Университет ИТМО
Физико-технический мегафакультет
Физический факультет

Группа: *K3221*
Студенты: *Дощенников Никита, Карпов Иван*
Преподаватель: *Попов Антон Сергеевич*

К работе допущен:
Работа выполнена:
Отчет принят:

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №4.07

1. Цель работы.

1. Изучение дифракции Фраунгофера на одной щели, на четырех щелях, на одномерной и двумерной дифракционных решетках.
2. Исследование распределения интенсивности в дифракционной картине.

2. Задачи работы.

1. Получить картины дифракции Фраунгофера от различных объектов.
2. Определить размеры щели.
3. Определить ширину центрального дифракционного максимума.
4. Определить интенсивности порядков дифракции.
5. Объяснить изменение дифракционной картины при наклонном падении лучей.

Линейные положения минимумов

Для одной щели $\alpha = 0°$:

$$x_1 = 12.4 \text{ мм} = 0.0124 \text{ м}$$
$$x_2 = 25.0 \text{ мм} = 0.0250 \text{ м}$$
$$x_3 = 37.6 \text{ мм} = 0.0376 \text{ м}$$

Центральный максимум лежит в $x = 0$. Ширина центрального максимума $\Delta x_0 = 2x_1 = 24.8$ мм $=$ 0.0248 м.

Расчет ширины щели b:

$$\Delta x_0 = 2\frac{\lambda F}{b} \Rightarrow b = 2\frac{\lambda F}{\Delta x_0}$$

Подставив значения получим:

$$\lambda = 632.8 \text{ нм} = 6.328 \times 10^{-7} \text{ м}$$
$$F = 200 \text{ мм} = 0.200 \text{ м}$$
$$\Delta x_0 = 24.8 \text{ мм} = 0.0248 \text{ м}$$

$$b \approx 10.21 \text{ мкм}$$

Условие минимума:

$$b \sin\varphi_m = m\lambda \Rightarrow \varphi_m = \arcsin\left(\frac{m\lambda}{b}\right)$$

Подставив числа получим:

$$m = 1 : \sin\varphi_1 = 0.062 \Rightarrow \varphi_1 = 3.5546°$$
$$m = 2 : \sin\varphi_2 = 0.124 \Rightarrow \varphi_2 = 7.1230°$$
$$m = 3 : \sin\varphi_3 = 0.186 \Rightarrow \varphi_3 = 10.7194°$$

По формуле $\varphi_m \approx \frac{x_m}{F}$:

$$\varphi_1 \approx 3.5523°$$
$$\varphi_2 \approx 7.1620°$$
$$\varphi_3 \approx 10.7716°$$

L, мм	α, град	m	x, мм	b, мм	$\frac{J_{\max}}{J_0}$
200	0	0	0	10,2	1
200	0	1	12,4	10,2	0,81
200	0	2	25,0	10,2	0,45
200	0	3	37,6	10,2	0,20
200	5	0	0	10,2	0,98
200	5	1	12,6	10,2	0,80
200	5	2	25,3	10,2	0,44
200	5	3	38,0	10,2	0,19

Табл. 1:

α, град	$\frac{J}{J_0}$
0	0.159
15	0.159
30	0.156
45	0.200
60	0.366

Табл. 2:

По формуле для однощелевой дифракции:

$$\frac{J}{J_0} = \left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2, \quad \beta = \frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}$$

- Первый боковой максимум: $\frac{J_1}{J_0} \approx 0.045$
- Второй боковой максимум: $\frac{J_2}{J_0} \approx 0.016$
- Третий боковой максимум: $\frac{J_3}{J_0} \approx 0.008$

Для дифракции на двух щелях положение максимума первого порядка задается формулой:

$$d \sin\theta_k = k\lambda, \quad k = 1$$

Эффективная ширина щели изменяется как:

$$b_{\text{эфф}} = \frac{b}{\cos\alpha}$$

Подставив числа, получим:

$$\alpha = 0° : \quad b_{\text{эфф}} = 10.21 \text{ мкм} \quad \Rightarrow \quad \theta_1 \approx \frac{\lambda}{b_{\text{эфф}}} = \frac{6.328 \cdot 10^{-7}}{1.021 \cdot 10^{-5}} \approx 0.0620 \text{ рад} \approx 3.55°$$

$$\alpha = 15^\circ: \quad b_{\text{эфф}} = \frac{10.21}{\cos 15^\circ} \approx 10.57 \text{ мкм} \quad \Rightarrow \quad \theta_1 \approx \frac{6.328 \cdot 10^{-7}}{1.057 \cdot 10^{-5}} \approx 0.0599 \text{ рад} \approx 3.43^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ: \quad b_{\text{эфф}} = \frac{10.21}{\cos 30^\circ} \approx 11.79 \text{ мкм} \quad \Rightarrow \quad \theta_1 \approx \frac{6.328 \cdot 10^{-7}}{1.179 \cdot 10^{-5}} \approx 0.0537 \text{ рад} \approx 3.08^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ: \quad b_{\text{эфф}} = \frac{10.21}{\cos 45^\circ} \approx 14.44 \text{ мкм} \quad \Rightarrow \quad \theta_1 \approx \frac{6.328 \cdot 10^{-7}}{1.444 \cdot 10^{-5}} \approx 0.0438 \text{ рад} \approx 2.51^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ: \quad b_{\text{эфф}} = \frac{10.21}{\cos 60^\circ} \approx 20.42 \text{ мкм} \quad \Rightarrow \quad \theta_1 \approx \frac{6.328 \cdot 10^{-7}}{2.042 \cdot 10^{-5}} \approx 0.0310 \text{ рад} \approx 1.78^\circ$$

Для одной щели ширина центрального максимума на экране определяется как расстояние между первыми минимумами по обе стороны от центра:

$$\Delta x_{\text{эксп}} = x_{\text{мин}}^{(+1)} - x_{\text{мин}}^{(-1)}$$

где $x_{\text{мин}}^{(\pm 1)}$ - линейные координаты первых минимумов дифракционной картины.

По формуле для ширины центрального максимума:

$$\Delta x_{\text{теор}} = \frac{2\lambda L}{b} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2 \cdot 10^{-4}} = 6 \text{ мм}$$

$$\Delta x_{\text{эксп}} = 3.1 - (-3.0) = 6.1 \text{ мм}$$

По интерференциальной формуле для N щелей.

Для одной щели: $\frac{J_{\max}^{(1)}}{J_0}$, тогда для N щелей:

$$J_{\max}^{(N)} = J_{\max}^{(1)} \cdot N^2$$

- Центральный максимум одной щели: $\frac{J_{\max}^{(1)}}{J_0} = 1$
- Две щели: $\frac{J_{\max}^{(2)}}{J_0} = 4$
- Три щели: $\frac{J_{\max}^{(3)}}{J_0} = 9$
- Четыре щели: $\frac{J_{\max}^{(4)}}{J_0} = 16$

По формуле постоянной решетки:

$$d = \frac{k\lambda}{\sin \theta_k}$$

Рассчитаем для $k = 1$:

$$d = \frac{1 \cdot 632.8 \text{ нм}}{\sin 10^\circ} \approx 3.65 \text{ мкм}$$

Для $k = 2$:

$$d = \frac{2 \cdot 632.8}{\sin 20^\circ} \approx 3.7 \text{ мкм}$$

Для $k = 3$:

$$d = \frac{3 \cdot 632.8}{\sin 30} \approx 3.80 \text{ мкм}$$

Постоянная решетки $d \approx 3.7$ мкм.

Для двумерной дифракционной решетки максимумы распределяются по обеим осям, и их положение задаётся углами θ_x и θ_y или линейными координатами x_1, y_1 на экране.

По формуле для периода решетки по осям:

$$d_1 = \frac{k_1 \lambda L}{x_1}, \quad d_2 = \frac{k_2 \lambda L}{y_1}$$

Подставив числа, получим:

$$d_1 = \frac{1 \cdot 6.328 \cdot 10^{-4} \cdot 1000}{10} \approx 63.3 \text{ мкм}$$
$$d_2 = \frac{1 \cdot 6.328 \cdot 10^{-4} \cdot 1000}{12} \approx 52.7 \text{ мкм}$$

Контрольные вопросы.

1. В чем заключается явление дифракции?

   Дифракция – это явление огибания волнами препятствий и проникновения в область геометрической тени, а также характерное изменение распределения интенсивности света, когда волна проходит через щели, отверстия или вокруг объектов, сопоставимых по размеру с длиной волны.

2. Объясните принцип Гюйгенса-Френеля. Приведите его математическую формулировку.

   Принцип Гюйгенса–Френеля объясняет, как распространяются световые волны и как при этом возникает интерференция и дифракция.

   Каждая точка волнового фронта действует как источник вторичных сферических волн. Новый волновой фронт в следующий момент времени – это огибающая всех вторичных волн, но вклад каждой точки складывается с учётом: амплитуды, фазы, расстояния до точки наблюдения, угла распространения.

   Поле в точке наблюдения P определяется суперпозицией вкладов от всех точек S на поверхности Σ:

   $$U(P) = \iint_{\Sigma} U(S) K \frac{e^{ikr}}{r} \cos\theta dS$$

3. При каких условиях происходит дифракция Френеля? Дифракция Фраунгофера?

   Дифракция Френеля происходит тогда, когда источник света и/или экран находятся на конечном расстоянии от препятствия. Волновые фронты сферические, расстояния – малые, геометрия – неупрощённая.

   Условия: ближний источник, небольшое L, экран недалеко, волна не успевает превратиться в плоскую.

   Дифракция Фраунгофера – это предельный случай, когда волновые фронты можно считать плоскими, а лучи – параллельными. Система сильно упрощается.

   Условия: источник находится очень далеко или перед препятствием стоит линза, создающая плоский фронт, экран также очень далеко или используется линза для наблюдения в фокальной плоскости, расстояния большие, фронты – плоские.

4. Почему дифракционные полосы нельзя наблюдать при протяженном или при немонохроматическом источнике света?

   Протяженный источник дает много разных направлений света, каждая точка источника создаёт свою дифракционную картину. Эти картины смещены и накладываются, полосы размываются и исчезают.

   Немонохроматический источник. Разные длины волн дают максимумы в разных местах. Картины для разных λ накладываются, тёмные полосы заполняются светом, контраст пропадает.

5. Каким способом можно получить узкий параллельный пучок света?

   Узкий параллельный пучок получают с коллиматором: источник, щель, линза, установленная так, чтобы щель находилась в её фокусе. Тогда выходящие лучи становятся почти параллельными.

6. Как получить без вычислений соотношение, определяющее направление на первый минимум при дифракции на щели b?

   По принципу Гюйгенса–Френеля:

   Разделяем щель ширины b на две половины. В направлении, где получится первый минимум, волны от двух половин должны гасить друг друга – то есть приходить в противофазе.

   Это означает, что разность хода между краями половин равна $\frac{\lambda}{2}$.

   Отсюда следует условие первого минимума:

   $$b \sin\theta = \lambda$$

7. Какой вид имеет дифракционная картина при наклонном падении плоской волны на щель?

Дифракционная картина смещается в сторону наклона: максимум и минимумы перемещаются, а сама форма остаётся такой же.

8. Объясните распределение интенсивности в дифракционной картине Фраунгофера от щели?

$$I(\varphi) = I_0\left(\frac{\sin(\pi\frac{b}{\lambda}\sin\varphi)}{\pi\frac{b}{\lambda}\sin\varphi}\right)^2$$

φ - угол дифракции

9. Как изменится интерференционная картина, если: а) изменить ширину щели? б) увеличить число щелей? в) уменьшить расстояние между ними? г) изменить ширину всех щелей?

а) если расширить - дифракционный максимум сузится, интерференционные полосы будут уже и ярче, если сузить - наоборот

б) увеличится резкость и интенсивность

в) интерференционная картина растянется на экране

г) аналогично пункту а

10. Объясните на основе принципа Гюйгенса–Френеля, почему при дифракции на одной щели существуют углы дифракции, для которых интенсивность света равна нулю? Получить выражение для определения значений таких углов.

Интенсивность света становится равной нулю, потому что векторы напряженности электрического поля лю бых двух соседних лучей, имея одинаковые модули, колеблются в противофазе, поэтому их геометрическая сумма равна нулю в любой момент времени. Сведенные в одну точку любые два соседних луча «гасят» друг друга, имеют результирующую интенсивность равную нулю.

$b\sin\varphi_m = \pm m\lambda$

11. Найти угловое распределение интенсивности света при фраунгоферовой дифракции на решетке из N щелей с периодом d при условии, что световые лучи падают на решетку нормально, а ширина щели равна b.

$$I_N = I_\varphi\left(\frac{\sin(\pi N\frac{d}{\lambda}\sin\varphi)}{\pi N\frac{d}{\lambda}\sin\varphi}\right)^2$$

12. Параллельный пучок монохроматического света падает нормально на дифракционную решетку с заданной полной шириной ее штрихованной поверхности. При каком значении отношения $\frac{b}{d}$ ширины щели b к периоду решетки d интенсивность главных дифракционных максимумов второго порядка будет максимальна?

13. Найти угловое распределение дифракционных максимумов придифракции на решетке, период которой равен d, а ширина щели равна b.

14. Найти условие появления главного дифракционного максимума при наклонном падении лучей на решетку (угол падения θ_0). Какой вид принимает это условие, если $d \gg \lambda$, а порядок спектра $m \ll \frac{d}{\lambda}$?

15. Могут ли перекрываться спектры первого и второго порядков дифракционной решетки при освещении ее видимым светом (700˘400 нм)?

16. Найти условие равенства нулю интенсивности m-го максимума для дифракционной решетки с периодом d и шириной щели b.

17. Описать характер спектров дифракционной решетки, если ее постоянная равна: 1) удвоенной, 2) утроенной, 3) учетверенной ширине щели.

18. Изменяется ли разрешающая сила решетки при изменении наклона первичного пучка, падающего на нее?

19. Почему дифракция не наблюдается на больших отверстиях и дисках?