пояснения   |
|---|---|
| $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q}$ | Вектор напряжённости электрического поля. $\vec{F}$ - сила, действующая на неподвижный заряд $q$ , помещенный в данную точку. Заряд $q$ - пробный. $\vec{r}$ - радиус-вектор точки. |
| $\varphi(\vec{r}) = \frac{W_{\Pi}(\vec{r})}{q}$ | Потенциал в данной точке поля. $W_{\Pi}$ - потенциальная энергия заряда $q$ , помещенного в данную точку.   |
| $A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2).$            | Работа сил электростатического поля над   |

|   |   |
|---|---|
|   | <p>зарядом <math>q</math> при его перемещении из точки с потенциалом <math>\varphi_1</math> в точку с потенциалом <math>\varphi_2</math>.</p>   |
| $\vec{E} = -\text{grad } \varphi \equiv -\vec{\nabla} \varphi$ $\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$   | <p>Связь напряженности и потенциала электростатического поля.</p>   |
| $\vec{\nabla} \varphi = \hat{e}_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \hat{e}_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \hat{e}_z \frac{\partial \varphi}{\partial z}$                            | <p>Вектор градиента потенциала.<br/> <math>x, y, z</math> - декартовы координаты. <math>\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z</math> - единичные вектора положительных направлений (орты) координатных осей <math>Ox, Oy, Oz</math></p> |
| $\langle E_{12} \rangle \approx \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l_{12}}$   | <p>Средняя напряженность между точками на одной силовой линии с потенциалами <math>\varphi_1</math> и <math>\varphi_2</math>, где <math>l_{12}</math> - длина участка силовой линии между точками.</p>                            |
| $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  | <p>Закон Ома в дифференциальной форме, где <math>\vec{j}</math> - вектор плотности тока в проводящей среде, <math>\sigma</math> - удельная электропроводность среды.</p>  |
| $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} \equiv \text{div } \vec{j} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ | <p>Плотность тока в любой проводящей среде удовлетворяет уравнению неразрывности. <math>\rho</math> - объемная</p>  |

|   |  |
|---|--|
|   | плотность заряда. Для стационарного тока $\rho = \text{const}$ , $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ и в этом случае $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$ . |
| $\sigma(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ | Следует из однородности $\sigma$ .   |
| $\text{rot } \vec{j} \equiv \vec{\nabla} \times \vec{j} = 0$                        | Получено путем применения к $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ операцию нахождения ротора и учитывая безвихревой характер постоянного тока.                        |
| $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$   | Подставили $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ в $\text{rot } \vec{j} \equiv \vec{\nabla} \times \vec{j} = 0$   |

Исходные данные:

- Межэлектродная установленная амплитуда напряжения  $U = 14\text{В}$ .
- Частота переменного напряжения генератора  $f = 400 \pm 50$  Гц
- Диапазон вольтметра  $0 \div 20\text{В}$ .
- Координатная сетка на миллиметровой бумаге шаги по  $Y$  используются: 2, 6, 10, 14, 18 см; при конфигурации с кольцом рекомендуется уменьшить шаг потенциала и шаг  $Y$  рядом с кольцом до 1–2 см.
- Шаг изменения потенциала для первого эксперимента  $\delta\varphi = 2\text{В}$
- Для эксперимента с кольцом  $\Delta\varphi = 1\text{В}$
- Погрешности измерения координат  $\Delta X = \pm 1$  мм,  $\Delta Y = \pm 0.5$  мм.

## 6. Измерительные приборы

| № п/п | Наименование | Тип прибора | Используемый диапазон | Погрешность прибора |
|-------|--------------|-------------|-----------------------|---------------------|
| 1     | Вольтметр    | AB1         | 0-20 В                | $\pm 0.5\%$         |

|   |           |     |                 |             |
|---|-----------|-----|-----------------|-------------|
| 2 | Амперметр | AB1 | 0-5 А           | $\pm 1.0\%$ |
| 3 | Резистор  | ГН1 | 0-10 к $\Omega$ | $\pm 5\%$   |

**7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).**

**8. Результаты прямых измерений.**

Без диска.

| $\varphi_1$ | $X_1$ | $Y_1$ | $\varphi_2$ | $X_2$ | $Y_2$ | $\varphi_3$ | $X_3$ | $Y_3$ |
|-------------|-------|-------|-------------|-------|-------|-------------|-------|-------|
| <b>1.89</b> | 2.0   | 2     | <b>3.89</b> | 6.8   | 2     | <b>5.89</b> | 11.8  | 2     |
|             | 2.5   | 6     |             | 6.8   | 6     |             | 12.2  | 6     |
|             | 2.8   | 10    |             | 7.0   | 10    |             | 12.5  | 10    |
|             | 2.7   | 14    |             | 6.9   | 14    |             | 12.8  | 14    |
|             | 2.0   | 18    |             | 7.2   | 18    |             | 12.6  | 18    |

| $\varphi_4$ | $X_4$ | $Y_4$ | $\varphi_5$ | $X_5$ | $Y_5$ | $\varphi_6$  | $X_6$ | $Y_6$ |
|-------------|-------|-------|-------------|-------|-------|--------------|-------|-------|
| <b>7.89</b> | 16.7  | 2     | <b>9.89</b> | 21.3  | 2     | <b>11.89</b> | 26.1  | 2     |
|             | 16.8  | 6     |             | 21.3  | 6     |              | 25.7  | 6     |
|             | 16.5  | 10    |             | 21.3  | 10    |              | 25.6  | 10    |
|             | 16.3  | 14    |             | 21.1  | 14    |              | 25.7  | 14    |
|             | 16.3  | 18    |             | 21.0  | 18    |              | 26.0  | 18    |

С диском.

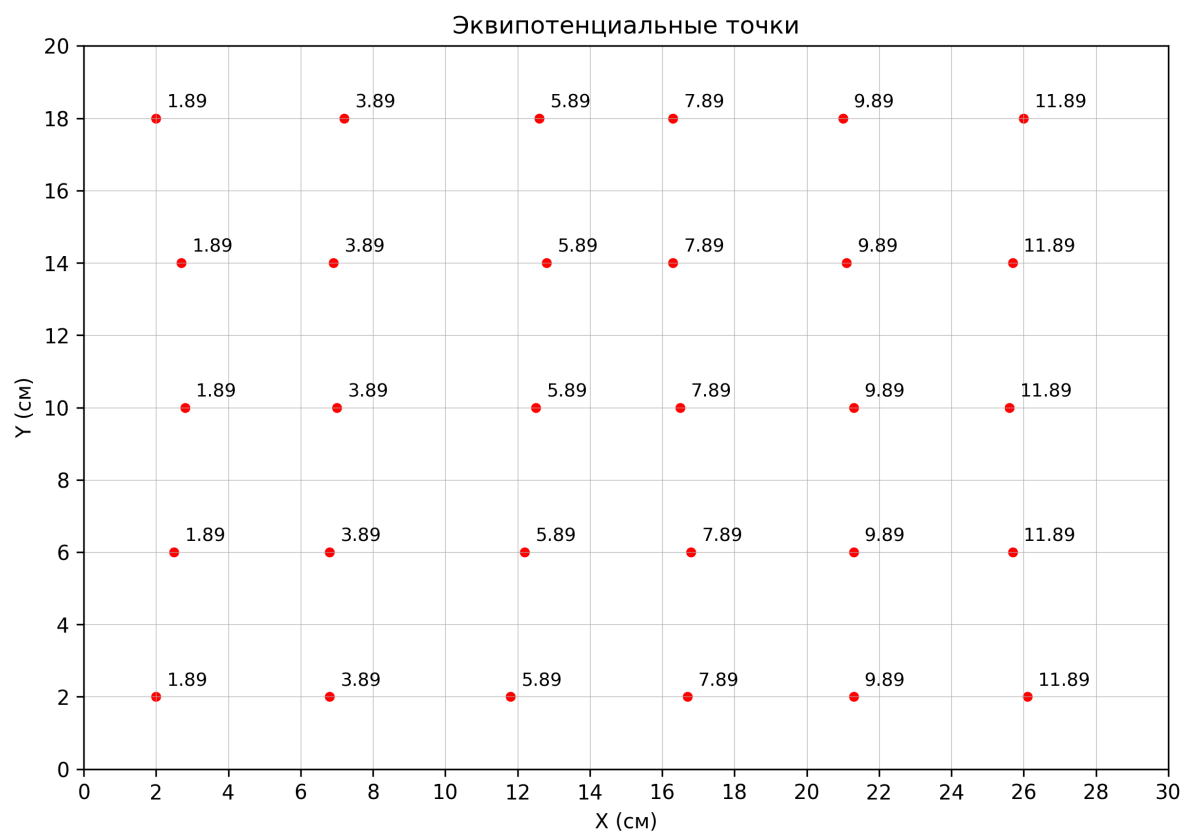
| $\varphi_1$ | $X_1$ | $Y_1$ | $\varphi_2$ | $X_2$ | $Y_2$ | $\varphi_3$ | $X_3$ | $Y_3$ | $\varphi_4$ | $X_4$ | $Y_4$ |
|-------------|-------|-------|-------------|-------|-------|-------------|-------|-------|-------------|-------|-------|
| <b>2.4</b>  | 2.0   | 2     | <b>3.4</b>  | 4.1   | 2     | <b>4.4</b>  | 6.1   | 2     | <b>5.4</b>  | 8.4   | 2     |
|             | 2.1   | 4     |             | 4.0   | 4     |             | 5.9   | 4     |             | 7.8   | 4     |
|             | 2.6   | 6     |             | 4.1   | 6     |             | 5.9   | 6     |             | 7.4   | 6     |
|             | 2.8   | 8     |             | 4.0   | 8     |             | 5.5   | 8     |             | 7.2   | 8     |
|             | 3.0   | 10    |             | 4.2   | 10    |             | 5.8   | 10    |             | 7.2   | 10    |
|             | 2.8   | 12    |             | 4.2   | 12    |             | 5.7   | 12    |             | 7.7   | 12    |
|             | 3.1   | 14    |             | 4.6   | 14    |             | 6.3   | 14    |             | 8.2   | 14    |
|             | 2.7   | 16    |             | 4.5   | 16    |             | 7.0   | 16    |             | —     | 16    |
|             | 2.8   | 18    |             | 4.8   | 18    |             | 7.5   | 18    |             | 9.8   | 18    |

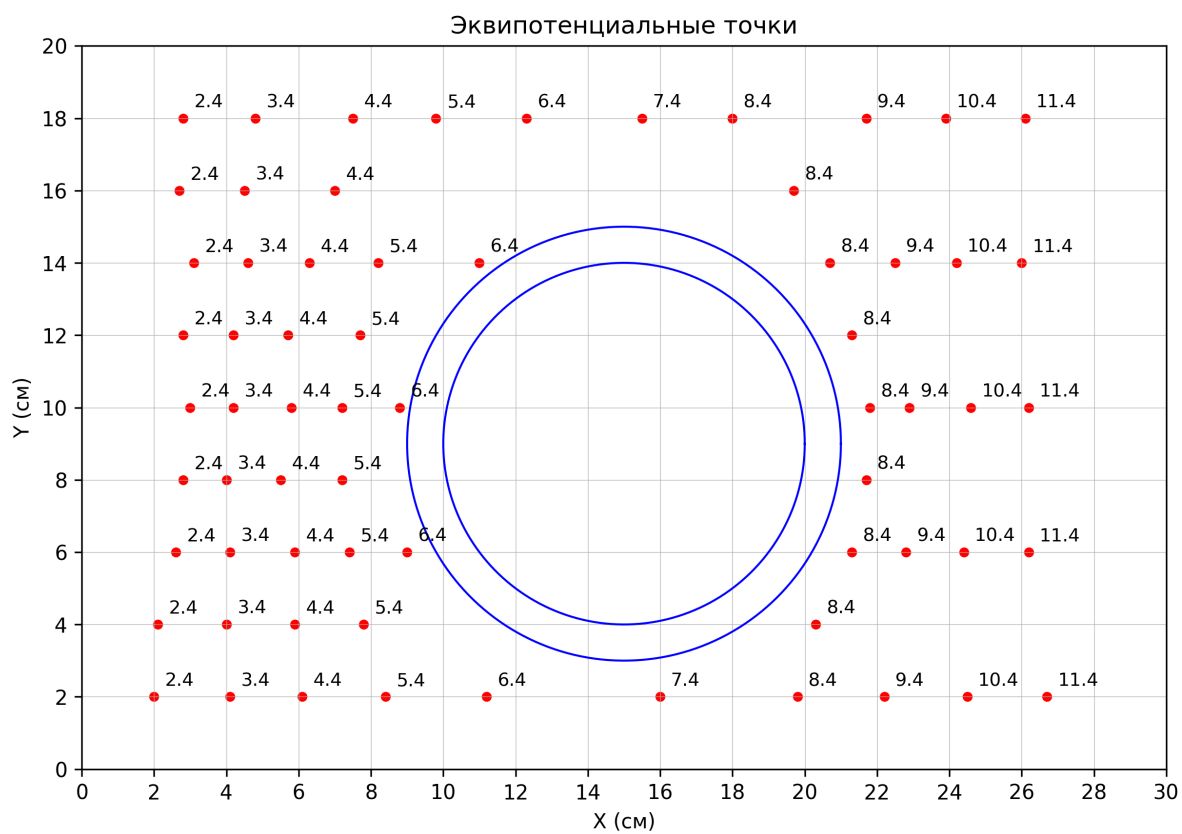
| $\varphi_5$ | $X_5$ | $Y_5$ | $\varphi_6$ | $X_6$ | $Y_6$ | $\varphi_7$ | $X_7$ | $Y_7$ | $\varphi_8$ | $X_8$ | $Y_8$ |
|-------------|-------|-------|-------------|-------|-------|-------------|-------|-------|-------------|-------|-------|
| <b>6.4</b>  | 11.2  | 2     | <b>7.4</b>  | 16.0  | 2     | <b>8.4</b>  | 19.8  | 2     | <b>9.4</b>  | 22.2  | 2     |
|             | —     | 4     |             | —     | 4     |             | 20.3  | 4     |             | —     | 4     |
|             | 9.0   | 6     |             | —     | 6     |             | 21.3  | 6     |             | 22.8  | 6     |
|             | —     | 8     |             | —     | 8     |             | 21.7  | 8     |             | —     | 8     |
|             | 8.8   | 10    |             | —     | 10    |             | 21.8  | 10    |             | 22.9  | 10    |
|             | —     | 12    |             | —     | 12    |             | 21.3  | 12    |             | —     | 12    |
|             | 11.0  | 14    |             | —     | 14    |             | 20.7  | 14    |             | 22.5  | 14    |
|             | —     | 16    |             | —     | 16    |             | 19.7  | 16    |             | —     | 16    |
|             | 12.3  | 18    |             | 15.5  | 18    |             | 18.0  | 18    |             | 21.7  | 18    |

| $\varphi_9$ | $X_9$ | $Y_9$ | $\varphi_{10}$ | $X_{10}$ | $Y_{10}$ |
|-------------|-------|-------|----------------|----------|----------|
| <b>10.4</b> | 24.5  | 2     | <b>11.4</b>    | 26.7     | 2        |
|             | —     | 4     |                | —        | 4        |
|             | 24.4  | 6     |                | 26.2     | 6        |
|             | —     | 8     |                | —        | 8        |
|             | 24.6  | 10    |                | 26.2     | 10       |
|             | —     | 12    |                | —        | 12       |
|             | 24.2  | 14    |                | 26.0     | 14       |
|             | —     | 16    |                | —        | 16       |
|             | 23.9  | 18    |                | 26.1     | 18       |

## 9. Построение эквипотенциальных линий.

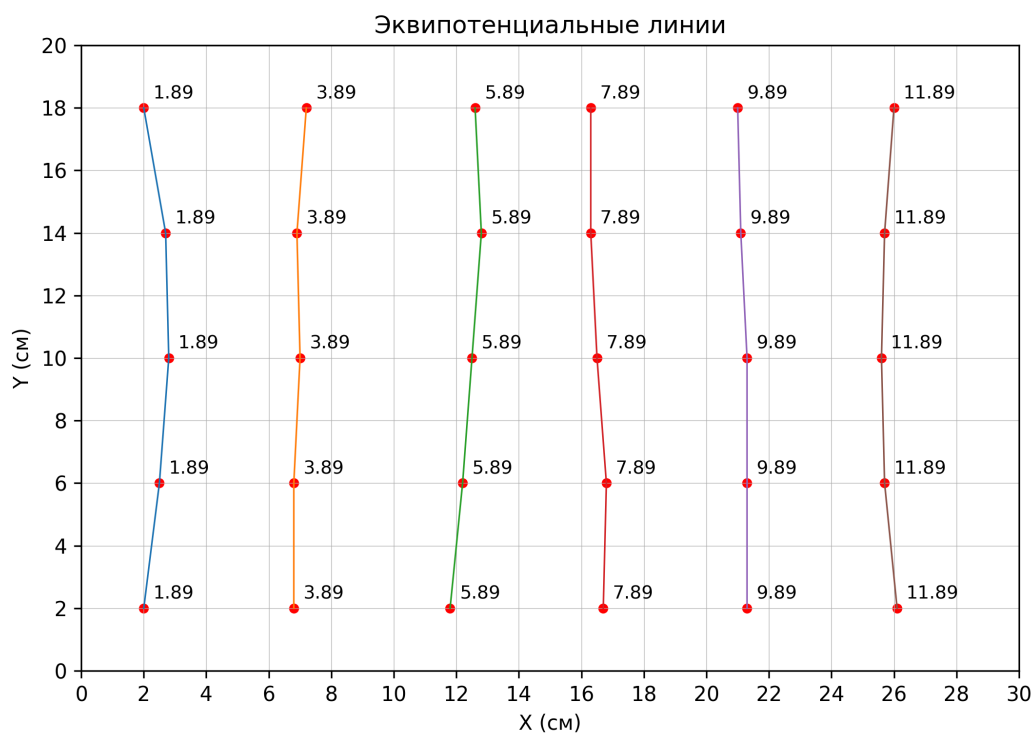
Сначала точки с миллиметровой бумаги были перенесены в компьютер при помощи программы в Приложении.

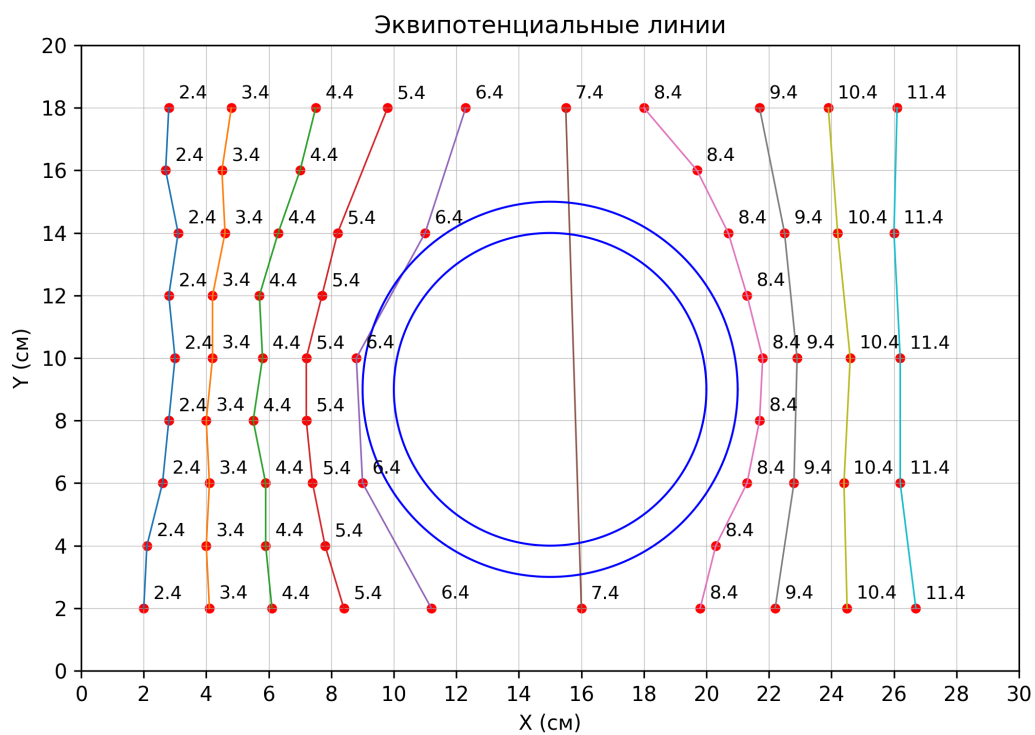




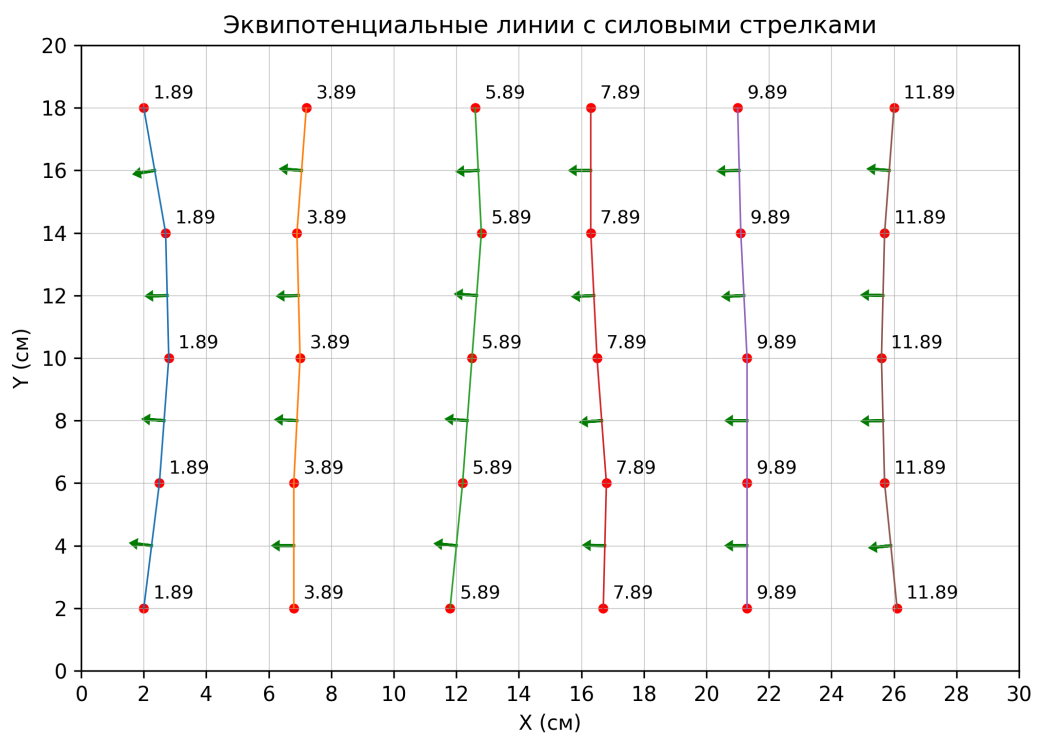
Затем я соединил их эквипотенциальными линиями.

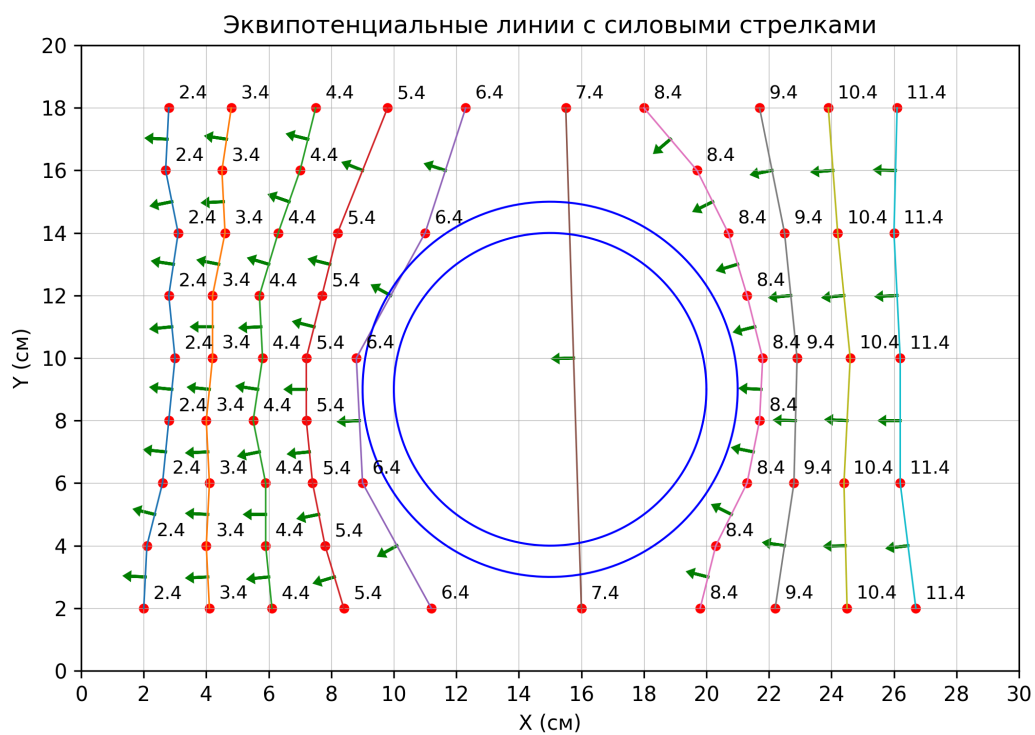






После, я добавил систему линий поля:





## 10. Расчет величины напряженности.

Напряженность в центре ванны и поверхностная плотность заряда.

По формуле  $\langle E_{12} \rangle \approx \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l_{12}}$  величина напряженности в центре электролитической ванны между линиями с  $\varphi = 5.89$  и  $\varphi = 7.89$ :

При  $y = 10$  см:  $\varphi_4 = 5.89$ В при  $x = 12.5$  см;  $\varphi_5 = 7.89$ В при  $x = 16.5$  см.

$$\langle E_{\text{ц}} \rangle \approx \frac{\varphi_5 - \varphi_4}{l_{45}} = \frac{7.89 - 5.89}{(165 - 125) \times 10^{-3}} = 50.0 \text{ В/м}$$

Рассчитаем погрешность  $\langle E_{\text{ц}} \rangle$

$$\Delta x = 1 \text{ мм}$$

$$\Delta \varphi_4 = \Delta \varphi_5 = 0.1 \text{ В}$$

$$\Delta l_{45} = 2\Delta x = 0.002 \text{ м}$$

$$\begin{aligned} \Delta \langle E_{\text{ц}} \rangle &= \sqrt{\left(\frac{\delta E_{\text{ц}}}{\delta \varphi_5} \Delta \varphi_5\right)^2 + \left(\frac{\delta E_{\text{ц}}}{\delta \varphi_4} \Delta \varphi_4\right)^2 + \left(\frac{\delta E_{\text{ц}}}{\delta l_{45}} \Delta l_{45}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{l_{45}} \Delta \varphi_5\right)^2 + \left(\frac{1}{l_{45}} \Delta \varphi_4\right)^2 + \left(\frac{\varphi_4 - \varphi_5}{l_{45}^2} \Delta l_{45}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{0.1}{0.04}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{0.04}\right)^2 + \left(-\frac{2}{0.04^2} \times 0.002\right)^2} = 4.3 \text{ В/м} \end{aligned}$$

$$\langle E_{\text{ц}} \rangle = (50 \pm 4) \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

В окрестности одного из электродов

Аналогично в окрестности правого электрода между линиями с  $\varphi = 9.89$  и  $\varphi = 11.89$

Смотрим точки при  $y = 10$  см:  $\varphi_6 = 9.89$ В при  $x = 21.3$  см;  $\varphi_7 = 11.89$ В при  $x = 25.6$  см.

$$\langle E_{\text{э}} \rangle \approx \frac{11.89 - 9.89}{(256 - 213) \times 10^{-3}} = 46.5 \text{ В/м}$$

Посчитаем погрешность  $\langle E_{\text{э}} \rangle$

$$\begin{aligned} \Delta \langle E_{\text{э}} \rangle &= \sqrt{\left(\frac{\delta E_{\text{э}}}{\delta \varphi_6} \Delta \varphi_6\right)^2 + \left(\frac{\delta E_{\text{э}}}{\delta \varphi_7} \Delta \varphi_7\right)^2 + \left(\frac{\delta E_{\text{э}}}{\delta l_{67}} \Delta l_{67}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{l_{67}} \Delta \varphi_6\right)^2 + \left(\frac{1}{l_{67}} \Delta \varphi_7\right)^2 + \left(\frac{\varphi_6 - \varphi_7}{l_{67}^2} \Delta l_{67}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{0.1}{0.043}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{0.043}\right)^2 + \left(-\frac{2}{0.043^2} \times 0.002\right)^2} = 3.94 \frac{\text{В}}{\text{м}} \end{aligned}$$

$$\langle E_{\text{э}} \rangle = (46.5 \pm 3.9) \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

Поверхностная плотность

Правый электрод находится при  $X = 30$  см с потенциалом  $\varphi = 14$ В.

Ближайшая измеренная точка:  $\varphi = 11.89$ В при  $x = 25.6$  см

По нормали к электроду:

$$\Delta\varphi = 14 - 11.89 = 2.11\text{В}$$

$$\Delta l_n = (300 - 256) \times 10^{-3} = 44 \times 10^{-3}\text{м}$$

$$\sigma' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\sigma$$

Возьмём  $\varepsilon = 79$ . Тогда множитель

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} = \frac{79 - 1}{79} = \frac{78}{79} \approx 0.987341772.$$

Следовательно

$$\sigma' \approx -0.987342\sigma$$

Если учитывать максимальное значение  $\varepsilon = 81$ :

$$\frac{80}{81} \approx 0.987654321 \Rightarrow \sigma' \approx -0.987654\sigma.$$

## 12. Нахождение $E_{\min}$ и $E_{\max}$ .

Между  $\varphi = 8.4$  и  $\varphi = 9.4$  справа от кольца.

$$\Delta x = 1.1 \text{ см} = 0.011\text{м}$$

$$E = \frac{1.0}{0.011} = 90.9 \text{ В/м}$$

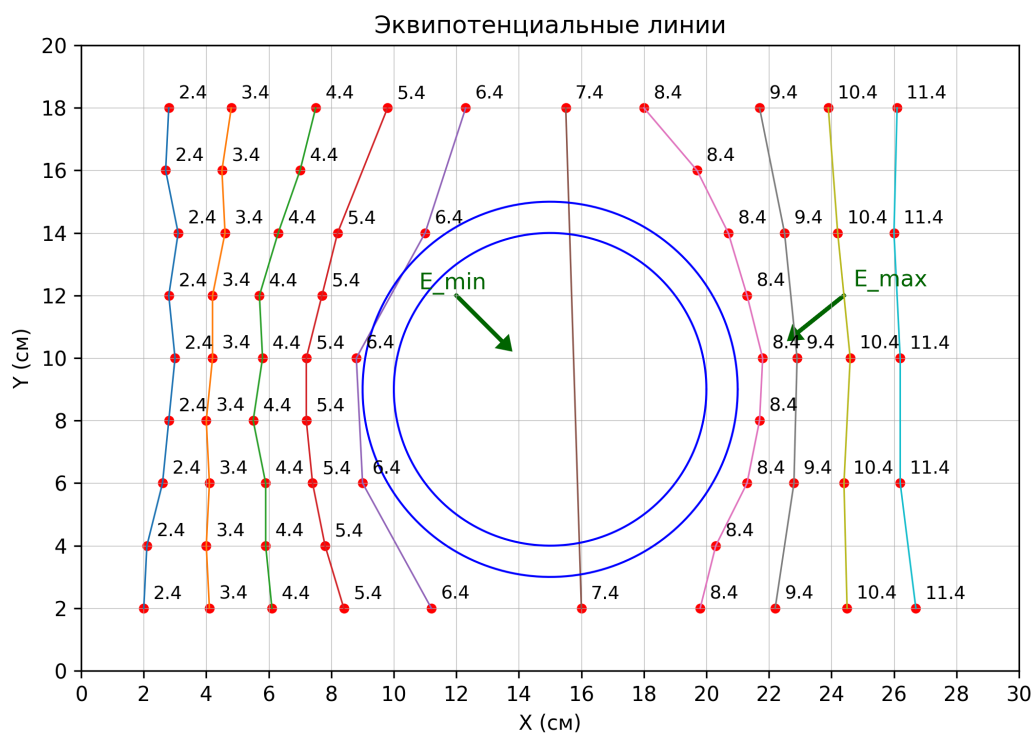
$$E_{\max} = 91 \text{ В/м, } (22.4, 10)$$

Между  $\varphi = 6.4$  и  $\varphi = 8.4$  Путь  $\approx 6$  см = 0.06м

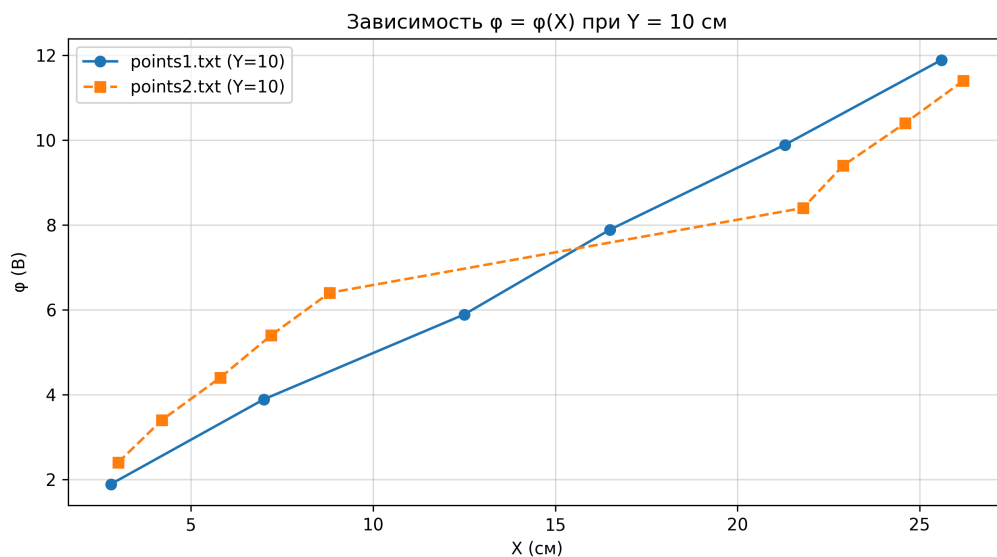
$$E = \frac{2.0}{0.06} = 33.3 \text{ В/м}$$

$$E_{\min} = 33 \text{ В/м, } (15, 9)$$

Точки  $E_{\min}$  и  $E_{\max}$ :



### 13. Построение графика $\varphi = \varphi(x)$ , $y = 10$ см.



### 14. Вывод.

В ходе работы экспериментально построены эквипотенциальные линии и силовые линии поля для двух конфигураций — без кольца и с кольцом.

В центре ванны напряжённость составила  $E_{\text{ц}} \approx 50$  В/м, у правого электрода —  $E_{\text{э}} \approx 46.5$  В/м.

Для системы с кольцом найдены:  $E_{\text{max}} \approx 91$  В/м и  $E_{\text{min}} \approx 33$  В/м.

Поверхностная плотность наведённого заряда определяется как  $\sigma' = -\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\sigma \approx -0.987\sigma$  при  $\varepsilon = 79$ , что показывает почти полное экранирование поля водой.