Содержание

Постоянное магнитное поле

Индукция магнитного поля. Закон Био-Савара

№1

Условие: Заряженная элементарная частица движется со скоростью, модуль которой $v = 900$ м/с. В некоторый момент в точке наблюдения P модуль напряжённости электрического поля этой частицы $E = 600$ В/м, а угол между векторами скорости и напряжённости $\alpha = 30°$. Рассчитать индукцию магнитного поля данной частицы.

Решение:

Ответ: $B = 3$ пТл.

№2

Условие: Используя закон Био-Савара, получить формулу для рассчёта модуля вектора индукции магнитного поля, создаваемого током I, протекающем в линейном бесконечном проводнике в точке, расположенной на расстоянии r_0 от проводника.

Решение:

Ответ: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}$.

№3

Условие: Рассчитать модуль вектора индукции магнитного поля, создаваемого конечным прямолинейным участком проводника, длины l, по которому протекает ток I, в точке отстоящей на произвольном расстоянии r_0 от оси проводника.

Решение:

Ответ: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)$.

№4

Условие: Замкнутый контур с током имеет вид прямоугольника с диагональю $d = 16$ см, угол между диагоналями $\alpha = 30°$. Сила тока, протекающего по контуру $I = 5$ А. Рассчитать модуль индукции магнитного поля в центре контура.

Решение:

Ответ: $B = 0.1$ мТл.

№5

Условие: Определить модуль вектора индукции магнитного поля на оси кругового тока I радиуса R, как функцию $B(z)$, где z расстояние до центра контура.

Решение:

Ответ: $B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$.

№6

Условие: По тонкому замкнутому проводнику (Рис. 1) течёт ток, сила которого $I = 5$ А. Радиус изогнутой части проводника $R = 120$ мм, угол $\varphi = 90°$. Рассчитать модуль вектора магнитной индукции в точке O.

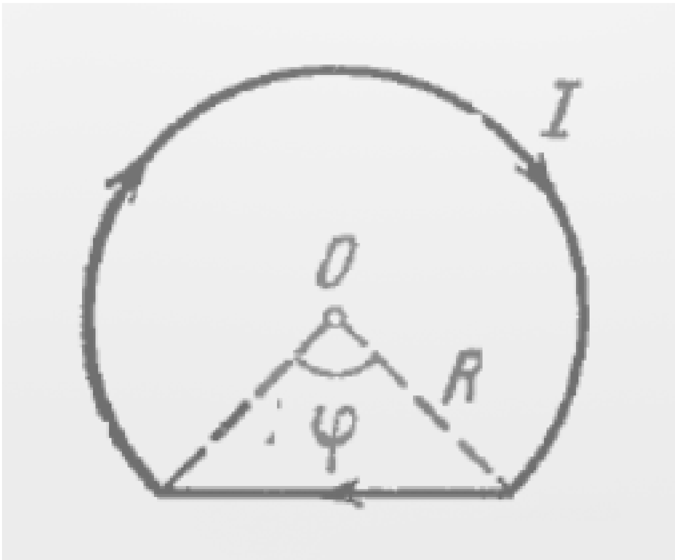

Рис. 1: Проводник.

Решение:

Ответ: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\left(1 + \frac{3}{4}\pi\right) \approx 28$ мкТл.

№7

Условие: Замкнутый контур, по которому течёт ток силы I имеет форму показанную на (Рис. 2). Радиус окружности R, длина стороны квадрата a. Найти индукцию магнитного поля в точке O.

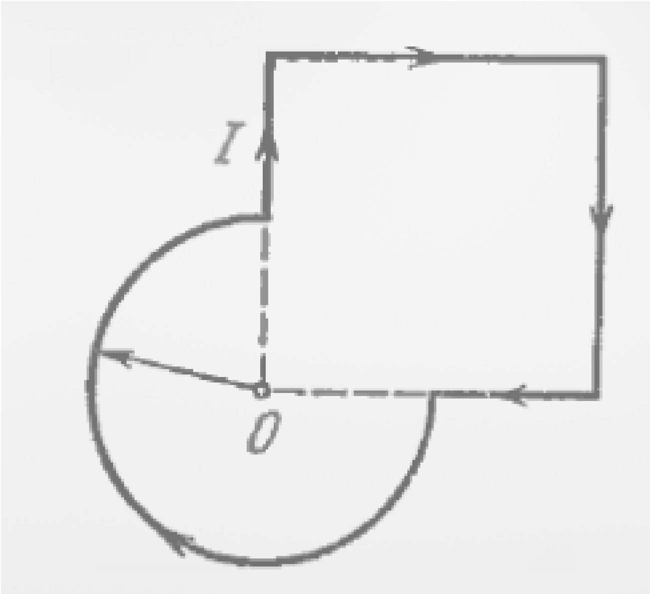

Рис. 2: Контур.

Решение:

Ответ: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\frac{3\pi}{2R} + \frac{\sqrt{2}}{a}\right)$.

№8

Условие: Тонкий провод с изоляцией образует плоскую спираль из $N = 200$ плотно прилегающих витков, по которым течёт ток $I = 5$ мА. Радиус внутреннего витка $a = 100$ мм, радиус внешнего витка $b = 200$ мм. Рассчитать индукцию магнитного поля в центре спирали.

Решение:

Ответ: $B = \frac{\mu_0 IN}{2(b-a)} \ln\frac{b}{a} \approx 4.4$ мкТл.

№9

Условие: В параллельных плоскостях, расположенных на расстоянии $d = 8$ см друг от друга на одной оси находятся два круговых витка радиуса $R = 5$ см каждый. По виткам в одном направлении текут токи $I_1 = I_2 = 2$ А. Рассчитать напряжённость магнитного поля в центре одного из витков.

Решение:

Ответ: $H = \frac{I}{2}\left(\frac{1}{R} + \frac{R^2}{(d^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}\right) \approx 23$ А/м.

№10

Условие: Рассчитать модуль вектора магнитной индукции на оси соленоида, длина которого l, количество витков проволоки, плотно прилегающих друг к другу равно N . Через витки течёт ток I, радиус витков R_0.

Решение:

Ответ: $B(z) = \frac{\mu_0 IN}{2l}\left(\frac{\frac{l}{2}-z}{\sqrt{R_0^2+\left(\frac{l}{2}-z\right)^2}} + \frac{\frac{l}{2}+z}{\sqrt{R_0^2+\left(\frac{l}{2}+z\right)^2}}\right)$.

Закон полного тока

№1

Условие: Используя закон полного тока, найти модуль вектора индукции магнитного поля, создаваемого током текущим по коаксиальному кабелю. Ток I течёт по центральной жиле радиуса R_1, и возвращается по оболочке, внутренний и внешний радиусы которой R_2 и R_3 соответственно. Пространство между жилой и оболочкой заполнено диэлектриком. Магнитную проницаемость всюду считать равной 1.

Решение:

Ответ: $B(r < R_1) = \frac{\mu_0 Ir}{2\pi R_1^2}$, $B(R_1 < r < R_2) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, $B(R_2 < r < R_3) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(1 - \frac{r^2-R_2^2}{R_3^2-R_2^2}\right)$, $B(r > R_3) = 0$.

№2

Условие: Определить индукцию магнитного поля тока, равномерно распределённого:

- по бесконечной плоскости с линейной плотностью j;
- по двум параллельным бесконечным плоскостям с линейными плотностями j и $-j$.

Решение:

Ответ: а) $B = \frac{\mu_0 j}{2}$, б) $B = \mu_0 j$.

№3

Условие: Однородный ток, плотность которого j течёт внутри неограниченной пластины толщины $2d$ параллельно её поверхности. Найти индукцию магнитного поля этого тока, как функцию расстояния

x от средней плоскости пластины. Магнитную проницаемость всюду считать равной 1.

Решение:

Ответ: $B(x > d) = \mu_0 dj,\ B(x < d) = \mu_0 xj)$.

№4

Условие: Найти вектор плотности тока, как функцию расстояния r от оси аксиально-симметричного параллельного потока электронов, если индукция магнитного поля внутри потока зависит от r как $B(r) = \beta r^{\alpha}$, где β и α положительные постоянные.

Решение:

Ответ: $\vec{j}(r) = \frac{\beta(\alpha+1)r^{\alpha-1}}{\mu_0}\vec{e}_z$.

№5

Условие: Используя закон полного тока, рассчитать индукцию магнитного поля внутри соленоида длиной $L = 0.5$ м, содержащего $N = 1000$ витков плотной обмотки, если сопротивление обмоток $R = 120$ Ом, а напряжение на её концах $U = 60$ В.

Решение:

Ответ: $B = 1.25$ мТл.

№6

Условие: По бесконечному прямому проводу, радиус сечения которого R, течёт постоянный ток, плотность которого $\vec{j}$. Найти вектор магнитной индукции поля, создаваемого этим током, в точке, положение которой относительно оси провода определяется радиус-вектором $\vec{r}$.

Решение:

Ответ: $\vec{B}(r < R) = \frac{\mu_0[\vec{j};\vec{r}]}{2}, \vec{B}(r > R) = \frac{\mu_0 R^2[\vec{j};\vec{r}]}{2}$.

№7

Условие: По длинному цилиндрическому проводу течёт ток, плотность которого $\vec{j}$. Внутри провода имеется цилиндрическая полость, идущая параллельно оси провода. Расстояние от оси провода до оси полости задаётся вектором $\vec{l}$. Найти вектор индукции магнитного поля внутри полости.

Решение:

Ответ: $\vec{B} = \frac{\mu_0 \left[\vec{\jmath};\vec{l}\right]}{2}$.

№8

Условие: Ток I течёт по длинному проводу и затем равномерно растекается по всем направлениям однородной проводящей среды (Рис. 3). Рассчитать индукцию магнитного поля в точке A, отстоящей от точки O на расстоянии r под углом θ.

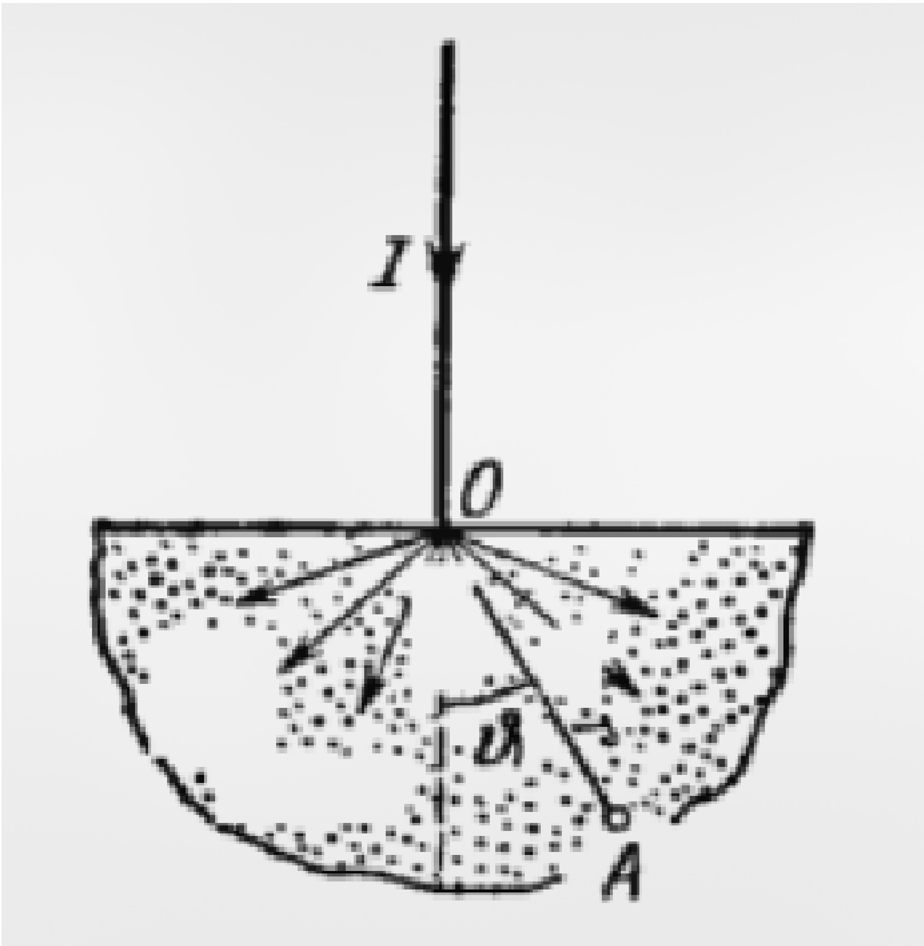

Рис. 3: Проводящая среда.

Решение:

Ответ: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tan\frac{\theta}{2}$.

№9

Условие: Ток I течёт по длинному прямому проводу круглого сечения. Рассчитать поток магнитного поля через половину осевого сечения провода приходящейся на один метр его длины.

Решение:

Ответ: $\Phi = \frac{\mu_0 I}{4\pi}$.

Магнитное поле при наличии Магнетиков. Магнитный момент.

№1

Условие: Найти магнитный момент тонкого кругового витка с током, если радиус витка $R = 100$ мм, а индукция магнитного поля в центре $B = 6$ мкТл.

Решение:

Ответ: $p_\text{м} = \frac{2\pi R^3 B}{\mu_0} \approx 30$ мА м^2.

№2

Условие: Магнитный диполь, момент которого $\vec{p}_\text{м}$ поместили на расстояние r от длинного провода по которому течёт ток I. Найти вектор силы действующей на диполь со стороны магнитного поля, создаваемого током I если вектор магнитного момента:

- параллелен проводнику;
- направлен по вектору $\vec{r}$;
- совпадает по направлению с магнитным полем тока I.

Решение:

Ответ: а) $\vec{F} = \vec{0}$, б) $\vec{F} = -\frac{\mu_0 p_\text{м} I}{2\pi r^2}\vec{e}_\varphi$, в) $\vec{F} = -\frac{\mu_0 p_\text{м} I}{2\pi r^2}\vec{e}_r$.

№3

Условие: Тонкий диск из диэлектрика, несущий заряд поверхностная плотность которого σ равномерно вращается вокруг своей оси с угловой скоростью ω. Рассчитать:

- индукцию магнитного поля в центре диска;
- магнитный момент диска.

Решение:

Ответ: $B = \frac{\mu_0}{2}\sigma\omega R,\ p_m = \frac{\pi\sigma R^4}{4}$.

№4

Условие: Сферическая поверхность радиуса R, состоящая из диэлектрика вращается равномерно вокруг своего диаметра с угловой скоростью ω. Рассчитать магнитную индукцию в центре сферы если поверхностная плотность зарядов равна σ.

Решение:

Ответ: $B = \frac{2}{3}\mu_0\sigma\omega R$.

№5

Условие: Вдоль оси бесконечного прямого цилиндра радиуса R_0 течёт линейный ток силой I. Магнитная проницаемость вещества цилиндра μ. Вокруг цилиндра вакуум. Найти:

- напряженность магнитного поля $\vec{H}$;
- индукция магнитного поля $\vec{B}$;
- намагниченность $\vec{J}$;

во всех точках пространства. Рассчитать объёмную и поверхностную плотность молекулярных токов.

Решение:

Ответ: $\vec{H}(r < R_0) = \frac{I}{2\pi r}\vec{e}_\varphi = \vec{H}(r > R_0)$, $\vec{B}(r < R_0) = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e}_\varphi$, $\vec{J}(r < R_0) = \frac{I(\mu-1)}{2\pi r}\vec{e}_\varphi, \vec{B}(r > R_0) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e}_\varphi, \vec{J}(r > R_0) = \vec{0}, \vec{j}_{\text{мо}} = \vec{0}, j_{\text{мп}} = \frac{I(1-\mu)}{2\pi R_0}$.

№6

Условие: Среда состоит из однородного изотропного магнетика и вакуума. Модуль вектора индукция магнитного поля вблизи поверхности магнетика со стороны вакуума равен B. Найти модуль индукции магнитного поля B' в магнетике вблизи его поверхности, если вектор В составляет угол α с нормалью к поверхности раздела магнетика и вакуума (поверхность можно считать плоскостью), а магнитная проницаемость магнетика μ.

Решение:

Ответ: $B' = B\sqrt{\cos^2\alpha + \mu^2\sin^2\alpha}$.

№7

Условие: Воспользовавшись условиями предыдущей задачи рассчитать циркуляцию вектора $\vec{B}$ по замкнутому квадратному контуру, длина стороны которого l. Граница раздела сред пересекает контур параллельно двум его противоположным сторонам.

Решение:

Ответ: $\oint_L \left(\vec{B}, d\vec{l}\right) = B\sin\alpha l(1-\mu)$.

№8

Условие: По длинному цилиндрическому проводу течёт ток перпендикулярно плоскости поперечного сечения. Сила тока I. Провод изготовлен из парамагнетика с магнитной восприимчивостью χ. Найти:

- силу поверхностного молекулярного тока $I'_{\text{пов}}$;
- силу объемного молекулярного тока $I'_{\text{об}}$.

Определить как эти токи направлены друг относительно друга.

Решение:

Ответ: $I_{\text{мо}} = I\chi,\ I_{\text{мп}} = -I\chi$.

№9

Условие: Длинный соленоид заполнен неоднородным парамагнетиком, магнитная восприимчивость которого зависит от расстояния до оси как $\chi = \alpha r^2$. На оси соленоида магнитная индукция равна B_0. Рассчитать, как функцию r:

- намагниченность магнетика;
- плотности объемного молекулярного тока.

Решение:

Ответ: $J(r) = \frac{B_0 \alpha r^2}{\mu_0},\ j(r) = \frac{2\alpha B_0}{\mu_0} r$.

Частица в магнитном поле

№1

Условие: Электрон влетает в однородное магнитное поле со скоростью перпендикулярной полю. Напряжённость магнитного поля $H = 103$ А/м. Ускоряющая разность потенциалов, придавшая электрону скорость $U = 400$ В. Рассчитать радиус кривизны траектории R и частоту v обращения электрона в магнитном поле.

Решение:

Ответ: $R = \frac{1}{\mu_0 H}\sqrt{\frac{2U}{q_m}} \approx 5.37$ см$, \nu = \frac{\mu_0 H q_m}{2\pi} \approx 35$ МГц.

№2

Условие: В однородное магнитное поле с магнитной индукцией $B = 0.4$ Тл перпендикулярно полю с постоянной скоростью влетает заряженная частица. В течении 6 мкс включается постоянное электрическое поле напряжённостью $E = 300$ В/м сонаправленно магнитному полю. Рассчитать шаг винтовой траектории частицы после выключения электрического поля.

Решение: По формуле силы Лоренца:

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

До включения электрического поля:

$$\vec{E} = 0, \quad \vec{F} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

Частица движется по окружности

$$F_{\text{маг}} = qvB.$$

Сила Лоренца равна центростремительной силе:

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

Угловая частота:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$$

Когда включается электрическое поле вдоль магнитного поля, на частицу вдоль B действует $F = qE$. Соответственно вдоль оси B ускорение $a = \frac{qE}{m}$.

За время Δt скорость вдоль оси становится:

$$v = a\Delta t = \frac{qE}{m}\Delta t$$

После выключения электрического поля частица летит в магнитном поле с постоянной перпендикулярной скоростью и параллельной, то есть по винтовой траектории.

Расстояние за один оборот:

$$h = vT,$$

где $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$ - период кругового движения.

Подставим:

$$h = vT = \frac{qE}{m}\Delta t \cdot \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi E \Delta t}{B}$$

Подставим числа:

$$h = \frac{2\pi \cdot 300 \text{ В/м} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \text{ с}}{0.4 \text{ Тл}} \approx 0.28 \text{ м.}$$

Ответ: $h = \frac{2\pi E}{B} t \approx 0.028$ м.

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

№1

Условие: В однородное магнитное поле, индукция которого $B = 1$ Тл внесли квадратный контур со стороной $a = 10$ см, по которому течёт ток $I = 100$ А, после чего контур свободно устанавливается в магнитном поле под действием механического момента. Рассчитать работу A', совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон на угол $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Решение:

Ответ: $A = BIa^2 = 1$ Дж.

№2

Условие: Магнитное поле создаётся длинным прямым проводником, по которому течёт ток I_0. В одной плоскости с проводником расположена квадратная рамка с током I, сторона рамки a. Рассчитать:

- силу ампера действующую на рамку;
- работу, которую необходимо совершить при медленном повороте рамки вокруг оси параллельной проводнику на угол 180°, проходящей через центры противоположных сторон рамки;

если расстояние от этой оси до проводника в η раз больше стороны рамки.

Решение:

Ответ: $F_A = \frac{2\mu_0 I I_0}{\pi(4\eta^2 - 1)}$, $A = \frac{\mu_0 I_0 I a}{\pi} \ln\left(\frac{2\eta+1}{2\eta-1}\right)$.

Электромагнитная индукция

Индукция токов. Закон электромагнитной индукции Фарадея

№1

Условие: В однородном магнитном поле, с индукцией модуль которой B, расположен замкнутый контур (Рис. 4). Верхнюю часть контура, представляющую с собой полуокружность радиуса R_0 вращают вокруг оси OO' с постоянной угловой частотой ω. Найти э.д.с. индукции возникающую в контуре, как функцию времени, если в момент $t = 0$ магнитный поток через контур максимальный.

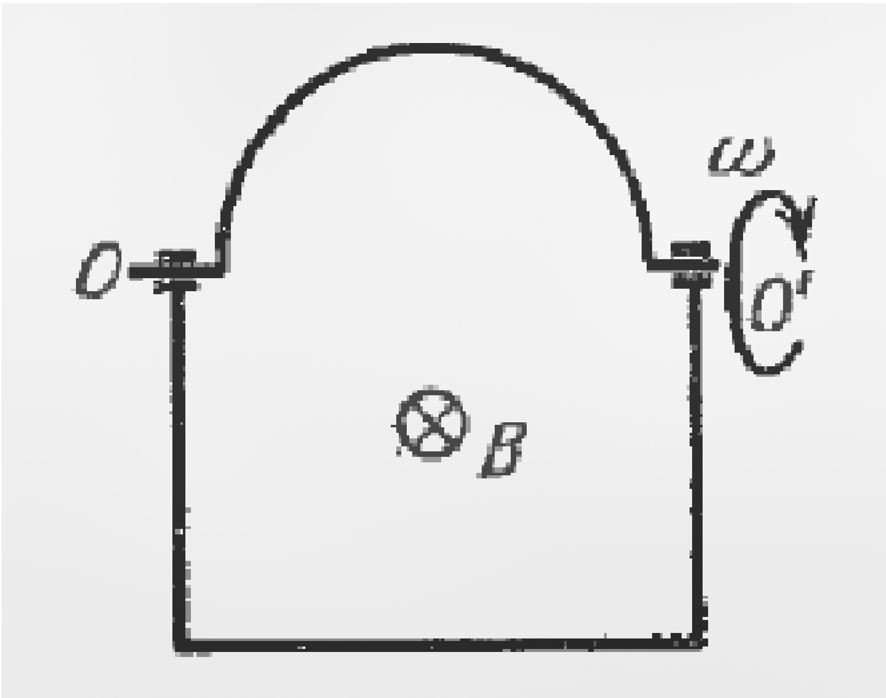

Рис. 4: Контур.

Решение:

Ответ: $\mathcal{E}^{\text{инд}} = \frac{\pi}{2} R_0^2 B\omega \sin \omega t$.

№2

Условие: В однородном магнитном поле, модуль индукции которого $B = 0.4$ Тл, с постоянной частотой $\nu = 480$ об/мин вращается замкнутая рамка, состоящая из $N = 1000$ витков проволоки. Площадь ограниченная контуром рамки $S = 200$ см^2. Рассчитать значение эдс индукции в момент, когда угол между нормалью к рамке и вектором магнитной индукции равен $30°$.

Решение:

Ответ: $\mathcal{E}^{\text{инд}} = NSB\nu\pi \approx 201$ В.

№3

Условие: В однородном магнитном поле, модуль индукции которого $B = 0.1$ Тл расположен плоский проволочный виток, замкнутый на гальванометр. Площадь ограниченная контуром витка $S = 10^{-2}$ м^2. В начальный момент времени плоскость витка располагалась перпендикулярно магнитному полю. После поворота витка на некоторый угол α, через гальванометр прошёл заряд $q = 7.5 \cdot 10^{-4}$ Кл. Рассчитайте угол α на который повернули виток если его сопротивление $R = 2$ Ом.

Решение:

Ответ: $\alpha = 1 - \frac{Rq}{BS} \approx 120°$.

№4

Условие: К источнику сторонних эдс сопротивление которого пренебрежимо мало, а $\varepsilon_0 = 2$ В подключили соленоид индуктивность которого $L = 0.1$ Гн, а сопротивление $R = 0.02$ Ом. Рассчитать заряд, который пройдёт через соленоид за первые 5 с.

Решение:

Ответ: $q = \frac{\varepsilon}{R}\big(t + \frac{L}{R}\big(\exp\big[-\frac{R}{L}t\big] - 1\big)\big) \approx 184$ Кл.

№5

Условие: Квадратная рамка со стороной $a = 70$ см помещена в магнитное поле так, что нормаль к рамке составляет угол $\alpha = 45°$ с направлением магнитного поля. Индукция магнитного поря меняется по закону $B = B_0 \cos \omega t$, где $B_0 = 0.2$ Тл, $\omega = 6\text{с}^{-1}$. Рассчитать ЭДС индукции, возникающей в рамке в момент времени $t = 3$ с.

Решение:

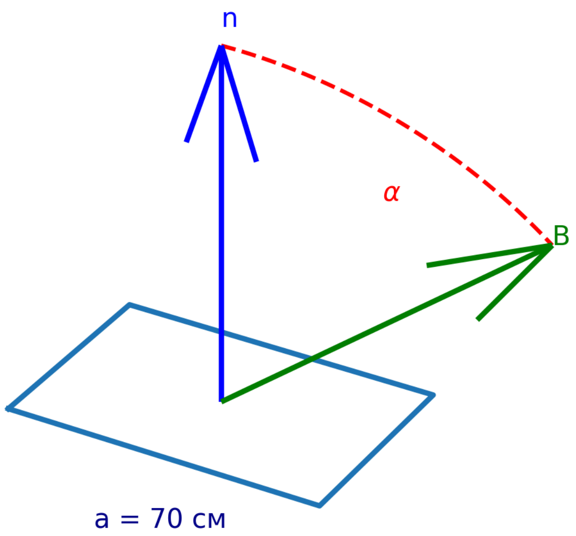

Рис. 5: Квадратная рамка в переменном магнитном поле.

По формуле магнитного потока через плоскость:

$$\Phi = BS\cos\alpha$$

Площадь рамки:

$$S = a^2$$

Так как $B = B_0\cos(\omega t)$:

$$\Phi = B_0 a^2 \cos\beta\cos(\omega t)$$

По закону Фарадея:

$$\mathcal{E} = -\Phi'(t) = B_0 a^2 \omega\cos\beta\sin\omega t$$

Подставив числа из условия, получим:

$$\mathcal{E} = 0.2 \cdot 0.7^2 \cdot 6 \cdot \cos(45^\circ) \cdot \sin(6 \cdot 3) \approx -0.31 \text{ В}.$$

Ответ: $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}} B_0 \omega \sin(\omega t) \approx -0.31$ В.

№6

Условие: В прямом бесконечном проводнике течёт ток, сила которого меняется по закону $I = \beta t^3$, где $\beta = 2$ А/с^3. В одной плоскости с проводником, параллельно ему, расположена квадратная рамка, сторона которой $a = 20$ см, а сопротивление материала рамки $R = 7$ Ом. Расстояние от ближайшей стороны рамки до проводника $l = 20$ см. Рассчитать силу тока в рамке в момент времени $t = 10$ с.

Решение:

Ответ: $I = \frac{3\mu_0 a\beta}{2\pi}\log\left(1+\frac{a}{l}\right)t^2 \approx 2.4\cdot 10^{-6}$ А.

№7

Условие: П-образный проводник расположен в однородном магнитном поле, перпендикулярном к плоскости проводника. Магнитная индукция поля изменяется с постоянной скоростью β. Вдоль параллельных сторон проводника с постоянным ускорением a перемещают проводник перемычку, длина которой l. Рассчитать эдс индукции через время t после начала перемещения перемычки, если в начальный момент времени и индукция и площадь контура равны 0.

Решение:

Ответ: $\varepsilon = -\frac{3l\beta a}{2}t^2$.

№8

Условие: Внутри длинного соленоида расположена катушка состоящая из N витков. Площадь поперечного сечения катушки S. Катушку поворачивают с постоянной угловой скоростью ω вдоль оси совпадающей с её диаметром и перпендикулярной к оси соленоида. рассчитать эдс индукции в катушке если, индукция магнитного поля в соленоиде изменяется со временем как $B = B_0\sin(\omega t)$, а в момент времени $t = 0$ ось катушки совпадала с осью соленоида.

Решение:

Ответ: $\varepsilon = B_0 N S\omega\cos(2\omega t)$.

№9

Условие: По длинному прямому соленоиду, радиус сечения которого R и плотностью намотки n, течёт ток, скорость изменения которого от времени равна i. Рассчитать вектор напряжённости вихревого электрического поля, как функцию расстояния r от оси соленоида.

Решение:

Ответ: