Потенциальная энергия электрического диполя с моментом $\vec{p}$ в поле с напряженностью $\vec{E}$.

1. $-\vec{p}\vec{E}$

2. $|\vec{p}|\ |\vec{E}|$

3. $-\ |\vec{p}|\ |\vec{E}|$

4. $-\frac{|\vec{p}|}{|\vec{E}|}$

5. $\frac{|\vec{E}|}{|\vec{p}|}$

Ответ: Потенциальная энергия диполя в электрическом поле:

$$W = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE(r)\cos\alpha,$$

где α – угол между $\vec{E}(\vec{r})$ и $\vec{p}$.

Точечный заряд q помещен в центр пирамиды. Поток вектора напряженности через грань пирамиды равен

1. $\frac{q}{4}$

2. $\frac{q}{4\varepsilon_0}$

3. $\frac{q}{6\varepsilon\varepsilon_0}$

4. $\frac{q}{\varepsilon_0}$

5. $\varepsilon\varepsilon_0 q$

Ответ: Из-за симметрии задачи, потоки вектора напряженности электрического поля через каждую из 4 граней пирамиды одинаковы. По теореме Остроградского-Гаусса полный поток Φ

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Поток через одну грань

$$\Phi_1 = \frac{q}{4 \cdot \varepsilon_0}$$

Элемент проводника с током I, длиной dl создает в точке A, положение которой задано вектором $\vec{r}$, магнитное поле с индукцией

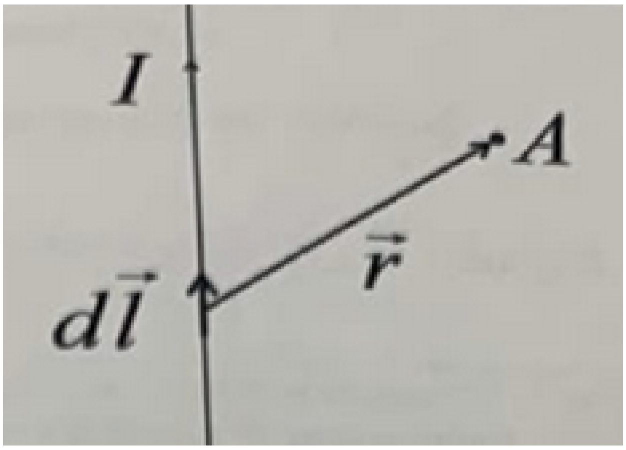

Рис. 1: Поясняющий рисунок.

1. $\boldsymbol{\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}}$
2. $\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{l^3}$
3. $\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^2}$
4. $\frac{\mu_0 I}{\pi} \frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^2}$
5. $-\frac{\mu_0 I}{\pi} \frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{l^2}$

Ответ: По закону Био-Савара-Лапласа для тонкого проводника:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}$$

Диполь с моментом $\vec{p}$ помещен в электрическое поле напряженностью $\vec{E}$. На диполь действует механическй момент $\overrightarrow{M}$. Укажите верное выражение.

1. $\overrightarrow{M} = |\vec{p}|\ \vec{E}$
2. $\overrightarrow{M} = |\vec{E}|\ \vec{p}$
3. $\overrightarrow{M} = \left[\vec{E},\vec{p}\right]$
4. $M = 0$
5. $\boldsymbol{\overrightarrow{M} = \left[\vec{p},\vec{E}\right]}$

Ответ: В однородном электрическом поле энергия W изменяется за счет изменения угла α, при этом элементарная работа сил поля при повороте диполя равна: $dA = M_\alpha d\alpha = -dW$, где $\overrightarrow{M}_\alpha = \left[\vec{p} \times \vec{E}\right]$ – момент сил, действующий на диполь:

$$M_\alpha = -\frac{\partial W}{\partial \alpha} = -pE\sin\alpha$$

По витку радиусом R течет ток силой I. Индукция магнитного поля B в центре витка равна

1. $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$
2. $\boldsymbol{\frac{\mu_0 I}{2R}}$
3. $\frac{\mu_0 I}{\pi R}$
4. $\frac{\mu_0 I}{4\pi R}$
5. $\frac{\mu_0 I}{8\pi R}$

Ответ: По теореме Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{r^2} =$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{r d\alpha}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\alpha}{R}.$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{\mu_0 I 2\pi}{4\pi R} = \boldsymbol{\frac{\mu_0 I}{2R}}$$

Поток вектора индукции электростатического поля через замкнутую поверхность

1. Равен алгебраической сумме свободных зарядов, находящихся внутри поверхности.
2. Равен сумме абсолютных величин связанных зарядов, находящихся внутри поверхности.
3. Равен сумме абсолютных величин всех зарядов, находящихся внутри поверхности, деленной на электрическую постоянную.

4. Равен алгебраической сумме всех зарядов, охваченных поверхностью, деленную на электрическую постоянную.

5. Равен нулю.

Ответ: По теореме Остроградского-Гаусса для вектора электрической индукции $\vec{D}$:

$$\oiint_S \vec{D}d\vec{S} = q_{\text{внутр}}.$$

Точечный заряд q помещен в центр куба. Поток вектора напряженности через одну грань куба равен

1. $\frac{q}{6}$
2. $\boldsymbol{\frac{q}{6\varepsilon_0}}$
3. $\frac{q}{4\varepsilon\varepsilon_0}$
4. $\frac{q}{\varepsilon_0}$
5. $\varepsilon\varepsilon_0 q$

Ответ: Из-за симметрии задачи, потоки вектора напряженности электрического поля через каждую из шести граней куба одинаковы. По теореме Остроградского-Гаусса полный поток Φ

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Поток через одну грань

$$\Phi_1 = \frac{q}{6 \cdot \varepsilon_0}.$$

Укажите все верные утверждения. В однородном изотропном диэлектрике, который помещен в однородное электрическое поле.

1. $\operatorname{div} \vec{E} = \rho_{\text{своб}}$
2. $\operatorname{div} \vec{P} = -\rho_{\text{своб}}$
3. $\boldsymbol{\operatorname{div} \vec{D} = \rho_{\text{своб}}}$
4. $\boldsymbol{\operatorname{div} \vec{P} = -\rho_{\text{связ}}}$
5. $\operatorname{div} \vec{D} = 0$

Ответ: Плотность связанных зарядов определяется формулой:

$$\rho_{\text{связ}} = -\operatorname{div} \vec{P}$$

Вектор электрической индукции:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Уравнения Гаусса для поля E

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho_{\text{полн}}}{\varepsilon_0}$$

где

$$\rho_{\text{полн}} = \rho_{\text{своб}} + \rho_{\text{связ}}$$

Возьмем дивергенцию для

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Получим

$$\text{div } \vec{D} = \varepsilon_0 \text{ div } \vec{E} + \text{div } \vec{P}$$

Подставляем в уравнение Гаусса

$$= \varepsilon_0 \cdot \frac{\rho_{\text{своб}} + \rho_{\text{связ}}}{\varepsilon_0} + \text{div } \vec{P} =$$

$$= \rho_{\text{своб}} + \rho_{\text{связ}} + \text{div } \vec{P}$$

Но мы знаем, что

$$\rho_{\text{связ}} = -\text{div } \vec{P}$$

то есть

$$\text{div } \vec{D} = \rho_{\text{своб}} + \rho_{\text{связ}} + \text{div } \vec{P} = \rho_{\text{своб}} - \text{div } \vec{P} + \text{div } \vec{P} = \rho_{\text{своб}}$$

В результате получим

$$\text{div } \vec{D} = \rho_{\text{своб}}$$

Электрическое поле проходит через границу раздела двух незаряженных диэлектриков $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Укажите все верные утверждения. На границе раздела
1. $D_{1n} = D_{2n}$

2. $D_{1n} < D_{2n}$
3. $D_{1n} > D_{2n}$
4. $\boldsymbol{D_{1\tau} < D_{2\tau}}$
5. $D_{1\tau} > D_{2\tau}$

Ответ: Так как

$$\text{div } \vec{D} = \rho_{\text{своб}}$$

Проинтегрировав, получим

$$D_{2n} - D_{1n} = \rho_{\text{своб}}$$

Так как диэлектрики незаряжены

$$\rho_{\text{своб}} = 0$$

Тогда

$$D_{1n} = D_{2n}$$

Векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$ связаны

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

Из уравнения

$$\text{rot } \vec{E} = 0$$

Следует

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

Теперь умножаем на ε

$$D_{1\tau} = \varepsilon_1 E_\tau$$
$$D_{2\tau} = \varepsilon_2 E_\tau$$

Так как

$$\varepsilon_2 > \varepsilon_1$$

то

$$D_{2\tau} > D_{1\tau}$$

Источник внутренним спротивлением r подключен к нагрузке, сопротивлением R. Какой из графиков правильно качественно отражает зависимость полезной мощности от R.

Ответ: По закону Ома для замкнутой цепи:

$$U = \mathcal{E} - Ir$$

Домножим на I.

$$IU = \mathcal{E}I - I^2 r$$

Переставим слагаемые и воспользуемся $U = IR$

$$I\mathcal{E} = I^2 R + I^2 r$$

где $I^2 R$ – полезная мощность.

Полное сопротивление

$$R_{\text{полн}} = R + r$$

Ток

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

Тогда полезная мощность

$$P(R) = I^2 \cdot R = \left(\frac{\mathcal{E}}{R + r}\right)^2 \cdot R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2}$$

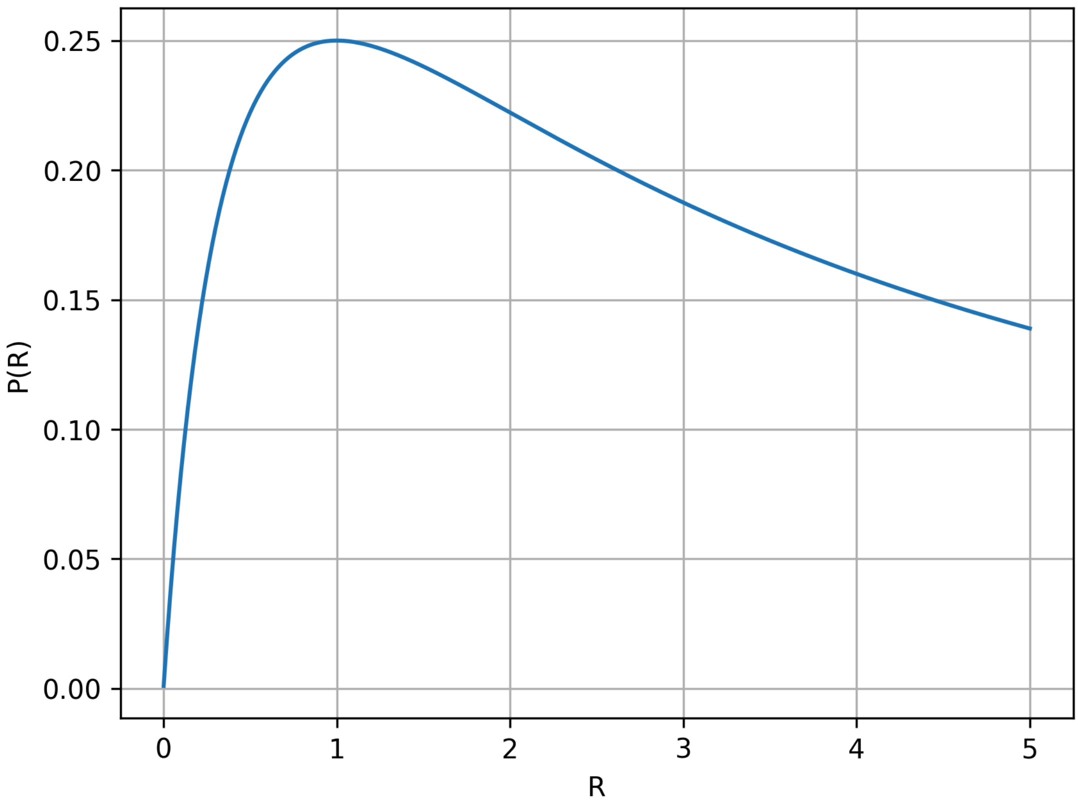

Рис. 2: График $P(R)$.

Какая формула позволяет вычислить разность потенциалов между точками A и B, расположенными на расстоянии l друг от друга в однородном электрическом поле напряженностью E.

1. $\varphi_A - \varphi_B = -E \cdot l$
2. $\varphi_A - \varphi_B = E \cdot l \cdot \operatorname{tg} \alpha$

3. $\boldsymbol{\varphi_A - \varphi_B = E \cdot l \cdot \cos \alpha}$

4. $\varphi_A - \varphi_B = -E \cdot l \cdot \cos \alpha$
5. $\varphi_A - \varphi_B = -E \cdot l \cdot \operatorname{tg} \alpha$

Ответ: По определению разности потенциалов между точками A и B

$$\varphi_A - \varphi_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Так как поле однородное, то $\vec{E} = \text{const}$ и интеграл упрощается до

$$\varphi_A - \varphi_B = \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

И по определению скалярного произведения

$$\varphi_A - \varphi_B = El\cos\alpha$$

Потенциальная энергия контура с магнитным моментом $\vec{P}_m$ в поле с индукцией $\vec{B}$ равна

1. $-\vec{P}_m\vec{B}$

2. $-|\vec{P}_m|\,|\vec{B}|$

3. $\vec{P}_m \times \vec{B}$

4. $\vec{P}_m\vec{B}$

5. $|\vec{P}_m|\,|\vec{B}|$

Ответ: Для контура с током магнитный момент:

$$\vec{p}_m = I\vec{S}$$

Для электрического диполя в электрическом поле