Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики

Физико-технический факультет

Задачи по магнетизму из разных учебников

Содержание

1 Постоянное магнитное поле.

1.1 Индукция магнитного поля. Закон Био-Савара.

1. Заряженная элементарная частица движется со скоростью, модуль которой $v = 900$ м/с. В некоторый момент в точке наблюдения P модуль напряжённости электрического поля этой частицы $E = 600$ В/м, а угол между векторами скорости и напряжённости $\alpha = 30^o$. Рассчитать индукцию магнитного поля данной частицы.
   Ответ: $B = 3$ пТл.

2. Используя закон Био-Савара, получить формулу для рассчёта модуля вектора индукции магнитного поля, создаваемого током I, протекающем в линейном бесконечном проводнике в точке, расположенной на расстоянии r_0 от проводника.
   Ответ: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r_0}$.

3. Рассчитать модуль вектора индукции магнитного поля, создаваемого конечным прямолинейным участком проводника, длины l, по которому протекает ток I, в точке отстоящей на произвольном расстоянии r_0 от оси проводника.
   Ответ: $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)$.

4. Замкнутый контур с током имеет вид прямоугольника с диагональю $d = 16$ см, угол между диагоналями $\alpha = 30^o$. Сила тока, протекающего по контуру $I = 5$ А. Рассчитать модуль индукции магнитного поля в центре контура.
   Ответ: $B = 0.1$ мТл.

5. Определить модуль вектора индукции магнитного поля на оси кругового тока I радиуса R, как функцию $B(z)$, где z расстояние до центра контура.
   Ответ: $B(z) = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$.

6. По тонкому замкнутому проводнику (рис. 1) течёт ток, сила которого $I = 5$ А. Радиус изогнутой части проводника $R = 120$ мм, угол $\varphi = 90^o$. Рассчитать модуль вектора магнитной индукции в точке O.

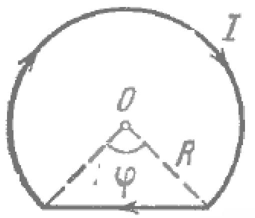

Рис. 1

Ответ: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}\left(1 + \dfrac{3}{4}\pi\right) \approx 28$ мкТл.

7. Замкнутый контур, по которому течёт ток силы I имеет форму показанную на (рис. 2). Радиус окружности R, длина стороны квадрата a. Найти индукцию магнитного поля в точке O.

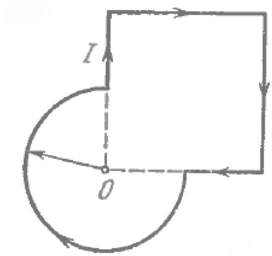

Рис. 2

Ответ: $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\dfrac{3\pi}{2R} + \dfrac{\sqrt{2}}{a}\right)$.

8. Тонкий провод с изоляцией образует плоскую спираль из $N = 200$ плотно прилегающих витков, по которым течёт ток $I = 5$ мА. Радиус внутреннего витка $a = 100$ мм, радиус внешнего витка $b = 200$ мм. Рассчитать индукцию магнитного поля в центре спирали.
   Ответ: $B = \dfrac{\mu_0 I N}{2(b-a)} \ln\dfrac{b}{a} \approx 4.4$ мкТл.

9. В параллельных плоскостях, расположенных на расстоянии $d = 8$ см друг от друга на одной оси находятся два круговых витка радиуса $R = 5$ см каждый. По виткам в одном направлении текут токи $I_1 = I_2 = 2$ А. Рассчитать напряжённость магнитного поля в центре одного из витков.
   Ответ: $H = \dfrac{I}{2}\left(\dfrac{1}{R} + \dfrac{R^2}{(d^2+R^2)^{3/2}}\right) \approx 23$ А/м.

10. Рассчитать модуль вектора магнитной индукции на оси соленоида, длина которого l, количество витков проволоки, плотно прилегающих друг к другу равно N. Через витки течёт ток I, радиус витков R_0.
    Ответ: $B(z) = \dfrac{\mu_0 I N}{2l}\left(\dfrac{l/2 - z}{\sqrt{R_0^2 + (l/2-z)^2}} + \dfrac{l/2+z}{\sqrt{R_0^2+(l/2+z)^2}}\right)$.

1.2 Закон полного тока.

1. Используя закон полного тока, найти модуль вектора индукции магнитного поля, создаваемого током текущим по коаксиальному кабелю. Ток I течёт по центральной жиле радиуса R_1, и возвращается по оболочке, внутренний и внешний радиусы которой R_2 и R_3 соответственно. Пространство между жилой и оболочкой заполнено диэлектриком. Магнитную проницаемость всюду считать равной 1.
   Ответ: $B(r < R_1) = \dfrac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$, $B(R_1 < r < R_2) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$,
   $B(R_2 < r < R_3) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(1 - \dfrac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$, $B(r > R_3) = 0$.

2. Определить индукцию магнитного поля тока, равномерно распределённого:

   - по бесконечной плоскости с линейной плотностью j;
   - по двум параллельным бесконечным плоскостям с линейными плотностями j и $-j$.

   Ответ: а) $B = \dfrac{\mu_0 j}{2}$, б) $B = \mu_0 j$.

3. Однородный ток, плотность которого $\mathbf{j}$ течёт внутри неограниченной пластины толщины $2d$ параллельно её поверхности. Найти индукцию магнитного поля этого тока, как функцию расстояния x от средней плоскости пластины. Магнитную проницаемость всюду считать равной 1.
   Ответ: $B(x > d) = \mu_0 dj$, $B(x < d) = \mu_0 xj$.

4. Найти вектор плотности тока, как функцию расстояния r от оси аксиально-симметричного параллельного потока электронов, если индукция магнитного поля внутри потока зависит от r как $B(r) = \beta r^{\alpha}$, где β и α положительные постоянные.
   Ответ: $\mathbf{j}(r) = \dfrac{\beta(\alpha+1)r^{\alpha-1}}{\mu_0}\mathbf{e}_z$.

5. Используя закон полного тока, рассчитать индукцию магнитного поля внутри соленоида длиной $L = 0.5$ м, содержащего $N = 1000$ витков плотной обмотки, если сопротивление обмоток $R = 120$ Ом, а напряжение на её концах $U = 60$ В.
   Ответ: $B = 1.25$ мТл.

6. По бесконечному прямому проводу, радиус сечения которого R, течёт постоянный ток, плотность которого $\mathbf{j}$. Найти вектор магнитной индукции поля, создаваемого этим током, в точке, положение которой относительно оси провода определяется радиус-вектором $\mathbf{r}$.

   Ответ: $\mathbf{B}(r < R) = \dfrac{\mu_0[\mathbf{j};\mathbf{r}]}{2}$, $\mathbf{B}(r > R) = \dfrac{\mu_0 R^2[\mathbf{j};\mathbf{r}]}{2r^2}$

7. По длинному цилиндрическому проводу течёт ток, плотность которого $\mathbf{j}$. Внутри провода имеется цилиндрическая полость, идущая параллельно оси провода. Расстояние от оси провода до оси полости задаётся вектором $\mathbf{l}$. Найти вектор индукции магнитного поля внутри полости.
Ответ: $\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0[\mathbf{j};\mathbf{l}]}{2}$.

8. Ток I течёт по длинному проводу и затем равномерно растекается по всем направлениям однородной проводящей среды рис. (3). Рассчитать индукцию магнитного поля в точке A, отстоящей от точки O на расстоянии r под углом θ.
Ответ: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\tan\dfrac{\theta}{2}$

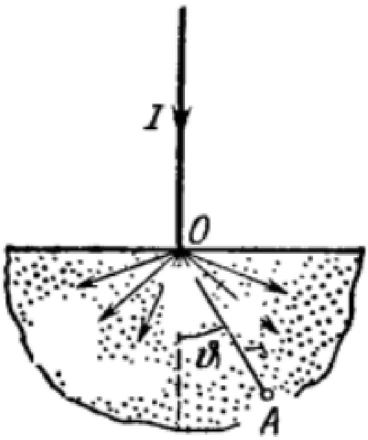

Рис. 3

9. Ток I течёт по длинному прямому проводу круглого сечения. Рассчитать поток магнитного поля через половину осевого сечения провода приходящейся на один метр его длины.
Ответ: $\Phi = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}$.

1.3 Магнитное поле при наличии Магнетиков. Магнитный момент.

1. Найти магнитный момент тонкого кругового витка с током, если радиус витка $R = 100$ мм, а индукция магнитного поля в центре $B = 6$ мкТл.

   Ответ: $p_\text{м} = \dfrac{2\pi R^3 B}{\mu_0} \approx 30$ мА м^2.

2. Магнитный диполь, момент которого $\mathbf{p}_\text{м}$ поместили на расстояние r от длинного провода по которому течёт ток I. Найти вектор силы действующей на диполь со стороны магнитного поля, создаваемого током I если вектор магнитного момента:

   - параллелен проводнику;
   - направлен по вектору $\mathbf{r}$;
   - совпадает по направлению с магнитным полем тока I.

   Ответ: а) $\mathbf{F} = \mathbf{0}$, б) $\mathbf{F} = -\dfrac{\mu_0 p_\text{м} I}{2\pi r^2}\mathbf{e}_\varphi$, в) $\mathbf{F} = -\dfrac{\mu_0 p_\text{м} I}{2\pi r^2}\mathbf{e}_r$.

3. Тонкий диск из диэлектрика, несущий заряд поверхностная плотность которого σ равномерно вращается вокруг своей оси с угловой скоростью ω. Рассчитать:

   - индукцию магнитного поля в центре диска;
   - магнитный момент диска.

   Ответ: $B = \dfrac{\mu_0}{2}\sigma\omega R$, $p_m = \dfrac{\pi\sigma R^4}{4}$.

4. Сферическая поверхность радиуса R, состоящая из диэлектрика вращается равномерно вокруг своего диаметра с угловой скоростью ω. Рассчитать магнитную индукцию в центре сферы если поверхностная плотность зарядов равна σ.

   Ответ: $B = \dfrac{2}{3}\mu_0\sigma\omega R$.

5. Вдоль оси бесконечного прямого цилиндра радиуса R_0 течёт линейный ток силой I. Магнитная проницаемость вещества цилиндра μ. Вокруг цилиндра вакуум. Найти:

- наряжённость магнитного поля $\mathbf{H}$;
- индукцию магнитного поля $\mathbf{B}$;
- намагниченность $\mathbf{J}$;

во всех точках пространства. Рассчитать объёмную и поверхностную плотность молекулярных токов.

Ответ: $\mathbf{H}(r < R_0) = \dfrac{I}{2\pi r}\mathbf{e}_\varphi = \mathbf{H}(r > R_0)$,
$\mathbf{B}(r < R_0) = \dfrac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}\mathbf{e}_\varphi$, $\mathbf{J}(r < R_0) = \dfrac{I(\mu - 1)}{2\pi r}\mathbf{e}_\varphi$,
$\mathbf{B}(r > R_0) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\mathbf{e}_\varphi$, $\mathbf{J}(r > R_0) = \mathbf{0}$, $\mathbf{j}_{\text{мо}} = \mathbf{0}$,
$j_{\text{мп}} = \dfrac{I(1-\mu)}{2\pi R_0}$.

6. Среда состоит из однородного изотропного магнетика и вакуума. Модуль вектора индукция магнитного поля вблизи поверхности магнетика со стороны вакуума равен B. Найти модуль индукции магнитного поля B' в магнетике вблизи его поверхности, если вектор $\mathbf{B}$ составляет угол α с нормалью к поверхности раздела магнетика и вакуума (поверхность можно считать плоскостью), а магнитная проницаемость магнетика μ.
   Ответ: $B' = B\sqrt{\cos^2\alpha + \mu^2\sin^2\alpha}$.

7. Воспользовавшись условиями предыдущей задачи рассчитать циркуляцию вектора $\mathbf{B}$ по замкнутому квадратному контуру, длина стороны которого l. Граница раздела сред пересекает контур параллельно двум его противоположным сторонам.
   Ответ: $\oint_L(\mathbf{B},\mathbf{dl}) = B\sin\alpha l(1-\mu)$.

8. По длинному цилиндрическому проводу течёт ток перпендикулярно плоскости поперечного сечения. Сила тока I. Провод изготовлен из парамагнетика с магнитной восприимчивостью χ. Найти:
   - силу поверхностного молекулярного тока $I'_{\text{пов}}$;
   - силу объёмного молекулярного тока $I'_{\text{об}}$.

Определить, как эти токи направлены друг относительно друга.

Ответ: $I_{\text{мо}} = I\chi$, $I_{\text{мп}} = -I\chi$.

9. Длинный соленоид заполнен неоднородным парамагнетиком, магнитная восприимчивость которого зависит от расстояния до оси как $\chi = \alpha r^2$. На оси соленоида магнитная индукция равна B_0. Рассчитать, как функцию r:

- намагниченности магнетика;
- плотности объёмного молекулярного тока.

Ответ: $J(r) = \dfrac{B_0 \alpha r^2}{\mu_0}$, $j(r) = \dfrac{2\alpha B_0}{\mu_0} r$.

1.4 Частица в магнитном поле

1. Электрон влетает в однородное магнитное поле со скоростью перпендикулярной полю. Напряжённость магнитного поля $H = 10^3$ А/м. Ускоряющая разность потенциалов, придавшая электрону скорость $U = 400$ В. Рассчитать радиус кривизны траектории R и частоту ν обращения электрона в магнитном поле.

   Ответ: $R = \dfrac{1}{\mu_0 H}\sqrt{\dfrac{2U}{q_m}} \approx 5.37$ см, $\nu = \dfrac{\mu_0 H q_m}{2\pi} \approx 35$ МГц.

2. В однородное магнитное поле с магнитной индукцией $B = 0.4$ Тл перпендикулярно полю с постоянной скоростью влетает заряженная частица. В течении 6 мкс включается постоянное электрическое поле напряжённостью $E = 300$ В/м сонаправленно магнитному полю. Рассчитать шаг винтовой траектории частицы после выключения электрического поля.

   Ответ: $h = \dfrac{2\pi E}{B} t \approx 0.028$ м.

1.5 Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

1. В однородное магнитное поле, индукция которого $B = 1$ Тл внесли квадратный контур со стороной $a = 10$ см, по которому течёт ток $I = 100$ А, после чего контур свободно устанавливается в магнитном поле под действием механического момента. Рассчитать работу A', совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон на угол $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$.
   Ответ: $A = BIa^2 = 1$ Дж.

2. Магнитное поле создаётся длинным прямым проводником, по которому течёт ток I_0. В одной плоскости с проводником расположена квадратная рамка с током I, сторона рамки a. Рассчитать:

   - силу ампера действующую на рамку;
   - работу, которую необходимо совершить при медленном повороте рамки вокруг оси параллельной проводнику на угол 180^o, проходящей через центры противоположных сторон рамки;

   если расстояние от этой оси до проводника в η раз больше стороны рамки.
   Ответ: $F_A = \dfrac{2\mu_0 I I_0}{\pi(4\eta^2 - 1)}$ $A = \dfrac{\mu_0 I_0 I a}{\pi} \ln\left(\dfrac{2\eta + 1}{2\eta - 1}\right)$.

2 Электромагнитная индукция.

2.1 Индукция токов. Закон электромагнитной индукции Фарадея.

1. В однородном магнитном поле, с индукцией модуль которой B, расположен замкнутый контур (рис. 4). Верхнюю часть контура, представляющую с собой полуокружность радиуса R_0 вращают вокруг оси OO' с постоянной угловой частотой ω.

Найти э.д.с. индукции возникающую в контуре, как функцию времени, если в момент $t = 0$ магнитный поток через контур максимальный.
Ответ: $\varepsilon^{\text{инд}} = \dfrac{\pi}{2} R_0^2 B\omega \sin\omega t$.

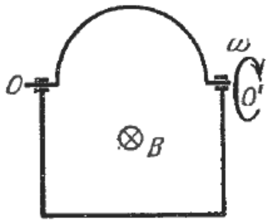

Рис. 4

2. В однородном магнитном поле, модуль индукции которого $B = 0.4$ Тл, с постоянной частотой $\nu = 480$ об/мин вращается замкнутая рамка, состоящая из $N = 1000$ витков проволоки. Площадь ограниченная контуром рамки $S = 200$ см^2. Рассчитать значение эдс индукции в момент, когда угол между нормалью к рамке и вектором магнитной индукции равен 30^o.
Ответ: $\varepsilon^{\text{инд}} = NSB\nu\pi \approx 201$ В.

3. В однородном магнитном поле, модуль индукции которого $B = 0.1$ Тл расположен плоский проволочный виток, замкнутый на гальванометр. Площадь ограниченная контуром витка $S = 10^{-2}$ м^2. В начальный момент времени плоскость витка располагалась перпендикулярно магнитному полю. После поворота витка на некоторый угол α, через гальванометр прошёл заряд $q = 7.5 \cdot 10^{-4}$ Кл. Рассчитайте угол α на который повернули виток если его сопротивление $R = 2$ Ом.
Ответ: $\alpha = 1 - \dfrac{Rq}{BS} \approx 120^o$.

4. К источнику сторонних эдс сопротивление которого пренебрежимо мало, а $\varepsilon_0 = 2$ В подключили соленоид индуктивность

которого $L = 0.1$ Гн, а сопротивление $R = 0.02$ Ом. Рассчитать заряд, который пройдёт через соленоид за первые 5 с.
Ответ: $q = \dfrac{\varepsilon}{R}\left(t + \dfrac{L}{R}\left(\exp\left[-\dfrac{R}{L}t\right] - 1\right)\right) \approx 184$ Кл.

5. Квадратная рамка со стороной $a = 70$ см помещена в магнитное поле так, что нормаль к рамке составляет угол $\alpha = 45^o$ с направлением магнитного поля. Индукция магнитного поря меняется по закону $B = B_0 \cos\omega t$, где $B_0 = 0.2$ Тл, $\omega = 6$ с$^{-1}$. Рассчитать ЭДС индукции, возникающей в рамке в момент времени $t = 3$ с.
Ответ: $\varepsilon = \dfrac{1}{\sqrt{2}} B_0 \omega \sin(\omega t) \approx -0.31$ В.

6. В прямом бесконечном проводнике течёт ток, сила которого меняется по закону $I = \beta t^3$, где $\beta = 2$ А/с^3. В одной плоскости с проводником, параллельно ему, расположена квадратная рамка, сторона которой $a = 20$ см, а сопротивление материала рамки $R = 7$ Ом. Расстояние от ближайшей стороны рамки до проводника $l = 20$ см. Рассчитать силу тока в рамке в момент времени $t = 10$ с.
Ответ: $I = \dfrac{3\mu_0 a\beta}{2\pi} \log\left(1 + \dfrac{a}{l}\right) t^2 \approx 2.4 \cdot 10^{-6}$ А.

7. П-образный проводник расположен в однородном магнитном поле, перпендикулярном к плоскости проводника. Магнитная индукция поля изменяется с постоянной скоростью β. Вдоль параллельных сторон проводника с постоянным ускорением a перемещают проводник перемычку, длина которой l. Рассчитать эдс индукции через время t после начала перемещения перемычки, если в начальный момент времени и индукция и площадь контура равны 0.
Ответ: $\varepsilon = -\dfrac{3l\beta a}{2} t^2$.

8. Внутри длинного соленоида расположена катушка состоящая из N витков. Площадь поперечного сечения катушки S. Катушку поворачивают с постоянной угловой скоростью ω вдоль

оси совпадающей с её диаметром и перпендикулярной к оси соленоида. рассчитать эдс индукции в катушке если, индукция магнитного поля в соленоиде изменяется со временем как $B = B_0 \sin(\omega t)$, а в момент времени $t = 0$ ось катушки совпадала с осью соленоида.
Ответ: $\varepsilon = B_0 N S \omega \cos(2\omega t)$.

9. По длинному прямому соленоиду, радиус сечения которого R и плотностью намотки n, течёт ток, скорость изменения которого от времени равна ι. Рассчитать вектор напряжённости вихревого электрического поля, как функцию расстояния r от оси соленоида.